

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
Глава 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МЕТРОЛОГИИ . . . . .	4
1.1. Понятие об измерениях . . . . .	4
1.2. Средства измерений . . . . .	8
1.3. Метрологическая служба . . . . .	11
1.4. Государственные испытания, поверка и ревизия средств измерений . . . . .	13
Глава 2. ПОГРЕШНОСТИ И ИХ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ	16
2.1. Классификация погрешностей . . . . .	16
2.2. Математическое описание погрешностей . . . . .	20
2.3. Примеры законов распределения погрешностей	25
Глава 3. РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ И ПО- ГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ . . . . .	35
3.1. Принципы нормирования метрологических характе- ристик средств измерений . . . . .	36
3.2. Нормирование инструментальной погрешности пре- делом допускаемой погрешности . . . . .	39
3.3. Расчет погрешности измерений с учетом методиче- ской погрешности . . . . .	43
3.4. Нормирование погрешностей средств измерений статистическими методами . . . . .	44
3.5. Погрешности косвенных измерений . . . . .	48
3.6. Расчет погрешностей косвенных измерений по по- грешностям прямых измерений . . . . .	54
3.7. Погрешности при определении положений экстре- мальных уровней и заданных уровней . . . . .	56
Глава 4. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕ- РЕНИЙ . . . . .	62
4.1. Обработка результатов прямых измерений с много- кратными наблюдениями . . . . .	62
4.2. Идентификация формы закона распределения по- грешностей . . . . .	65
4.3. Обработка результатов наблюдений, содержащих грубые погрешности . . . . .	72
4.4. Методика обработки результатов многократных наблюдений . . . . .	74
4.5. Обработка результатов измерений с многократными наблюдениями, подчиненных гауссовскому закону	79
4.6. Неисключенные систематические погрешности и их учет . . . . .	81
4.7. Обработка совместных измерений . . . . .	84

Глава 5. МЕТОДЫ УМЕНЬШЕНИЯ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ . . . . .	95
5.1. Стабилизация градуировочной характеристики . . . . .	95
5.2. Автоматическая компенсация погрешностей. Метод образцовых мер и тестовый метод . . . . .	99
Глава 6. АВТОМАТИЗАЦИЯ РАДИОИЗМЕРЕНИЙ . . . . .	107
6.1. Классификация автоматизированных средств измерений . . . . .	108
6.2. Стандартные интерфейсы . . . . .	109
6.3. Интерфейс МЭК 625.1 . . . . .	110
6.4. Интерфейс КАМАК . . . . .	112
6.5. Микропроцессорные средства измерений . . . . .	114
6.6. Компьютерно-измерительные системы . . . . .	116
Глава 7. ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМЫ КОЛЕБАНИЙ . . . . .	120
7.1. Принцип действия электронного осциллографа . . . . .	120
7.2. Структурная схема осциллографа . . . . .	123
7.3. Погрешности измерений амплитудных и временных соотношений . . . . .	127
7.4. Стробоскопическое осциллографирование . . . . .	130
7.5. Цифровые осциллографы . . . . .	138
Глава 8. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ . . . . .	143
8.1. Общие замечания . . . . .	143
8.2. Последовательный анализ спектров с помощью гетеродинного преобразования . . . . .	144
8.3. Дисперсионно-временной метод спектрального анализа . . . . .	154
8.4. Спектральный анализ с помощью дискретного преобразования Фурье . . . . .	161
Глава 9. ИЗМЕРЕНИЕ ЧАСТОТЫ, ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ И ПЕРИОДА ПОВТОРЕНИЯ . . . . .	167
9.1. Методы измерений временных параметров сигналов . . . . .	168
9.2. Характеристики образцовой частоты и ее источников . . . . .	168
9.3. Цифровой метод измерений временных интервалов и периода повторения . . . . .	171
9.4. Нониусный метод . . . . .	178
9.5. Аналоговые методы интерполяции . . . . .	181
9.6. Цифровой метод измерения частоты . . . . .	184
9.7. Измерение временных интервалов методом сравнения . . . . .	188
9.8. Аналоговые методы измерений частоты . . . . .	193
Глава 10. ИЗМЕРЕНИЕ РАЗНОСТИ ФАЗ . . . . .	200
10.1. Преобразование разности фаз при умножении и преобразовании частоты . . . . .	200
10.2. Измерение разности фаз путем ее преобразования во временной интервал . . . . .	206
10.3. Преобразование разности фаз в постоянное напряжение . . . . .	209
10.4. Измерение разности фаз методом сравнения . . . . .	211

Глава 11. ИЗМЕРЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ . . . . .	217
11.1. Общие замечания . . . . .	217
11.2. Преобразователи пикового значения . . . . .	222
11.3. Преобразователи средневыпрямленного значения . . . . .	228
11.4. Преобразователи среднеквадратического значения . . . . .	230
11.5. Цифровые методы измерений постоянного напряжения . . . . .	234
11.6. Метод двойного интегрирования . . . . .	239
Глава 12. ИЗМЕРЕНИЕ МОЩНОСТИ . . . . .	250
12.1. Особенности и методы измерений мощности . . . . .	250
12.2. Тепловые методы измерений мощности. Калориметрический метод . . . . .	255
12.3. Термоэлектрический метод . . . . .	262
12.4. Метод терморезисторов . . . . .	266
12.5. Метод вольтметра . . . . .	269
12.6. Измерение мощности на основе эффекта кроссумножения в феррите . . . . .	271
Глава 13. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ХАРАКТЕРИСТИК ЦЕПЕЙ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПОСТОЯННЫМИ . . . . .	277
13.1. Общие замечания . . . . .	277
13.2. Мостовые методы . . . . .	280
13.3. Резонансные методы . . . . .	284
13.4. Преобразование измеряемого сопротивления в напряжение . . . . .	291
Глава 14. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ХАРАКТЕРИСТИК ЦЕПЕЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПОСТОЯННЫМИ . . . . .	296
14.1. Общие замечания . . . . .	297
14.2. Измерительная линия . . . . .	298
14.3. Измерения положения минимума поля и длины волны . . . . .	302
14.4. Измерение КСВ . . . . .	305
14.5. Методы измерений на основе направленных ответвителей . . . . .	307
14.6. Метод калибруемого 12-полюсника . . . . .	309
Приложение. Примеры метрологических характеристик измерительных приборов . . . . .	315
Список литературы . . . . .	316

# Глава 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МЕТРОЛОГИИ

---

## 1.1. ПОНЯТИЕ ОБ ИЗМЕРЕНИЯХ

Основная задача метрологии заключается в обеспечении единства измерений. Под единством измерений понимают такое их состояние, при котором результаты измерений выражены в узаконенных единицах, а погрешность измерений известна.

Метрология изучает широкий круг вопросов, связанных как с теоретическими проблемами, так и с задачами практики. К основным разделам метрологии относятся: общая теория измерений, единицы физических величин и их системы, методы и средства измерений физических величин, методы оценки точности измерений, методы эталонирования. На основании теоретических предпосылок метрологии обоснованы и стандартизованы практические рекомендации, регламентирующие все стороны измерений.

Измерение можно определить как экспериментальное нахождение отношения измеряемой физической величины к другой однородной величине, принятой за единицу. Таким образом, сущность измерений заключается в сравнении измеряемой величины с заранее выбранной единицей. В ГОСТ измерения определяются как нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств.

Физической величиной называют свойство, общее в качественном отношении для многих объектов, но в количественном отношении индивидуальное для каждого. Например, физическими величинами являются длина, электрический ток, напряжение, индуктивность. Количественное содержание физической величины, характеризующее конкретный объект, называют размером физической величины (размером величины). Оценку физической величины в виде некоторого числа принятых для нее единиц называют значением физической величины.

Для обозначения частных особенностей физических величин применяют термин параметр. Например, конденсатор характеризуют емкостью, а его параметрами можно считать тангенс угла потерь, температурный коэффициент емкости, индуктивность вво-

дов. Иногда параметром называют измеряемую физическую величину — амплитуду, фазу, частоту.

Различают истинное и действительное значения физической величины. Истинное значение идеальным образом отражает в количественном и качественном отношениях соответствующие свойства объекта, и его стараются найти при измерениях. Однако из-за неизбежных погрешностей измерений истинное значение получить не удастся. На практике вместо истинного значения экспериментально определяют действительное значение, настолько приближающееся к истинному значению, что может быть использовано вместо него.

**Средства измерений.** Применяемые при измерениях технические средства, имеющие нормированные метрологические характеристики (характеристики, влияющие на точность измерений), называют средствами измерений. К средствам измерений относят эталоны физических величин, меры, измерительные приборы, измерительные преобразователи, измерительно-вычислительные комплексы (ИВК), компьютерно-измерительные системы (КИС) и измерительные информационные системы (ИИС).

Измерительный преобразователь — структурный элемент более сложных средств измерений, имеющий самостоятельные метрологические характеристики. Различают первичные, передающие, промежуточные и масштабные преобразователи. Первичные преобразователи иногда называют датчиками.

На основе нескольких измерительных преобразователей создают измерительные приборы и меры. Измерительный прибор предназначен для образования выходного сигнала в форме, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем. Измерительные приборы делят на аналоговые и цифровые. Показание аналогового прибора является непрерывной функцией измеряемой величины. К аналоговым относят, например, приборы со стрелочными указателями. Цифровые приборы вырабатывают дискретный сигнал измерительной информации в цифровой форме.

Мера служит для воспроизведения физической величины заданного размера. Так, мерами являются образцовая катушка индуктивности или образцовый конденсатор переменной емкости.

Измерительно-вычислительные комплексы представляют собой совокупность средств измерений и ЭВМ, объединенных с помощью устройств сопряжения и предназначенных для измерений, научных исследований и расчетов. Такие же функции выполняют КИС, построенные на основе микроЭВМ, дополненных измерительными модулями.

Измерительные информационные системы — совокупность функционально объединенных измерительных, вычислительных и других вспомогательных технических средств, предназначенных для получения измерительной информации, ее преобразования и обработки с целью представления в удобном потребителю виде

либо автоматического осуществления контроля, диагностики или идентификации.

Системы с высокой степенью автоматизации процесса измерений и обработки экспериментальных результатов иногда называют автоматизированными измерительными системами (АИС) или автоматизированными системами научных исследований (АСНИ).

**Классификация измерений.** По способу получения результата измерения делят на прямые, косвенные, совместные и совокупные.

Прямыми называют измерения, при которых искомое значение величины находят непосредственно из опытных данных. К ним, например, относятся измерение напряжения с помощью вольтметра или измерение интервала времени с помощью измерителя временных интервалов.

При косвенных измерениях искомое значение  $y$  величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , измеряемыми прямым методом:

$$y = f(x_1; x_2 \dots x_n). \quad (1.1)$$

Например, к косвенным относится измерение рассеиваемой на резисторе мощности  $P = U^2/R$  по результатам прямых измерений напряжения  $U$  и сопротивления резистора  $R$ .

Совместные измерения состоят в одновременном измерении двух или нескольких неоднородных величин для нахождения зависимости между ними. Примером совместных измерений может служить получение зависимости сопротивления резистора от его температуры.

Совокупными называют производимые одновременно измерения нескольких однородных величин, при которых искомое значение находят из решения системы уравнений, полученных при прямых измерениях различных сочетаний этих величин. Измерения, связанные с обработкой измерительной информации, такие, как косвенные, совместные и совокупные, часто выполняют с помощью средств измерений, сопряженных со средствами вычислительной техники, например ИВК или КИС. В этом случае процессы получения экспериментальных данных и их обработка автоматизированы, и на отсчетном устройстве индицируется результат расчетов. Формально такие измерения следовало бы отнести к прямым, хотя по существу производимых преобразований они являются косвенными, совместными или совокупными.

По точности измерения делят на три группы:

измерения максимально возможной точности, достижимой при существующем уровне развития науки и техники. К ним относят измерения, связанные с созданием и эксплуатацией эталонов, а также некоторые измерения, проводимые при научных исследованиях. Для таких измерений характерна тщательная оценка погрешностей и анализ их источников;

контрольно-поверочные и лабораторные измерения. К ним, в частности, относится метрологическая аттестация средств измерений, лабораторный анализ, экспертные измерения. Погрешность таких измерений не должна превышать определенного уровня; технические измерения, при которых погрешность оценивают по метрологическим характеристикам средств измерений с учетом применяемого метода измерений. Технические измерения получили наибольшее распространение.

**Погрешности измерений.** Значение измеряемой величины наблюдатель оценивают по показанию отсчетного устройства. В цифровых приборах показание считывают с цифрового отсчетного устройства, в приборах со стрелочными указателем показание отсчитывают по ближайшей к стрелке отметке шкалы, иногда учитывают и доли деления, применяя интерполяцию на глаз.

По показанию определяют результат измерений. Если измерения произведены один раз (с однократным наблюдением измеряемой величины) и не требуется вводить поправку, то показание принимают за результат измерений. В общем случае результат измерений отличается от показания. Так, это имеет место при проведении измерений с многократными наблюдениями, когда результат измерений получают, например, как среднеарифметическое результатов отдельных наблюдений.

Отклонение результата измерений  $x$  от истинного значения  $X$  измеряемой величины называют погрешностью измерений

$$\Delta = x - X. \quad (1.2)$$

Это соотношение служит исходным для теоретического анализа погрешностей. На практике же из-за невозможности определить истинное значение вместо него берут действительное значение измеряемой величины, например, среднеарифметическое результатов наблюдений при измерениях с многократными наблюдениями.

Погрешность измерений иногда удобно характеризовать ее относительным значением

$$\delta = \frac{\Delta}{X} \approx \frac{\Delta}{x},$$

поскольку  $x \approx X$ .

Измерения можно характеризовать их точностью — близостью результата измерения к истинному значению. Количественно точность выражают как обратную величину модуля относительной погрешности. Так, если  $\delta = 10^{-3}$ , то точность равна  $10^3$ . Чем выше точность, тем с меньшей погрешностью произведено измерение. Обычно понятие точности используют для сравнительной характеристики различных измерений или средств измерений.

## 1.2. СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

Средства измерений классифицируют по принципу действия, структуре, виду измеряемой величины. Важное значение имеют их метрологические характеристики.

**Электромеханические и электронные приборы.** Используемые при электрорадиоизмерениях приборы по принципу действия можно разделить на электромеханические и электронные. К электромеханическим относят приборы, основанные на механическом взаимодействии полей, чаще всего магнитных. Электромеханические приборы применяют в основном для измерений в цепях постоянного тока и токов промышленной частоты, обычно с погрешностью 0,5...3 %. Существуют и более точные электромеханические приборы, обеспечивающие погрешность 0,1...0,2 %. Достижение такой точности связано со значительным удорожанием приборов.

Электромеханические приборы магнитоэлектрической системы используются в измерительной практике как составная часть простейших тестеров для измерений напряжения, тока и сопротивления на постоянном токе или на низких частотах.

При радиотехнических измерениях применяют электронные приборы, построенные на основе транзисторов, диодов и интегральных микросхем. В аналоговых электронных приборах в качестве отсчетного устройства используют магнитоэлектрические приборы или электронно-лучевые трубки (ЭЛТ), а в цифровых — различные цифровые отсчетные устройства.

**Измерительные приборы прямого преобразования и сравнения.** По структурному принципу построения различают измерительные приборы прямого преобразования и сравнения. Приборы прямого преобразования состоят из последовательно соединенных измерительных преобразователей (рис. 1.1), содержат отсчетное устройство, и их выходной сигнал доступен для непосредственного восприятия наблюдателем.

Общий коэффициент передачи прибора прямого преобразования

$$K = \frac{y}{x} = \prod_{i=1}^n K_i,$$

где  $x$  и  $y$  — выходной и входной сигналы,  $K_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) — коэффициенты передачи измерительных преобразователей.

Чувствительность такого прибора

$$S = dy/dx = K$$

равна общему коэффициенту передачи.

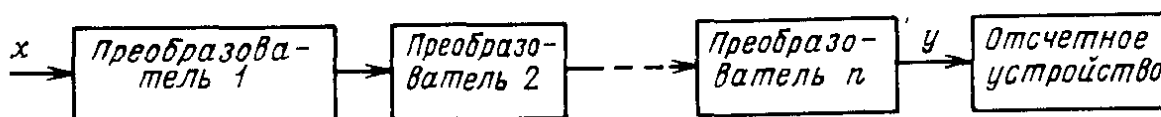


Рис. 1.1.



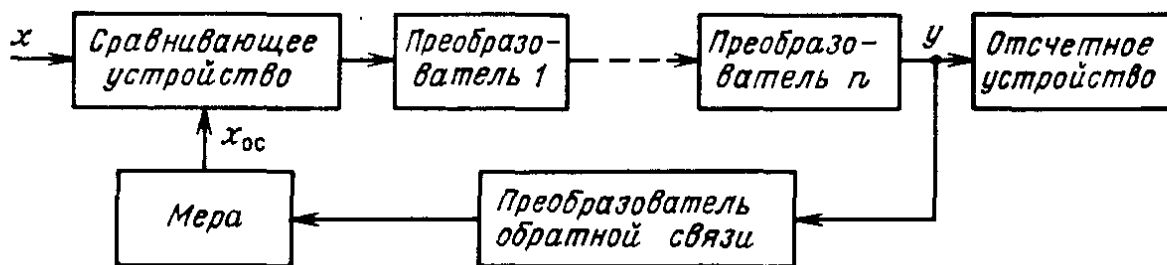


Рис. 1.2

Наименьшее значение измеряемой величины, которое можно обнаружить с помощью данного прибора, называют порогом чувствительности. Разрешающую способность прибора обычно оценивают как разность двух близких значений измеряемой величины, при которой эти значения можно различить. Для цифровых приборов, как правило, порог чувствительности и разрешающая способность совпадают и равны цене деления младшего разряда отсчетного устройства. Иногда разрешающую способность определяют как число значений измеряемой величины, которое можно различить в пределах диапазона измерений.

Средства измерений сравнения реализуют метод сравнения измеряемой величины с величиной, воспроизводимой мерой. Их строят по структурной схеме, показанной на рис. 1.2. Цепь прямого преобразования, состоящая из последовательно включенных измерительных преобразователей, охвачена отрицательной обратной связью. Обратную связь реализует преобразователь обратной связи, управляющий мерой. Сравнивающее устройство обычно производит вычитание сигнала обратной связи  $x_{oc}$  из входного сигнала  $x$ , так что выходной сигнал средства измерений

$$y = K(x - x_{oc}). \quad (1.3)$$

Сигнал обратной связи

$$x_{oc} = K_{oc}y, \quad (1.4)$$

где  $K_{oc}$  — коэффициент передачи цепи обратной связи.

Средства измерений сравнения могут быть реализованы с полным и неполным уравниванием. При полном уравнивании  $x = x_{oc}$  и, следовательно,

$$y = x/K_{oc}; \quad S = 1/K_{oc}. \quad (1.5)$$

Чувствительность такого средства измерений полностью определяется коэффициентом обратной связи  $K_{oc}$  и не зависит от коэффициента передачи цепи прямого преобразования. Метод измерений, при котором  $x = x_{oc}$ , называют нулевым.

Если уравнивание неполное, то реализуется дифференциальный метод, при котором измеряется разность  $x - x_{oc}$ . При этом выходной сигнал получают из совместного решения уравнений (1.3) и (1.4):

$$y = Kx/(1 + KK_{oc}), \quad S = K/(1 + KK_{oc}). \quad (1.6)$$

Обычно  $KK_{oc} \gg 1$ , поэтому  $y \approx x/K_{oc}$ ,  $S \approx 1/K_{oc}$ . Следовательно, чувствительность прибора сравнения практически не зависит от коэффициента передачи цепи прямого преобразования, а определяется цепью обратного преобразования.

Средства измерений чаще всего имеют комбинированную структуру и содержат несколько внутренних цепей обратной связи, а также преобразователи, не охваченные обратной связью.

**Система обозначений средств измерений.** Электронные радиоизмерительные средства измерений обозначают несколькими символами. Первый символ — буква русского алфавита — характеризует измеряемый параметр или назначение средств измерений. По этому признаку приборы делят на 20 подгрупп (табл. 1.1).

Второй символ обозначения прибора — цифра — конкретизирует назначение прибора.

В каждой подгруппе приборы разделяют на несколько видов в зависимости от выполняемой функции. Например, в подгруппе В различают: В1 — установки или приборы для поверки вольтметров, В2 — вольтметры постоянного тока, В3 — вольтметры переменного тока, В4 — импульсные вольтметры.

Третий символ указывает номер модели. В комбинированных приборах после буквы, обозначающей основной измеряемый параметр, добавляют букву К. Если прибор подвергался модификации, то после номера модели добавляют букву А, а если модификаций было две, то добавляют букву Б.

Принятая классификация не распространяется на некоторые электроизмерительные приборы и образцовые средства измерений. Так, вольтметры, частотомеры и другие измерительные приборы обозначают буквой Р, Ф или Щ и несколькими цифрами, от двух до четырех. Одной и той же буквой могут обозначаться приборы разного назначения, например, Ф4327 — анализатор спектра, Ф200 — цифровой вольтметр, Ф4206 — цифровой омметр, Ф5034 — частотомер.

Т а б л и ц а 1.1. Подгруппы средств измерений

№ п/п	Изменяемый параметр или назначение средств измерений	Обозначение подгруппы
1	Сила тока	А
2	Напряжение	В
3	Мощность	М
4	Наблюдение, измерение и исследование формы сигнала и спектра	С
5	Частота и время	Ч
6	Фазовый сдвиг и групповое время запаздывания	Ф
7	Напряженность поля и радиопомех	П
8	Импульсные измерения	И
9	Параметры элементов и компонент цепей с сосредоточенными постоянными	Е
10	Параметры элементов и трактов цепей с распределенными постоянными	Р
11	Характеристики радиоустройств	Х
12	Параметры электронных ламп и полупроводниковых приборов	Л
13	Электрические и магнитные свойства материалов	Щ
14	Усилители измерительные	У
15	Генераторы измерительные	Г
16	Аттенюаторы и приборы для измерения ослабления	Д
17	Комплексные измерительные установки	К
18	Унифицированные блоки радиоизмерительных приборов	Я
19	Измерительные устройства коаксиальных и волноводных трактов	Э
20	Источники питания для измерений и радиоизмерительных приборов	Б

### 1.3. МЕТРОЛОГИЧЕСКАЯ СЛУЖБА

Для решения основной задачи метрологии — обеспечения единства измерений — существует метрологическая служба. Ее организационная структура включает в себя сеть научно-исследовательских метрологических институтов, промышленных предприятий и центров стандартизации и метрологии, рассредоточенных по территории страны для метрологического обслуживания измерительной техники без массовых дальних перевозок.

**Меры обеспечения единства измерений.** Для обеспечения единства измерений реализуют следующие научно-технические, методические и административные мероприятия:

1. Использование законодательно установленной системы единиц физических величин, разрешенных для применения. Она основана на системе единиц СИ, дополненной некоторыми другими единицами.

2. Разработка и применение эталонов единиц физических величин, воспроизводящих единицы в соответствии с их определением. Парк эталонов составляет материальную основу обеспечения единства измерений и повышения их точности.

3. Использование только аттестованных данных о физических константах и физико-химических свойствах материалов и веществ.

4. Государственные испытания при разработке, выпуске и импорте приборов. К обращению в стране допускаются только приборы при условии удовлетворения ими определенных метрологических требований.

5. Периодическая поверка находящихся в обращении средства измерений. Изъятие из обращения неисправных приборов.

6. Измерения и поверка приборов строго в соответствии с аттестованными методами измерений и поверки. Погрешность измерений должна быть известна.

7. Метрологический надзор за состоянием и применением средств измерений.

Нормативно-правовой основой метрологического обеспечения научной и производственной деятельности является Государственная система обеспечения единства измерений (ГСИ). Она представляет собой совокупность нормативно-технических документов, регламентирующих номенклатуру единиц физических величин, методы воспроизведения заданного размера физических величин, их передачу рабочим средствам измерений, метрологические характеристики средств измерений, оформление и представление средств измерений. Основными документами являются государственные стандарты.

**Система единиц.** В нашей стране, как и в большинстве стран мира, принята международная система единиц СИ. Основными единицами системы являются метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, кандела, моль, а дополнительными — радиан, стерадиан. Производные единицы — вольт, ватт, джоуль и др. — образуют из основных и дополнительных на основе зависимостей, связывающих эти параметры. Например, количество электричества определяют по произведению тока на время.

Допускаются к использованию и широко распространены и некоторые другие единицы, которые оказались удобными в некоторых областях или сохранились в силу традиций. К таким единицам относятся единицы плоского угла (градус, минута, секунда), единица давления (мм. рт. ст.).

**Эталоны единиц физических величин.** Для обеспечения единства измерений следует иметь средства измерений, воспроизводящие и хранящие размеры единиц физических величин, а также передавать эти единицы рабочим средствам измерений. Воспроизведение физических величин с высшей точностью осуществляют с помощью эталонов единиц физических величин, обеспечивающих единообразие мер и единство измерений.

**Классификация эталонов.** В зависимости от их назначения различают несколько видов эталонов. Первичным называют эталон, обеспечивающий воспроизведение единицы физической величины с наивысшей в стране точностью. Специальные эталоны воспроизводят единицу в особых условиях, в которых первичный эталон неработоспособен. Например, первичный эталон ЭДС воспроизводит единицу напряжения на постоянном токе. Эталоны ЭДС для диапазонов частот 20 Гц...30 МГц и 30 МГц...3 ГГц являются специальными. Эталоны, воспроизводящие единицу одной и той же физической величины в разных диапазонах частот, значительно отличаются по своей структуре и могут строиться на различных принципах измерений.

Первичные или специальные эталоны, официально утвержденные в качестве исходных для страны, называют государственными. Прикладная метрологическая деятельность осуществляется обычно с помощью вторичных эталонов, эталон-свидетелей, эталонов сравнения и рабочих эталонов.

Эталон-свидетель служит для проверки сохранности государственного эталона или его замены в случае порчи или утраты. Эталон сравнения предназначен для передачи воспроизводимого первичным эталоном размера при сличении (сравнении) эталонов, которые не могут быть сличены друг с другом из-за невозможности их перевозки.

Т а б л и ц а 1.2. Эталоны и их характеристики

Физическая величина	Диапазон значений	Диапазон частот или рабочая частота	Среднее квадратическое отклонение случайной погрешности	Пределы неисключенной систематической погрешности
Время и частота	$1 \cdot 10^{-9} \dots 1 \cdot 10^8$ с $1 \dots 1 \cdot 10^{14}$ Гц	—	$5 \cdot 10^{-14}$	$2 \cdot 10^{-13}$
ЭДС	0,1...1 В 0,1...1 В	Постоянная $20 \dots 3 \cdot 10^7$ Гц $30 \dots 3000$ МГц	$5 \cdot 10^{-8}$ $5 \cdot 10^{-5}$ $5 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-6}$ $3 \cdot 10^{-4}$ $2 \cdot 10^{-2}$
Сила тока	$1 \cdot 10^{-12} \dots 30$ А 0,01...10 А 3...100 А	Постоянный ток $40 \dots 1 \cdot 10^5$ Гц 0,1...30 МГц	$4 \cdot 10^{-6}$ $1 \cdot 10^{-4}$ $5 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-6}$ $2 \cdot 10^{-4}$ $8,5 \cdot 10^{-4}$
Сопротивление	10 Ом	—	$1 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-7}$
Емкость	— —	1 кГц 1...100 МГц	$2 \cdot 10^{-7}$ $3 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-7}$ $1 \cdot 10^{-4}$
Индуктивность	—	1 кГц	$1 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6}$

**Примеры эталонов.** В настоящее время в нашей стране существует более 140 первичных и специальных эталонов. Характеристики некоторых из них приведены в табл. 1.2.

Для воспроизведения единицы в широком диапазоне частот приходится создавать несколько эталонов. Например, для напряжения разработано три эталона.

Погрешность эталона характеризуют средним квадратическим отклонением погрешности, а также неисключенной систематической погрешностью. Анализ и методы суммирования этих составляющих общей погрешности приведены в гл. 4. Заметим, что почти для всех эталонов преобладает неисключенная систематическая погрешность, которая в основном и определяет общую погрешность воспроизведения единицы физической величины. С наименьшей погрешностью воспроизводятся время и частота. Погрешности воспроизведения основных параметров, таких, как сила тока, напряжение, сопротивление, резко, иногда на два—три порядка, возрастают с увеличением рабочей частоты, причем погрешность воспроизведения может возрастать до  $10^{-2}$ ... $10^{-3}$ .

**Перспективы развития эталонов.** Возрастающие требования к точности измерений в различных областях народного хозяйства стимулируют создание новых специальных эталонов и увеличение точности уже существующих. При разработке эталонов стремятся использовать стабильные физические явления и процессы, воспроизведение которых обеспечивается фундаментальными законами физики и мало зависит от конкретных особенностей построения эталонов. Примером такого подхода является утвержденный в 1983 г. Государственный первичный эталон времени и частоты, основанный на резонансном поглощении электромагнитной волны атомами цезия.

Эталонные различия физических величин стараются строить так, чтобы они образовывали взаимосвязанную систему. Такие связи устанавливаются за счет использования первичных эталонов основных физических величин. Например, специальные эталоны мощности электромагнитных колебаний на СВЧ и мощности в оптическом диапазоне связаны между собой, так как их аттестуют по напряжению и сопротивлению на постоянном токе. Эталоны одной и той же физической величины для разных диапазонов частот сличают на перекрывающихся границах рабочих диапазонов.

## 1.4. ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ИСПЫТАНИЯ, ПОВЕРКА И РЕВИЗИЯ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Важнейшими мерами по обеспечению определенного метрологического уровня выпускаемых и находящихся в эксплуатации средств измерений являются испытания, поверка и ревизия.

**Государственные испытания.** Государственным испытаниям подвергают образцы средств измерений, предназначенных к серийному производству, а также ввозу из-за границы. В ходе испытаний устанавливают соответствие реальных характеристик средств измерений техническим нормам и современному уровню развития измерительной техники.

Существуют приемочные и контрольные испытания. Государственным приемочным испытаниям подвергают опытные образцы средств измерений нового типа,

предназначенных для серийного производства, а также образцы средств измерений, ввозимых из-за границы. Положительные результаты приемочных испытаний служат основанием для выдачи разрешения на серийное производство средств измерений, а для импортируемых средств измерений — на ввоз партии.

Цель контрольных испытаний заключается в проверке соответствия характеристик уже выпускаемых или импортируемых средств измерений требованиям нормативно-технической документации. Контрольные испытания проводят по истечении срока действия разрешения на серийное производство средств измерений, при внесении изменений в конструкцию и технологию производства средств измерений, влияющих на метрологические характеристики. По результатам контрольных испытаний принимают решение о продолжении выпуска, об устранении обнаруженных недостатков или о запрещении выпуска.

**Поверка и ее виды.** Поверкой средств измерений называют совокупность действий, выполняемых для определения погрешности средств измерений и их соответствия регламентированным значениям метрологических характеристик. По результатам поверки делают вывод о пригодности или непригодности средств измерений к эксплуатации.

Различают государственную и ведомственную поверку. Государственной поверке подлежат образцовые средства измерений, средства измерений, используемые при проведении государственных испытаний, а также средства измерений, используемые при учете материальных ценностей, топливно-энергетических ресурсов, в торговле и медицине. Конкретная номенклатура средств измерений, подлежащих государственной поверке, утверждается Госстандартом.

Ведомственную поверку проходят все находящиеся в эксплуатации средства измерений, не подлежащие государственной поверке. Не подвергаются поверке средства измерений, используемые в учебных целях, а также применяемые как индикаторы для установления не количественных соотношений, а только факта изменения значения физической величины.

Поверку средств измерений производят при их выпуске, после ремонта, при вводе в эксплуатацию после длительного срока хранения, при проведении инспекции или экспертизы. Для поддержания средств измерений в исправном состоянии важнейшее значение имеет периодическая поверка.

**Периодическая поверка.** Эксплуатационные свойства средств измерений зависят от их надежности — способности сохранять свои характеристики в заданных пределах в течение определенного интервала времени. Надежность характеризуют вероятностью безотказной работы средств измерений. Отказы в радиоизмерительной аппаратуре проявляются в частичной или полной потере свойств прибора и по характеру проявления делятся на явные и скрытые.

Явные отказы обычно возникают внезапно, и их сразу же обнаруживает оператор. Прибор снимают с эксплуатации и ремонтируют. Скрытые отказы проявляются в постепенном ухудшении точностных свойств прибора, в возрастании погрешности. Оператор этого не замечает, и с момента появления скрытого отказа эксплуатируется неисправный прибор. Поэтому скрытые отказы наиболее опасны.

Различают несколько методов поверки средств измерений. При комплектной поверке проверяют средство измерений в целом. Такая поверка дает наиболее достоверную информацию о метрологических характеристиках средств измерений и проста по выполнению. Во всех случаях, когда это возможно, комплектной поверке

отдают предпочтение. Если комплектную поверку реализовать нельзя, прибегают к поэлементной поверке. В ходе поверки экспериментально определяют погрешности отдельных структурных элементов средства измерений, а общую погрешность находят расчетным путем.

**Передача единиц физических величин рабочим средствам измерений.** В основе поверок лежит передача единиц физических величин от первичных эталонов к рабочим средствам измерений. С помощью первичного эталона поверяют рабочие эталоны. Рабочие эталоны служат для поверки рабочих средств измерений наивысшей точности и образцовых средств измерений 1-го разряда. Последние предназначены для поверки рабочих средств измерений высшей точности и образцовых средств измерений 2-го разряда. Наконец, образцовые средства измерений 4-го разряда используют для поверки измерительных устройств низшей точности.

Конкретные указания по поверке содержатся в поверочных схемах. В них указывают, какие средства измерений должны применяться и какими методами следует руководствоваться.

**Метрологическая ревизия и метрологическая экспертиза.** Метрологическая ревизия заключается в определении соответствия средств измерений и применяемых методик измерений требованиям народного хозяйства и уровня метрологического обеспечения производства. По результатам метрологической ревизии составляют рекомендации по изъятию средств измерений, признанных негодными для применения, а также предложения по устранению отмеченных недостатков.

Метрологическую экспертизу проводят тогда, когда возникают спорные вопросы о метрологических свойствах средств измерений, методах и средствах поверки, исправности средств измерений и их пригодности к измерениям, по письменному требованию органов суда, прокуратуры, государственного арбитража, а также по письменному заявлению предприятия.

## Выводы

По способу получения результата измерения делят на прямые, косвенные, совместные и совокупные.

Измерительные приборы прямого преобразования реализуют метод непосредственной оценки измеряемой величины, а приборы сравнения — метод сравнения измеряемой величины с образцовой.

Эталоны воспроизводят значение физической величины с наибольшей точностью. Погрешности эталонов различных физических величин существенно различаются. Наименьшую погрешность порядка  $10^{-13}$  имеет эталон времени и частоты. Погрешности воспроизведения единиц силы тока, напряжения и емкости резко возрастают с увеличением частоты.

Метрологическая служба осуществляет комплекс мер, направленных на обеспечение единства измерений с целью повышения эффективности производства и научных исследований.

Метрологический надзор за средствами измерений осуществляют путем поверки, ревизии и экспертизы средств измерений.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Чем отличаются понятия истинного и действительного значения физической величины?
2. Перечислите виды средств измерений. Чем отличается измерительный прибор от преобразователя и меры?
3. Как делят измерения по способу получения результата?
4. Постройте структурные схемы средств измерений прямого преобразования и сравнения и запишите соотношения для коэффициентов передачи.
5. Назовите порядок величин неисключенных систематических погрешностей эталонов времени и частоты, ЭДС и силы тока для разных диапазонов частот.
6. Перечислите основные направления деятельности метрологической службы. Что такое ГСИ и что она включает? Какова организационная структура метрологической службы?
7. В чем заключаются приемочные и контрольные испытания?
8. Определите понятие поверки средств измерений и охарактеризуйте способы поверки.
9. Что такое поверочная схема?
10. Чем отличается метрологическая ревизия от метрологической экспертизы и поверки?

## Глава 2. ПОГРЕШНОСТИ И ИХ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

---

Общую погрешность измерений можно представить как совокупность составляющих с разными свойствами. Методы анализа погрешностей основаны на математическом описании отдельных составляющих, что позволяет оценивать общую погрешность.

### 2.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Погрешности классифицируют по различным признакам: по причине возникновения, по закономерности проявления и в зависимости от скорости изменения измеряемой величины.

**Методическая, инструментальная и субъективная погрешности.** По причине возникновения различают методические, инструментальные и субъективные погрешности.

Методическая погрешность  $\Delta_m$  обусловлена несовершенством метода измерений или упрощениями, допущенными при измерениях. Так, она возникает из-за использования приближенных формул при расчете результата или неправильной методики измерений. Выбор ошибочной методики возможен из-за несоответствия измеряемой физической величины и ее модели. Пусть, например, тре-



буется измерить среднеквадратическое значение переменного напряжения, в котором доминирует первая гармоника, а амплитуды высших гармоник малы. Если за модель объекта измерений принять гармоническое напряжение, то измерения можно провести селективным вольтметром, измеряющим среднеквадратическое значение первой гармоники. Результат измерений будет содержать методическую погрешность из-за неучета высших гармоник. Для исключения погрешности следовало бы до проведения измерений оценить гармонический состав измеряемого напряжения анализатором спектра и принять более точную модель напряжения в виде совокупности гармонических составляющих. Такое напряжение необходимо измерять широкополосным вольтметром среднеквадратического значения или анализатором спектра.

Методическая погрешность может быть вызвана использованием приближенных формул при расчетах измеряемой величины.

Причиной методической погрешности может быть неучитываемое взаимное влияние объекта измерений и измерительных приборов или недостаточная точность такого учета. Например, методическая погрешность возникает при измерениях падения напряжения на участке цепи с помощью вольтметра, так как из-за шунтирующего действия вольтметра измеряемое напряжение уменьшается. Механизм взаимного влияния может быть изучен, а погрешности рассчитаны и учтены.

К методической относят погрешность отсчитывания по шкале аналоговых приборов и погрешность квантования и дискретизации в цифровых приборах. Если в прибор введены средства вычислительной техники, то появляется методическая погрешность, обусловленная преобразованием аналогового измерительного сигнала в цифровой: изменением масштаба, усечением машинного слова в процессоре, выполнением вычислительных операций. Эти погрешности могут быть существенными при использовании микропроцессорных систем с ограниченной разрядной сеткой и определяют требования к числу разрядов.

Инструментальная погрешность  $\Delta_i$  обусловлена несовершенством применяемых средств измерений. Причинами ее возникновения являются неточности, допущенные при изготовлении и регулировке приборов, изменение параметров элементов конструкции и схемы вследствие старения. В высокочувствительных приборах могут сильно проявляться их внутренние шумы.

В реальных условиях на результат измерений влияют не подлежащие измерениям физические величины, называемые влияющими. К ним относят температуру и влажность окружающей среды, напряжение питающей сети и другие факторы. Отклонения влияющих величин от номинальных значений приводит к увеличению инструментальной погрешности. Количественная связь между приращением влияющей величины и вызываемой этой величиной составляющей погрешности называют функцией влияния. На ре-

зультат измерений могут влиять и неинформативные параметры измерительного сигнала.

Субъективная погрешность обусловлена индивидуальными особенностями экспериментатора: его опытом, внимательностью, состоянием органов чувств, в первую очередь зрения. Так, субъективная погрешность от параллакса возникает при отсчитывании по шкале аналогового прибора, если стрелку визировать в направлении, не перпендикулярном поверхности шкалы. Иногда субъективная погрешность возникает, когда оператор считывает показания до того, как они установились. В современных цифровых приборах субъективная погрешность может не учитываться, и в дальнейшем рассматриваться не будет.

Таким образом, погрешность измерений  $\Delta = \Delta_m + \Delta_n$ , где  $\Delta_m$  и  $\Delta_n$  состоят из отдельных составляющих, обусловленных различными причинами.

Методические погрешности, обусловленные взаимодействием средств измерения и объекта измерений, а также погрешность дискретизации и квантования имеют и свойства инструментальной погрешности, так как зависят и от несовершенства прибора. Поэтому перечисленные составляющие погрешности часто относят к инструментальным. Такая неоднозначность классификации имеет лишь методическое значение, поскольку при расчете общей погрешности учитывают все ее составляющие и результат расчета общей погрешности не изменится от того, в какую погрешность,  $\Delta_m$  или  $\Delta_n$ , будут включены перечисленные составляющие.

**Систематические и случайные погрешности, грубые погрешности и промахи.** По закономерности проявления погрешности делят на систематические, случайные, грубые и промахи.

Систематической погрешностью называют составляющую погрешности измерений, которая остается постоянной или закономерно изменяется при повторных измерениях одной и той же величины.

К постоянным систематическим погрешностям относят некоторые методические погрешности, например погрешность из-за использования приближенных соотношений при проведении косвенных измерений. Систематическими являются некоторые составляющие инструментальной погрешности, например, погрешность градуировки прибора.

Некоторые систематические погрешности функционально связаны с влияющими величинами и изменяются в ходе измерений в соответствии с изменениями последних. Систематические погрешности могут быть вызваны процессом старения элементов аппаратуры. Это прогрессирующие во времени погрешности, изменение которых может быть описано лишь приближенно.

Общую систематическую погрешность  $\theta$  можно представить как сумму частных погрешностей  $\theta_i$ , вызванных различными

причинами:  $\theta = \sum_{i=1}^k \theta_i$ , где  $k$  — число учитываемых составляющих систематической погрешности.

Случайными называют составляющие погрешности измерений, изменяющиеся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Случайные погрешности определяются совместным действием ряда причин: внутренними шумами элементов электронных схем, наводками на входные цепи средств измерений, пульсацией постоянного питающего напряжения, дискретностью счета. Поэтому случайную погрешность можно также представить в виде суммы частных погрешностей  $\varepsilon_i$ , так что

$\varepsilon = \sum_{i=1}^m \varepsilon_i$ , где  $m$  — число учитываемых составляющих погрешно-

сти. Случайные погрешности оценивают методами математической статистики.

Общую погрешность  $\Delta$  определяют как сумму систематической  $\theta$  и случайной  $\varepsilon$  составляющих:

$$\Delta = \theta + \varepsilon. \quad (2.1)$$

Иногда появляются грубые погрешности, существенно превышающие ожидаемое значение погрешности. Как правило, грубые погрешности возникают из-за резких и непредсказуемых изменений влияющих величин. Так, грубые погрешности могут быть вызваны кратковременными скачками питающего напряжения при включении в сеть мощных потребителей энергии. Грубые погрешности исключают из дальнейшего рассмотрения статистическими методами.

Промахи обусловлены неправильными действиями экспериментатора, заключающимися, например, в описках при считывании показаний. Промахи обнаруживают нестатистическими методами и исключают.

**Статические и динамические погрешности.** В зависимости от скорости изменения измеряемой величины различают статическую и динамическую погрешности средств измерений. Статическая погрешность возникает при измерении постоянной во времени величины.

На практике измеряемая величина не остается постоянной, а с той или иной скоростью изменяется во времени. Если скорость изменений настолько мала, что инерционные свойства средства измерений еще не проявляются, то такие измерения по существу являются статическими и полностью характеризуются статической погрешностью. Так, при измерении медленно меняющегося постоянного напряжения вольтметром со стрелочным указателем можно допустить такую скорость изменения напряжения, при которой за время установления стрелки и снятия показания изме-

нение измеряемой величины значительно меньше погрешности вольтметра.

Если скорость изменения измеряемой величины такова, что проявляются инерционные свойства средства измерений, то общая погрешность, называемая погрешностью в динамическом режиме, превышает статическую погрешность. Разность между погрешностью в динамическом режиме и статической погрешностью называют динамической погрешностью средства измерений. Для расчета динамической погрешности используют импульсную, переходную или частотную характеристику средства измерений, а методику расчета изучают в курсе теории радиотехнических цепей и сигналов.

## 2.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Погрешность измерений описывают нестационарным случайным процессом, статистические характеристики которого меняются во времени. Типичная реализация такого процесса — зависимость погрешности конкретного средства измерений от времени (рис. 2.1). Эту зависимость  $\Delta(t)$  в большинстве случаев можно представить в виде суммы быстро изменяющейся флуктуационной составляющей  $\varepsilon(t)$  и медленно меняющегося среднего значения  $\theta(t)$ .

**Математическое описание систематической погрешности.** Среднее значение  $\theta(t)$  в общем случае описывают нестационарным случайным процессом. Иногда допустимо его приближенное представление в виде детерминированной функции времени.

За время  $T_n = (n-1)T_n$  (рис. 2.1) проведения  $n$  измерений с многократными наблюдениями, разделенными интервалом  $T_n$ , среднее значение обычно изменяется мало по сравнению с флуктуационной составляющей, поэтому можно считать  $\theta(t) = \theta_1$  и рассматривать значение  $\theta_1$  как постоянную за время измерений систематическую погрешность.

Если измерения с многократными наблюдениями провести через некоторое время, в течение которого среднее значение успеет существенно измениться, то погрешность примет новое значение, например  $\theta_2$ . Таким образом, при проведении измерений, разделенных большими интервалами времени, проявляется изменчивость погрешности  $\theta(t)$ .

Как уже указывалось, систематическая погрешность складывается из нескольких составляющих. Анализ причин, вызывающих возникновение от-

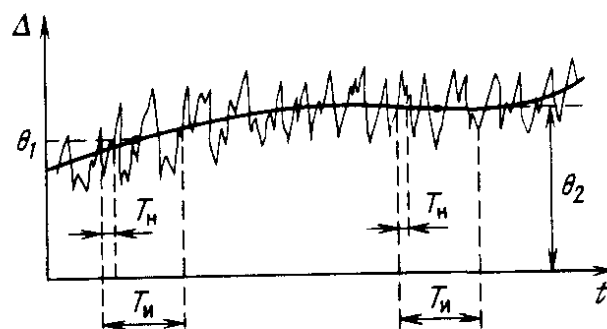


Рис. 2.1

дельных составляющих, позволит установить приближенные математические модели, пригодные для оценки систематической погрешности.

Методические погрешности в некоторых случаях постоянны и могут быть рассчитаны и исключены. Постоянными являются и инструментальные погрешности, вызванные неточностью регулировки средств измерений при их выпуске или поверке.

**Пример 2.1.** Пусть вольтметром с входным сопротивлением  $R_{вх} = 10$  МОм измерена ЭДС источника с внутренним сопротивлением  $R_i = 5$  кОм. До включения вольтметра выходное напряжение  $U = E$ . Включение вольтметра вызывает уменьшение напряжения до значения  $U' = ER_{вх}/(R_{вх} + R_i)$ .

Методическая погрешность

$$\delta_m = (U' - E)/E = -R_i/(R_{вх} + R_i),$$

при  $R_{вх} \gg R_i$   $\delta_m \approx R_i/R_{вх}$ .

Подставив сюда значения сопротивлений, получим

$$\delta_m = -0,5 \cdot 10^{-3} = -0,05 \text{ \%}.$$

Систематические погрешности, зависящие от влияющих величин, как правило, меняются во времени, поскольку сами влияющие величины не остаются постоянными. На параметры электронных измерительных приборов влияют влажность воздуха и температура окружающей среды, атмосферное давление, напряжение питающей сети, возможная вибрация, возникающая при эксплуатации средств измерений на подвижных объектах.

В лабораторных условиях наибольшее влияние на погрешность средств измерений оказывает температура элементов их схем. Характеристики большинства полупроводниковых приборов имеют сильно выраженную температурную зависимость, а параметры катушек индуктивности, конденсаторов и резисторов хотя и в меньшей мере, но также зависят от температуры. Изменения температуры элементов средств измерений вызваны двумя главными причинами: изменением рассеиваемой на этих элементах мощности и колебаниями температуры внешней среды — помещения, в котором размещены средства измерений.

После включения средства измерений в сеть на его элементах начинает рассеиваться практически вся потребляемая мощность, что вызывает значительные изменения температуры всего устройства. Характер и скорость нарастания температуры зависят от термодинамических характеристик элементов схемы: теплоемкости, характера теплообмена с внешней средой, причем элементы схемы нагреваются неравномерно. Однако общий характер нарастания некоторой средней температуры устройства приближенно может быть описан экспоненциальной зависимостью. Подобным же образом меняется и систематическая составляющая погреш-

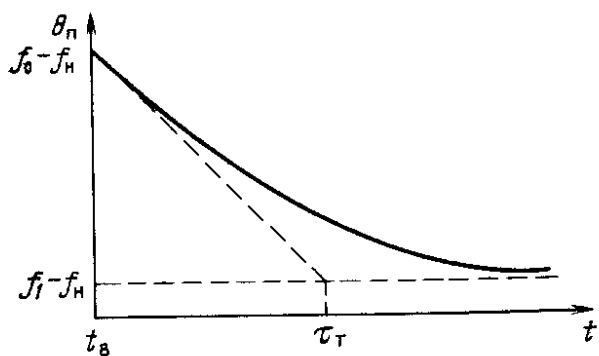


Рис. 2.2

ности  $\theta_n(t)$ , обусловленная прогревом средства измерений после его включения в сеть. На рис. 2.2 показана возможная зависимость погрешности установки частоты  $f(x)$  измерительного генератора от времени, аппроксимированная функцией

$$\theta_n(t) = f(t) - f_n = f_1 - f_n + (f_0 - f_1) \exp[-(t - t_b)/\tau_\tau],$$

где  $f_n$  — номинальное значение частоты, устанавливаемое по шкале прибора,  $f_0$  — значение частоты в момент включения,  $f_1$  — установившееся значение частоты,  $\tau_\tau$  — эквивалентная тепловая постоянная времени,  $t_b$  — момент включения прибора в сеть. Экспериментальная зависимость  $\theta_n(t)$  может описываться и более сложным образом, например суммой нескольких экспонент и линейной функции.

Изменение средней температуры средства измерений при его прогреве может достигать нескольких десятков градусов, что приводит к значительным изменениям систематической погрешности. Если измерения необходимо производить до окончания прогрева средства измерений, то систематическую погрешность можно учесть с помощью ранее полученной зависимости  $\theta_n(t)$  для данного средства измерений. Как правило, эти зависимости для разных экземпляров средств измерений имеют значительный разброс, поэтому использовать некоторую среднюю зависимость для любого экземпляра средств измерений данного типа обычно нецелесообразно.

В большинстве случаев измерения рекомендуют производить по окончании полного прогрева средств измерений. Необходимое время прогрева указывают в паспортных данных.

Изменения внешней температуры также вызывают появление систематической погрешности. Из-за большой тепловой постоянной времени прибора, которая может достигать десятков минут, он оказывает сглаживающее действие по отношению к колебаниям внешней температуры. Быстрые изменения фильтруются и не влияют на среднюю температуру прибора, а медленные колебания температуры среды изменяют его среднюю температуру и, следовательно, вызывают изменение систематической погрешности.

Влияние медленных колебаний температуры на систематическую погрешность можно учесть с помощью приближенного соотношения:

$$\theta_\tau \approx K_\tau(T^\circ - T_n^\circ),$$

где  $K_T$  — постоянный коэффициент;  $T^\circ$  — значение температуры в данный момент;  $T_n^\circ$  — номинальное значение температуры, при которой температурная погрешность  $\theta_T$  отсутствует.

Прогрессирующая во времени систематическая погрешность  $\theta_{пр}(t)$  обусловлена постепенным изменением параметров элементов схемы вследствие старения. Это медленный процесс, приближенно описываемый линейной зависимостью

$$\theta_{пр}(t) = K_c(t - t_n),$$

где  $K_c$  — постоянный коэффициент;  $t$  — время;  $t_n$  — время проведения последней поверки средства измерений, при которой систематическая погрешность была исключена. Исходя из допустимого значения погрешности  $\theta_{пр}$  и скорости ее изменения, выбирают периодичность поверки.

**Математическая модель случайной погрешности.** Быстрые флуктуации  $\varepsilon(t)$  определяют случайную погрешность, которую приближенно описывают эргодическим случайным процессом с нулевым математическим ожиданием. При проведении измерений с многократными наблюдениями эта составляющая проявляется в виде случайной величины, принимающей значения  $\varepsilon_i = \varepsilon(t_i)$ , взятые в моменты  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) проведения наблюдений. Значения  $\varepsilon_i$  обычно можно считать статистически независимыми.

Отсчитываемые по прибору значения измеряемой величины, а следовательно, и значения  $\varepsilon_i$  погрешности всегда содержат определенное число значащих цифр. Поэтому погрешность может принимать конечное число значений и, строго говоря, является дискретной случайной величиной. Однако математическое описание таких величин неудобно, и погрешность принято считать непрерывной случайной величиной.

Наиболее полной характеристикой случайной погрешности являются функции распределения. В дальнейшем будем использовать дифференциальную функцию распределения, называемую также плотностью распределения вероятностей  $p(\varepsilon)$  или сокращенно плотностью вероятности. По известной плотности вероятности можно определить вероятность пребывания случайной погрешности в заданных границах от  $\Delta_n$  до  $\Delta_b$ :

$$P_\Delta = P\{\Delta_n \leq \varepsilon \leq \Delta_b\} = \int_{\Delta_n}^{\Delta_b} p(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (2.2)$$

Для плотностей вероятности, описываемых симметричными относительно начала координат функциями, нижнюю  $\Delta_n$  и верхнюю  $\Delta_b$  границы погрешности также выбирают симметричными (рис. 2.3, а).

Симметричные границы обозначим одним символом  $\Delta_{вн}$  — положительной величиной. Верхняя и нижняя границы погрешности  $\Delta_b = \Delta_{вн}$   $\Delta_n = -\Delta_{вн}$  или  $\pm \Delta_{вн}$ . Для заданного закона рас-

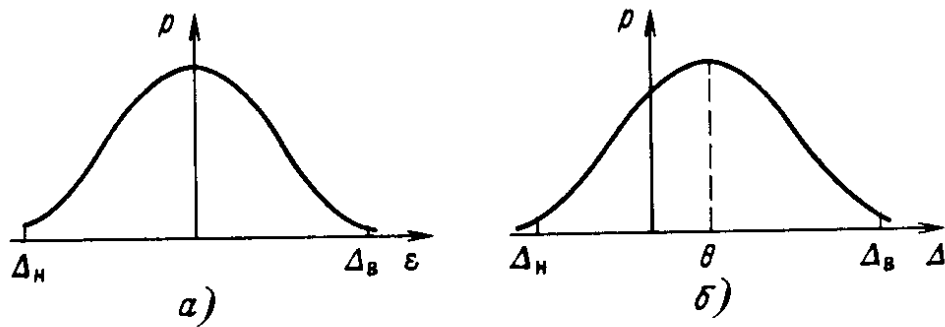


Рис. 2.3

пределения вероятность  $P_{\Delta}$  однозначно зависит от границ погрешности и возрастает с их увеличением.

Если  $P_{\Delta} = 1$ , то реальные погрешности не могут превышать границ  $\Delta_{в} = \Delta_{п}$  и  $\Delta_{н} = -\Delta_{п}$  или  $\pm \Delta_{п}$ . Погрешность  $\Delta_{п}$  будем называть предельной.

По результату измерений и границам погрешности оценивают интервал, в котором с заданной вероятностью  $P_{\Delta}$  лежит истинное значение  $X$  измеряемой величины. Подставив в (2.2)  $\varepsilon = x - X$ , получим  $P_{\Delta} = P\{x - \Delta_{вн} \leq X \leq x + \Delta_{вн}\}$ . Следовательно, вероятность  $P_{\Delta}$  соответствует вероятности пребывания истинного значения на интервале от  $x - \Delta_{вн}$  до  $x + \Delta_{вн}$ . Поскольку общая погрешность  $\Delta = \theta + \varepsilon$ , то ее плотность вероятности можно определить, сместив график  $\rho(\varepsilon)$  на  $\theta$  (рис. 2.3, б). В данном случае нижнюю  $\Delta_{н}$  и верхнюю  $\Delta_{в}$  границы интервала, в котором с вероятностью  $P_{\Delta}$  лежит погрешность, выбирают симметрично относительно математического ожидания, поэтому  $|\Delta_{н}| \neq \Delta_{в}$ .

К описанию погрешностей плотностью вероятности прибегают сравнительно редко, поскольку для получения  $P_{\Delta}$  приходится прибегать к интегрированию или использовать табличные интегралы, а само экспериментальное определение плотностей вероятности сопряжено со значительными затратами времени.

**Числовые характеристики погрешности.** Во многих случаях погрешности вычисляют по их числовым характеристикам: математическому ожиданию и центральным моментам. Математическое ожидание погрешности

$$M[\Delta] = \bar{\Delta} = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta \rho(\Delta) d\Delta = \theta \quad (2.3)$$

равно систематической составляющей.

Центральный момент второго порядка, называемый дисперсией,

$$D_{\varepsilon} = \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta - \theta)^2 \rho(\Delta) d\Delta = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^2 \rho(\varepsilon) d\varepsilon,$$

характеризует рассеяние погрешностей относительно математического ожидания — систематической погрешности. Дисперсия



$D_\varepsilon$  имеет размерность квадрата измеряемой величины и поэтому не удобна как характеристика рассеяния. Обычно вместо дисперсии используют среднее квадратическое отклонение (СКО) результатов измерений

$$\sigma = D^{1/2} = \left( \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^2 \rho(\varepsilon) d\varepsilon \right)^{1/2}. \quad (2.4)$$

Центральный момент третьего порядка

$$\mu_3 = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^3 \rho(\varepsilon) d\varepsilon$$

характеризует отклонения функции плотности вероятности от симметричной формы. Для симметричных распределений подынтегральная функция нечетна и  $\mu_3 = 0$ . Нормированное значение третьего центрального момента называют асимметрией распределения

$$S = \mu_3 / \sigma^3.$$

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только симметричных законов распределения как наиболее распространенных на практике.

Центральный момент четвертого порядка

$$\mu_4 = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^4 \rho(\varepsilon) d\varepsilon$$

характеризует острровершинность функции плотности вероятности. Чем острее вершина, тем медленнее спадает функция плотностей вероятности при больших значениях аргумента и, следовательно, возрастает момент четвертого порядка из-за растущего вклада в интеграл значений подынтегрального выражения при больших значениях  $\varepsilon$ . Для гауссовского закона нормированное значение момента четвертого порядка  $\mu_4 / \sigma^4 = 3$ . Острровершинность произвольных законов оценивают эксцессом  $E = (\mu_4 / \sigma^4) - 3$ , равным нулю при гауссовском законе распределения.

### 2.3. ПРИМЕРЫ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Для анализа погрешностей необходимо знать законы распределения отдельных составляющих погрешности, по которым можно определить закон распределения общей погрешности и решить вопрос о вычислении границ погрешностей.

В некоторых случаях удается оценить законы распределения составляющих погрешности до проведения опыта на основе анализа причин возникновения погрешностей.

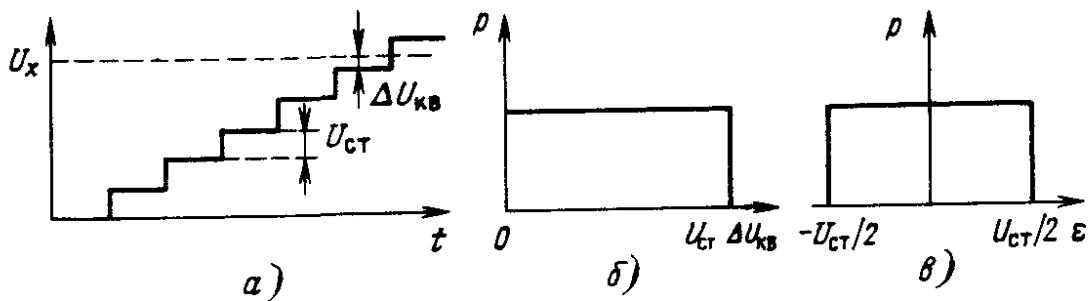


Рис. 2.4

**Равномерный закон.** Этому закону подчинены погрешности, возникающие при квантовании и дискретизации сигнала. Пусть, например, квантование измеряемого постоянного напряжения  $U_x$  осуществляют путем его сравнения с образцовым напряжением, изменяющимся по ступенчатому закону с постоянным шагом  $U_{ст}$  (рис. 2.4, а). Результат измерений определяется числом  $n$  ступенек, зафиксированным с помощью электронного счетчика, и погрешностью квантования  $\Delta U_{кв}$ :

$$U_x = nU_{ст} - \Delta U_{кв}.$$

Поскольку значение измеряемого напряжения неизвестно и нельзя указать область его предпочтительных значений, погрешность квантования считают распределенной по равномерному закону от 0 до  $U_{ст}$  (рис. 2.4, б). Систематическая погрешность

$$\theta = \int_0^{U_{ст}} \frac{1}{U_{ст}} \Delta U_{кв} d(\Delta U_{кв}) = \frac{U_{ст}}{2}.$$

Перейдем к центрированной случайной величине — случайной погрешности  $\epsilon = \Delta U_{кв} - \theta$ . График плотности вероятности погрешности  $\epsilon$  получается смещением графика  $\rho(\Delta U_{кв})$  на  $U_{ст}/2$  (рис. 2.4, в). Предельная погрешность  $\Delta_n = U_{ст}/2$ , СКО случайной погрешности

$$\sigma = \left( \int_{-U_{ст}/2}^{U_{ст}/2} \frac{1}{U_{ст}} \epsilon^2 d\epsilon \right)^{1/2} = \frac{U_{ст}}{\sqrt{12}} = \frac{\Delta_n}{\sqrt{3}}.$$

Квантование происходит и при измерениях аналоговыми приборами за счет округления измеряемой величины при ее считывании по шкале с ценой деления  $U_{дел}$ . Если при считывании выбрать значение измеряемой величины соответствующим ближайшей к указателю отметке шкалы (рис. 2.5), то измеряемая величина квантуется по уровням, соответствующим отметкам шкалы. Если округление производят до ближайшей к указателю отметке, то погрешность квантования лежит в симметричных пределах  $\pm U_{дел}/2$ , а систематическая погрешность отсутствует.

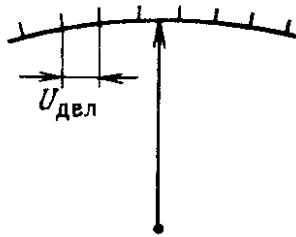


Рис. 2.5

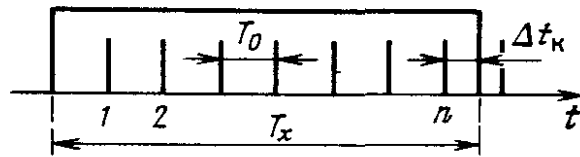


Рис. 2.6

Чаще всего при отсчитывании по шкале производят интерполяцию на глаз, когда оператор оценивает и доли деления шкалы. При этом в зависимости от расстояния между делениями предельная погрешность квантования может составлять 0,2...0,3 деления.

Погрешность квантования обусловлена и округлением результатов вычислений при обработке экспериментальных данных. Такая погрешность заключена в пределах  $\pm 5$  единиц отбрасываемого при округлении десятичного разряда, ее СКО составляет  $5/\sqrt{3}=2,89$  единиц этого разряда. Для уменьшения погрешности округления вычисления проводят с большим числом значащих цифр, а результат округляют лишь на последнем этапе вычислений.

Равномерный закон распределения погрешностей характеризует процесс дискретизации измеряемой величины, при котором непрерывную во времени величину заменяют ее значениями в дискретные моменты времени. На дискретизации, например, основан цифровой метод измерения временного интервала. Метод сводится к заполнению измеряемого интервала  $T_x$  короткими счетными импульсами с известным периодом повторения  $T_0$  и счету числа последних (рис. 2.6).

Из рис. 2.6 следует, что  $T_x = nT_0 + \Delta t_k$ , где  $n$  — число импульсов,  $\Delta t_k$  — погрешность дискретизации из-за неточности определения положения конца импульса  $T_x$ .

Поскольку измеряемая величина до измерений неизвестна, то конец интервала  $T_x$  может с равной вероятностью попасть на любой малый интервал между двумя счетными импульсами. Следовательно, погрешность  $\Delta t_k$  подчинена равномерному закону. Как видно из рис. 2.6, возможные значения  $\Delta t_k$  ограничены интервалом от нуля до  $T_0$ .

Систематическая погрешность  $\theta = T_0/2$ , СКО  $\sigma = T_0/\sqrt{12}$ .

Заметим, что рассмотренные погрешности квантования и дискретизации имеют общую особенность. Рассмотрим ее на примере погрешности квантования. Как уже отмечалось, после первого наблюдения измеряемой величины из-за неопределенности  $U_x$  погрешность  $\Delta U_{кв}$  примет случайное значение. По окончании первого наблюдения измеряемую величину уже нельзя считать случайной, поскольку она измерена и известно ее положение от-

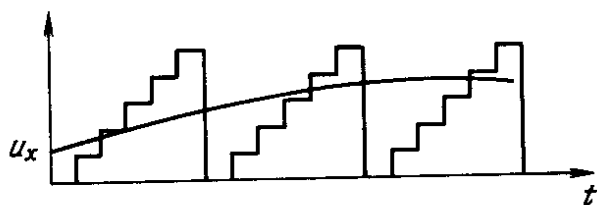
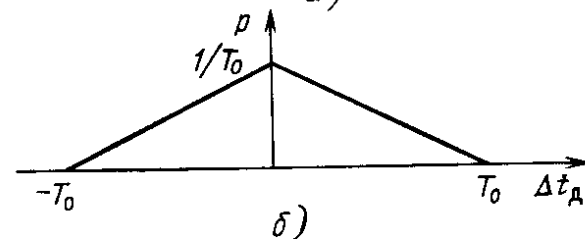
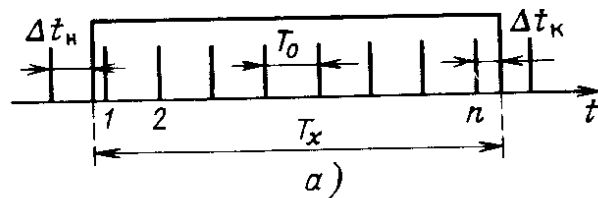


Рис. 2.7



Рис. 2.8



носителем ступенчатого напряжения. Поэтому при продолжении наблюдений получится та же самая погрешность. Таким образом, во всех наблюдениях, кроме первого, погрешность  $\Delta U_{кв}$  будет постоянна по значению.

Случайный же характер погрешности квантования проявляется при многократных наблюдениях изменяющейся во времени величины  $U_x$  (рис. 2.7). При каждом наблюдении погрешность принимает случайные значения, распределенные по равномерному закону.

Рассмотренные погрешности подчинены равномерному закону распределения в силу объективных причин. Существуют и погрешности, для которых равномерный закон является удобной математической моделью. Так, во многих случаях о погрешности ничего не известно, а заданы лишь ее пределы. За математическую модель этой погрешности целесообразно выбрать такую, которая дает наибольшую погрешность измерений.

Обычно погрешность выражают в единицах СКО, поэтому в качестве модели естественно принять такой закон распределения, который имеет наибольшее СКО. Можно показать, что среди одно-модальных законов распределения этим свойством обладает равномерный закон, ограниченный предельными погрешностями, который и принимают в качестве модели. Подобная ситуация возникает, например, при анализе неисключенной систематической погрешности, рассмотренной в § 4.6. Закон распределения этой погрешности обычно определить не удастся, а можно оценить лишь ее предельные значения  $\pm \theta_n$ . Закон распределения неисключенной систематической погрешности моделируют равномерным законом с СКО  $\sigma = \theta_n / \sqrt{12}$ .

Иногда в ходе измерений проявляется вариация показаний, приводящая к появлению погрешности. Сущность вариации показаний рассмотрим на примере. Пусть необходимо экспериментально определить резонансное значение емкости конденсатора высокочастотного колебательного контура, подсоединенного к генератору переменного напряжения. Резонансное значение емко-

сти отсчитывают по шкале переменного конденсатора, настраивая контур в резонанс. Если шкала связана с ротором конденсатора с помощью зубчатой передачи с некоторым зазором в зацеплении, то средние значения показаний шкалы  $C_6$  и  $C_m$  при подходе к резонансу со стороны больших и меньших емкостей будут различаться. Вариацию показаний  $H = |\tilde{C}_6 - \tilde{C}_m|$  определяют по большему числу измерений.

В электронных приборах вариация показаний может возникать из-за гистерезиса магнитных материалов и релаксационных схем при увеличении и уменьшении входного напряжения, а также из-за трения в системе подвеса рамки магнитоэлектрических приборов. Согласно ГОСТ 8.009—84 погрешность из-за вариации показаний считают равномерно распределенной в пределах  $\pm H/2$  со СКО  $\sigma = H/\sqrt{12}$ .

Заметим, что такая модель может быть уточнена. Если в ходе измерений все отсчеты производят только при увеличении или уменьшении измеряемой величины, то погрешность из-за гистерезиса приобретает систематический характер со значениями  $\pm H/2$ . Если же считать, что увеличение и уменьшение измеряемой величины равновероятны, то погрешность из-за гистерезиса является дискретной случайной величиной с равновероятными значениями  $\pm H/2$  и СКО  $\sigma = H/2$ .

Следует также иметь в виду, что при существенной погрешности из-за гистерезиса закон распределения общей погрешности может быть двухмодальным, что, например, иногда имеет место в генераторах с настройкой механическим приводом.

**Треугольный закон.** Можно показать, что треугольный закон распределения погрешностей является композицией двух равномерных законов с одинаковыми дисперсиями. Такая композиция, например, имеет место при измерении временного интервала цифровым методом, если начало измеряемого интервала не синхронизировано с последовательностью счетных импульсов (рис. 2.8, а). Результат измерений

$$T_x = nT_0 - \Delta t_n + \Delta t_k = nT_0 - \Delta t_d,$$

где  $\Delta t_n$  и  $\Delta t_k$  — погрешности дискретизации в начале и конце интервала  $T_x$ ,  $\Delta t_d$  — общая погрешность дискретизации.

При отсутствии синхронизации начало интервала может с одинаковой вероятностью попасть в интервал времени от нулевого до первого счетного импульса. Эта погрешность подчинена равномерному закону с предельными значениями 0 и  $T_0$  подобно уже рассмотренной погрешности  $\Delta t_k$ . Если интервал  $T_x$  не измерен, то случайные погрешности независимы, а закон распределения общей погрешности дискретизации  $\Delta t_d$  треугольный с предельными значениями  $\pm T_0$  (рис. 2.8, б). Плотность вероятностей

$$p(\Delta t_d) = \begin{cases} \frac{\Delta t_d}{T_0^2} + \frac{1}{T_0} & \text{при } -T_0 \leq \Delta t_d \leq 0, \\ -\frac{\Delta t_d}{T_0^2} + \frac{1}{T_0} & \text{при } 0 \leq \Delta t_d \leq T_0, \\ 0 & \text{при } \Delta t_d < -T_0; \quad \Delta t_d > T_0. \end{cases} \quad (2.6)$$

СКО  $\sigma = T_0/\sqrt{6}$ .

**Закон арксинуса.** При измерении постоянного напряжения вольтметром на вход прибора кроме измеряемого напряжения  $U_x$  может поступать гармоническое напряжение помехи  $u_n = U_n \cos \omega t$ , вызванной наводками (рис. 2.9, а). Если время измерения вольтметром намного меньше периода повторения помехи, то можно считать, что вольтметр измеряет мгновенное значение напряжения  $U_x + u_n$ . Момент включения вольтметра случаен по отношению к помехе, поэтому помеху можно считать реализацией случайного процесса — гармонического напряжения со случайной фазой, равномерно распределенной в пределах  $\pm \pi$ .

В курсе теории вероятностей показано, что в этих условиях плотность вероятности мгновенного значения помехи описывается законом арксинуса:

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{\pi \sqrt{U_n^2 - \varepsilon^2}},$$

график которого показан на рис. 2.9, б.

Среднее квадратическое отклонение  $\sigma = U_n/\sqrt{2}$  равно эффективному значению гармонического напряжения помехи.

**Гауссовский закон.** Обычно случайная погрешность измерений определяется суммой большего числа статистически независимых составляющих с конечными дисперсиями. Практика показала, что в этом случае погрешность подчинена закону, близкому к гауссовскому, иногда называемому нормальным. Этот результат является следствием центральной предельной теоремы, со-

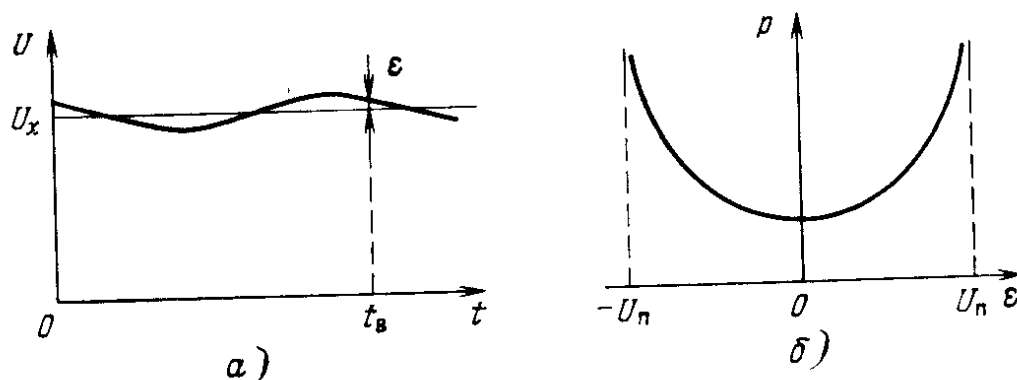


Рис. 2.9

гласно которой закон распределения суммы независимых случайных величин с конечными дисперсиями стремится к гауссовскому при увеличении числа слагаемых. Даже при трех-четырех слагаемых с соизмеримыми дисперсиями закон распределения суммы может быть близок к гауссовскому, особенно в области больших значений плотности вероятности. Однако в области малых значений плотности вероятности закон распределения суммы сходится к гауссовскому значительно медленнее.

Экспериментальные исследования по определению и анализу реальных законов распределения погрешностей показали, что гауссовский закон нельзя считать универсальным и пригодным без всяких ограничений для описания погрешностей средств измерений. Это объясняется тем, что на практике условия центральной предельной теоремы выполняются не полностью из-за ограниченного числа слагаемых. Кроме того, всем электронным устройствам свойственна некоторая нелинейность характеристик, например ограниченная протяженность амплитудных характеристик линейных устройств, вследствие чего гауссовский закон может существенно исказиться.

Гауссовский закон удобно использовать в качестве математической модели неизвестного закона распределения, если есть предпосылки считать его близким к гауссовскому.

Плотность вероятности гауссовского закона

$$p(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(\Delta - \theta)^2}{2\sigma^2}\right].$$

Для случайной погрешности  $\varepsilon = \Delta - \theta$  плотность вероятности имеет вид:

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right).$$

Вероятность появления случайной погрешности  $\varepsilon$  в пределах  $\pm \Delta_{\text{вн}}$

$$P_{\Delta} = P\{-\Delta_{\text{вн}} \leq \varepsilon \leq \Delta_{\text{вн}}\} = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^{\Delta_{\text{вн}}} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right) d\varepsilon = 2\Phi(t),$$

где  $t = \Delta_{\text{вн}}/\sigma$ .

Функция  $2\Phi(t)$ , называемая интегралом вероятности, табулирована (табл. 2.1).

**Закон распределения  $\chi^2$ .** Как известно из курса теории вероятностей, сумма квадратов  $k$  независимых центрированных слу-

чайных величин  $x_i$  с единичными дисперсиями  $\chi^2 = \sum_{i=1}^k x_i^2$  ( $i =$

Таблица 2.1. Значение интеграла вероятности

$t$	$2\Phi(t)$	$t$	$2\Phi(t)$	$t$	$2\Phi(t)$
0,0	0,00	2,0	0,954	2,7	0,9931
0,5	0,38	2,1	0,964	2,8	0,9949
1,0	0,68	2,2	0,972	2,9	0,9963
1,2	0,77	2,3	0,979	3,0	0,9973
1,4	0,84	2,4	0,984	3,1	0,9981
1,6	0,89	2,5	0,988	3,2	0,9987
1,8	0,93	2,6	0,991	3,3	0,99904

$= 1, 2, \dots, k$ ) подчиняется закону распределения  $\chi^2$ . Закон распределения зависит от числа независимых слагаемых, называемого количеством степеней свободы.

Плотность вероятности распределения  $\chi^2$  описывают выражением

$$p(\chi^2) = [2^{k/2} \Gamma(k/2)]^{-1} \chi^{2[(k/2)-1]} \exp(-\chi^2/2),$$

где  $\Gamma$  — гамма-функция.

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины  $\chi^2 = k$ ;  $\sigma^2 = 2k$ . При большем числе степеней свободы  $k > 30$  распределение  $\chi^2$  приближается к гауссовскому.

**Закон Лапласа.** Этот закон описывает предельное распределение суммы случайного числа случайных слагаемых. Плотность вероятности

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma} \exp\left(-\frac{\varepsilon\sqrt{2}}{\sigma}\right).$$

Числовые характеристики некоторых законов распределения приведены в табл. 2.2.

## Выводы

По причине возникновения погрешности делят на методические, инструментальные и субъективные. По характеру проявления различают систематические и случайные погрешности. Динамическая погрешность обусловлена инерционностью средства измерений.

Систематическая погрешность постоянна или медленно меняется за время проведения измерений с многократными наблюдениями. Некоторые составляющие ее для конкретных средств измерений поддаются приближенному описанию с помощью детерминированных функций времени.



Таблица 2.2. Числовые характеристики некоторых законов распределения

Закон распределения	График плотности вероятности	$\Delta_{вн}/\sigma$	$E$
Арсинусный		1,41	-1,5
Равномерный		1,73	-1,2
Трапецеидальный		2,19	-0,984
Треугольный		4,45	-0,6
Гауссовский		3	0
Лапласа		4,18	3

Примечание. Для гауссовского закона и закона Лапласа принято  $P_{\Delta} = 0,9973$ .

Случайную погрешность обычно описывают как случайную величину или эргодический случайный процесс. Основной характеристикой ее является плотность вероятности, с помощью которой можно рассчитать вероятность пребывания погрешности в заданных границах или решить обратную задачу.

Законы распределения некоторых составляющих случайной погрешности могут быть определены теоретически до проведения эксперимента. Это — погрешности квантования и дискретизации.

Погрешности с неизвестным законом распределения, заданные своими пределами, в метрологии принято характеризовать равномерным законом. Если случайная погрешность состоит из нескольких статистически независимых составляющих с соизмеримыми СКО, то согласно центральной предельной теореме ее можно приближенно описать гауссовским законом независимо от законов распределения составляющих.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как различаются погрешности по причинам их возникновения? Приведите примеры.

2. Что такое функция влияния? Приведите примеры влияющих величин и неинформативных параметров измерительного сигнала.

3. Как делят погрешности по характеру их проявления? Приведите примеры постоянных и изменяющихся во времени систематических погрешностей.

4. Сформулируйте понятия погрешности средств измерений в динамическом режиме и динамической погрешности.

5. Как связаны и что характеризуют границы погрешностей  $\Delta_v$ ,  $\Delta_n$  и вероятность  $P_\Delta$ . Что такое предельная погрешность?

6. Какие числовые характеристики погрешностей принято использовать при анализе точности измерений? Каков смысл этих характеристик?

7. Что такое погрешность квантования и какому закону распределения она подчинена? Как изменится закон распределения, если высоту первой ступеньки компенсирующего напряжения (см. рис. 2.4) принять равной  $U_{ст}/2$ ?

8. Как проявляется погрешность квантования при многократных наблюдениях в случае, если измеряемая величина постоянна или изменяется от наблюдения к наблюдению?

9. Опишите статистические свойства погрешности дискретизации, если начало измеряемого временного интервала совпадает с нулевым счетным импульсом или с серединой интервала между нулевым и первым импульсами.

10. Каким погрешностям в метрологии принято приписывать равномерный закон распределения?

11. В каких случаях возникает погрешность, распределенная по треугольному и трапецеидальному законам?

12. При каких условиях возникает погрешность, подчиненная закону распределения арксинуса?

13. В чем заключается сущность центральной предельной теоремы? Перечислите причины, по которым реальные законы распределения общей погрешности даже при большом числе частных погрешностей отличаются от гауссовского закона.

## ЗАДАЧИ

1. С помощью вольтметра с входным сопротивлением  $R_{вх} = 10$  МОм и входной емкостью  $C_{вх} = 100$  пФ (рис. 2.10) измерено падение напряжения на резисторе  $R_2$ . Определите абсолютную и относительную методические погрешности, обусловленные шунтирующим действием вольтметра, если  $R_1 = R_2 = 200$  кОм,  $E = 10$  В, напряжение постоянное.

2. Для условий задачи 1 определите абсолютную методическую погрешность в случае переменного напряжения и постройте ее частотную зависимость в диапазоне 0...100 кГц. На какой частоте погрешность увеличится вдвое по сравнению

со своим значением при  $f=0$ . Указание: при решении задачи, используя теорему об эквивалентном генераторе, следует преобразовать схему в  $RC$ -цепочку.

3. После включения измерительного генератора гармонических колебаний в сеть частота его колебаний изменяется по закону

$$f(t) = f_n + (f_0 - f_n) \exp(-t/\tau_r),$$

где  $f_n = 320$  кГц — номинальное значение частоты генератора, считываемое с его шкалы;  $f_0 = 328$  кГц — значение частоты в момент включения;  $\tau_r = 5$  мин — тепловая постоянная времени.

Постройте зависимость систематической погрешности от времени. Определите необходимое время прогрева, если допустима погрешность установки частоты 1 %.

4. Прогрессирующая систематическая погрешность практически полностью определяет общую погрешность вольтметра. С каким интервалом следует проводить поверки вольтметра, если  $K_c = 2,74 \cdot 10^{-6}$  В/сут., а допустимая систематическая погрешность не должна превышать 1 мВ?

5. Погрешность измерения напряжения характеризуется случайной составляющей с гауссовским законом распределения с СКО  $\sigma = 0,1$  В и систематической погрешностью  $\theta = -0,1$  В. Определите верхнюю и нижнюю границы погрешности, если вероятность  $P_\Delta = 0,9$ . Как изменятся границы, если  $\theta = 0$ ?

6. Длина отрезка измерена линейкой, причем нулевая отметка линейки точно совмещена с началом отрезка. С каким СКО погрешности квантования измерена длина, если цена деления линейки 1 мм?

7. Выведите формулу, связывающую границы погрешности  $\Delta_{\text{вн}}$ , выраженные в долях СКО, и вероятность  $P_\Delta$  для равномерного и треугольного законов и законов арксинуса и Лапласа.

8. По результатам, полученным в задаче 7 рассчитайте отношения  $\Delta_{\text{вн}}/\sigma$  при  $P_\Delta = 0,9$ . Сравните полученные результаты между собой и с аналогичным отношением для гауссовского закона.

9. Временной интервал измерен цифровым методом. Определите границы погрешности дискретизации при  $P_\Delta = 0,9$ , если  $T_0 = 1$  мкс. Начало измеряемого интервала попадает на середину интервала между нулевым и первым счетными импульсами.

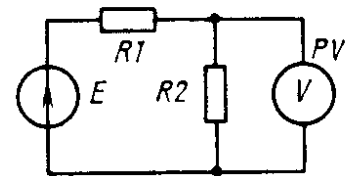


Рис. 2.10

## Глава 3. РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ И ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Для определения погрешности измерений необходимо знать ее составляющие: инструментальную, методическую и субъективную. Во многих случаях среди этих составляющих преобладает инструментальная погрешность, от которой в основном и зависит общая погрешность измерения. Следовательно инструментальная

погрешность определяет возможную точность измерения даже тогда, когда методическую погрешность удастся учесть и исключить. Поэтому количественная оценка инструментальной погрешности — важнейшая задача, решаемая метрологией.

### 3.1. ПРИНЦИПЫ НОРМИРОВАНИЯ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Метрологическими называют характеристики средств измерений, необходимые для расчета результата измерений и оценки погрешностей. Для обеспечения единства измерений метрологические характеристики нормируют — определяют допускаемые отклонения реальных характеристик от номинальных, а также допускаемые значения погрешностей. Погрешность нормируют, исходя из двух противоречивых требований. Если нормируемое значение погрешности меньше реального, то это приводит к неверной оценке результата измерений, что может увеличить брак выпускаемой продукции. Если же нормируемое значение погрешности больше реального, то необходимо повышать точность измерительных приборов, что приводит к росту затрат на их разработку и эксплуатацию.

Практика показала, что ущерб от применения приборов с завышенными метрологическими характеристиками меньше, чем от использования приборов с заниженными характеристиками. Поэтому считают, что лучше завесить оценку погрешности по сравнению с ее реальным значением.

**Индивидуальные и типовые метрологические характеристики средств измерений.** Конкретное средство измерений характеризуется определенными, только ему присущими метрологическими характеристиками: случайной и систематической погрешностями, динамическими характеристиками. Эти характеристики наиболее точно и полно описывают возможности прибора. Однако экспериментальное определение индивидуальных метрологических характеристик связано со значительными затратами времени и средств. Кроме того, со временем погрешности изменяются, так что достоверность полученных данных постепенно снижается. Поэтому к определению и нормированию индивидуальных метрологических характеристик прибегают только при создании и эксплуатации эталонов и образцовых средств измерений, а также при проведении точных измерений в ходе научных исследований.

подавляющее большинство средств измерений, используемых для технических измерений, характеризуют типовыми метрологическими характеристиками, пригодными для оценки погрешностей любого случайным образом выбранного экземпляра средств измерений данного типа. Эти характеристики определяются при разработке и выпуске средств измерений и вносятся в

технические описания всех без исключения средств измерений данного типа. Естественно, что такое нормирование не учитывает индивидуальных свойств средства измерений.

**Нормируемые метрологические характеристики средств измерений.** Сведения о метрологических характеристиках рабочих средств измерений приводят в нормативно-технических документах, например в технических паспортах. К нормируемым метрологическим характеристикам относят следующие характеристики:

предназначенные для получения результата измерений без учета погрешностей (зависимость выходного сигнала от входного, называемую градуировочной характеристикой, цена деления шкалы для аналоговых приборов и мер или выходной код и цена единицы младшего разряда кода цифровых приборов);

погрешности;

динамические, необходимые для анализа работы средств измерений в динамическом режиме, когда скорость изменений сигнала такова, что начинают проявляться инерционные свойства средств измерений. Динамические характеристики задают в форме импульсных или переходных характеристик или комплексной частотной характеристики. Иногда динамические характеристики нормируют только некоторыми параметрами, например временем установления;

позволяющие оценить взаимодействие средств измерений и других устройств, подключенных к ним. Примером могут служить входное полное сопротивление приборов, коэффициент стоячей волны в волноводном тракте, к которому подключен прибор.

**Нормальные и рабочие условия эксплуатации.** Если влияющие величины находятся в нормальной области значений, то условия эксплуатации средств измерений считают нормальными. Нормальную область значений задают пределами изменений влияющих величин, а также их номинальными значениями (табл. 3.1). Инструментальную погрешность в нормальной области значений влияющих величин называют основной.

Таблица 3.1. Нормальные области значений влияющих величин

Наименование	Номинальное значение	Допускаемые отклонения от номинального значения
Температура окружающей среды, °С	20	$\pm 0,1 \dots \pm 10$
Напряжение питающей сети, В	220	$\pm 4,4$
Частота напряжения питающей сети, Гц	50	$\pm 0,5$

Всякое отклонение влияющей величины от своего номинального значения вызывает увеличение общей погрешности средств измерений. Пока это увеличение незначительно, и им можно пренебречь, условия эксплуатации считают нормальными. Как следует из табл. 3.1, нормальная область значений влияющих величин охватывает довольно узкий диапазон их возможных изменений.

Выход значения влияющей величины за пределы нормальной области значений приводит к возникновению значительной погрешности, называемой дополнительной. Дополнительную погрешность нормируют для рабочей области значений влияющих величин.

В зависимости от рабочей области значений температуры окружающей среды приборы делят на семь групп (табл. 3.2).

Таблица 3.2. Рабочие области значений температуры окружающей среды

Номер группы	1	2	3	4	5	6	7
Рабочие области температуры °С	10...25	10...35	5...40	-10...+40	-32...+50	-50...+60	-30...+70

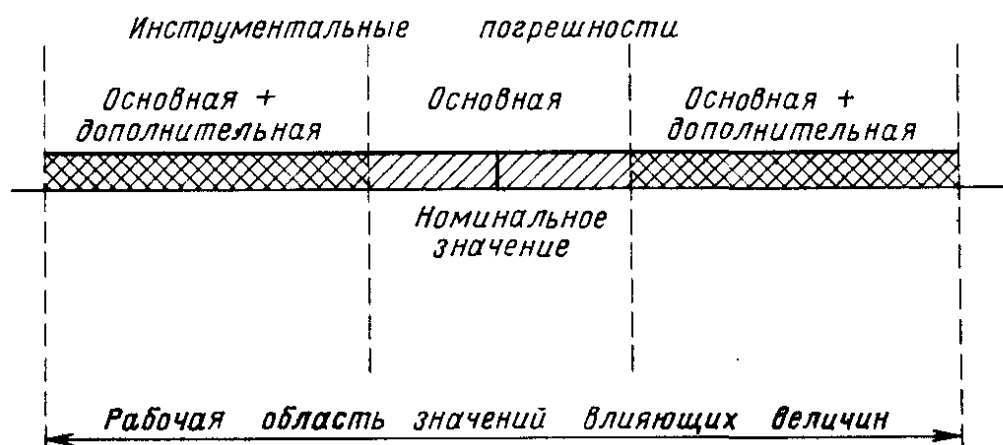


Рис. 3.1

При отклонениях влияющих величин, превышающих границы рабочей области значений, погрешность не нормируют, хотя средства измерений могут сохранять свою работоспособность. Диаграмма, показывающая связь между влияющими величинами и погрешностями, приведена на рис. 3.1.

## 3.2. НОРМИРОВАНИЕ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ПРЕДЕЛОМ ДОПУСКАЕМОЙ ПОГРЕШНОСТИ

Рассмотрим совокупность средств измерений данного типа в нормальных условиях эксплуатации, считая, что систематическая погрешность не меняется во времени. Каждое средство измерений характеризуется определенной плотностью вероятности погрешностей  $p_i(\Delta)$  ( $i=1, \dots, n$ ), где  $n$  — число средств измерений. Некоторые из них показаны на рис. 3.2. Совокупность плотностей вероятности служит основой для нормирования погрешностей средств измерений.

**Пределы допускаемой погрешности.** Наиболее простой способ оценки инструментальной погрешности средств измерений данного типа заключается в установлении пределов  $\pm \Delta_{\text{оп}}$  допускаемой основной погрешности, как показано на рис. 3.2. Эти пределы выбирают со значительным запасом по отношению к реальным погрешностям средств измерений. Так, для некоторых типов электроизмерительных приборов значение  $\Delta_{\text{оп}}$  в 1,5...2,5 раза превышает наибольшее значение реальной погрешности приборов при их выпуске или после поверки. При условии правильной эксплуатации средств измерений и своевременного проведения поверок все без исключения погрешности средств измерений данного типа попадают в интервал  $\pm \Delta_{\text{оп}}$ , т. е. вероятность этого события  $P_{\Delta} = 1$ .

**Способы выражения пределов допускаемой основной погрешности. Классы точности средств измерений.** Существует несколько способов выражения предела допускаемой основной погрешности. Чаще всего абсолютную погрешность выражают как  $\Delta_{\text{оп}} = a$  или  $\Delta_{\text{оп}} = b + cx$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — постоянные коэффициенты, выбираемые из ряда:  $1 \cdot 10^n$ ;  $1,5 \cdot 10^n$ ;  $2 \cdot 10^n$ ;  $2,5 \cdot 10^n$ ;  $4 \cdot 10^n$ ;  $6 \cdot 10^n$ , где  $n = 1, 0, -1, -2$  и т. д. Составляющую  $b$  называют аддитивной погрешностью, а составляющую  $cx$  — мультипликативной.

Заметим, что в нормативно-технической документации, в том числе и в технических описаниях приборов, погрешности  $\Delta_{\text{оп}}$

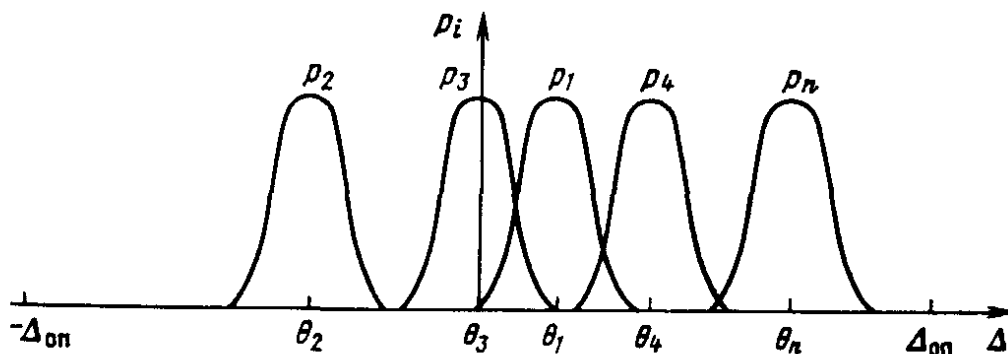


Рис. 3.2

Таблица 3.3. Способы выражения предела допускаемой погрешности. Классы точности

Математическое выражение	Пример конкретного значения	Обозначение класса точности	
		в документации	на средствах измерений
$\gamma_{оп} = \Delta_{оп}/X_k$	1,5	Класс точности 1,5	1,5
$\delta_{оп} = d/x$	0,5	Класс точности 0,5	0,5
$\delta_{оп} = g + e \left( \frac{X_k}{x} - 1 \right)$	$0,02 + 0,01 \left( \frac{X_k}{x} - 1 \right)$	Класс точности 0,02/0,01	0,02/0,01

обычно приписывают два значения, например,  $\Delta_{оп} = \pm a$ . В этом случае при определении пределов  $-\Delta_{оп}$  и  $+\Delta_{оп}$  знаки плюс и минус пришлось бы учитывать дважды. Поэтому в настоящем пособии в дальнейшем будут приведены формулы только для расчета положительного значения погрешности  $+\Delta_{оп}$ . Пределы же могут быть определены как  $\pm \Delta_{оп}$ .

Некоторые способы выражения предела относительной допускаемой погрешности  $\delta_{оп}$  и приведенной погрешности  $\gamma_{оп}$  указаны в табл. 3.3, где коэффициенты  $g$  и  $e$  выбирают из приведенного ряда,  $X_k$  — конечное значение шкалы или предел диапазона.

Приборы можно характеризовать классом точности, обычно оцениваемым его допускаемой погрешностью, выраженной в процентах. Примеры обозначения классов точности показаны в табл. 3.3.

Существуют и другие формы выражения предела допускаемой погрешности. Так, в формулу для ее вычисления иногда вводят значения неинформативных параметров измерительного сигнала

и влияющих величин  $\xi_i$ , например, 
$$\delta_{оп} = a_0 + \sum_{i=1}^l a_i \xi_i, \quad \text{где}$$

$i=1, \dots, l$ ,  $l$  — число учитываемых влияющих величин и неинформативных параметров,  $a_0, a_i$  — постоянные коэффициенты.

**Дополнительные погрешности и их нормирование.** Дополнительные погрешности также нормируют их допускаемыми пределами — оценками погрешностей сверху. Для выпускаемых промышленностью радиоизмерительных приборов всегда задают температурную дополнительную погрешность и в некоторых случаях дополнительные погрешности из-за изменений питающего напряжения.

Дополнительную температурную погрешность чаще всего выражают в долях основной погрешности при определенных изме-



нениях температуры среды. Например, часто температурную погрешность задают в форме: дополнительная погрешность, вызванная отклонением температуры окружающей среды от нормальной, не превышает основной погрешности на каждые  $10^\circ\text{C}$  изменения температуры. Такая формулировка допускает неоднозначное толкование температурной зависимости погрешности: не определено, каким законом — линейным или ступенчатым — описывается температурная зависимость дополнительной погрешности.

Температурную погрешность  $\Delta_{\text{дпт}}$  можно рассчитать по формуле, предусматривающей линейную зависимость от температуры  $T^\circ$  окружающей среды:

$$\Delta_{\text{дпт}} = \begin{cases} 0 & \text{при } T^\circ \text{ в нормальной области значений,} \\ k\Delta_{\text{оп}} \frac{|T^\circ - 20^\circ|}{10^\circ} & \text{при } T^\circ \text{ вне нормальной области в рабочей области значений,} \end{cases}$$

где  $20^\circ$  — номинальная температура в градусах Цельсия,  $k$  — постоянный коэффициент. Обычно  $k=1$  или  $k=0,5$ .

Иногда дополнительную погрешность, например, из-за изменений питающего напряжения  $U_{\text{п}}$  задают в форме:

$$\Delta_{\text{дпU}} = \begin{cases} 0 & \text{при } U_{\text{п}} \text{ в нормальной области значений,} \\ k\Delta_{\text{оп}} & \text{при } U_{\text{п}} \text{ вне нормальной области.} \end{cases}$$

Изменения частоты задающего генератора обычно оценивают предельными значениями нестабильности за определенные интервалы времени после поверки или выпуска прибора.

**Расчет инструментальной погрешности в рабочих условиях.** Инструментальная погрешность в рабочих условиях складывается из основной и дополнительных погрешностей. Поскольку эти составляющие нормированы своими предельными значениями, то при вычислении инструментальной погрешности следует руководствоваться наименее благоприятным случаем сочетания погрешностей — суммированием пределов их допускаемых значений. Полученная погрешность будет также предельной. Предел инструментальной погрешности

$$\Delta_{\text{ип}} = \Delta_{\text{оп}} + \sum_{i=1}^l \Delta_{\text{дп}i}, \quad (3.1)$$

где  $\Delta_{\text{дп}i}$  — пределы допускаемых дополнительных погрешностей, вызванных  $i$ -й влияющей величиной,  $l$  — число учитываемых влияющих величин.

Границы инструментальной погрешности симметричны относительно нуля и составляют  $\pm \Delta_{\text{ип}}$ .

Если заданы относительные значения основной  $\delta_{оп}$  и дополнительных погрешностей  $\delta_{дпi} = \Delta_{дпi}/x$ , то их суммируют аналогично:

$$\delta_{ин} = \delta_{оп} + \sum_{i=1}^l \delta_{дпi}. \quad (3.2)$$

В некоторых случаях основную и дополнительную погрешности не оценивают отдельно, а приводят несколько соотношений для расчета в различных условиях эксплуатации. Так, погрешности средств измерений зарубежного производства иногда нормируют в форме  $ax + bX_k$ , причем значения коэффициентов  $a$  и  $b$  приводят для нескольких условий эксплуатации.

**Пример 3.1.** Вольтметром В7-16 измерено постоянное напряжение, показание прибора  $U = 6,382$  В на шкале  $U_k = 10$  В при температуре окружающей среды  $T^\circ = 31$  °С и напряжения питания  $U_n = 231$  В. Время преобразования 20 мс. Определим инструментальную погрешность.

Метрологические характеристики вольтметра приведены в приложении. Как следует из него, температура окружающей среды и напряжение сети лежит вне нормальной области значений, но не выходят за пределы рабочей области значений. Следовательно, при расчете инструментальной погрешности следует учитывать дополнительные погрешности, обусловленные температурой среды и напряжением питания (см. приложение).

Основная погрешность вольтметра  $\delta_{оп} = (0,05 + 0,05U_k/U) \% = 0,128 \%$ .

Дополнительная температурная погрешность  $\delta_{дпT} = (0,05 + 0,05U_k/U) \times (T^\circ - 20^\circ) / 20^\circ = 0,070 \%$ .

Дополнительная погрешность из-за непостоянства напряжения питающей сети  $\delta_{дпU} = (0,02U_k/U) \% = 0,0313 \%$ .

Предельная относительная инструментальная погрешность согласно (3.8)  $\delta_{ин} = 0,229 \%$ .

Предельная абсолютная погрешность  $\Delta_{ин} = 0,0146\text{В} \approx 0,015$  В.

**Достоинства и недостатки нормирования погрешности по допускаемому пределу.** Основное достоинство рассмотренного метода нормирования погрешностей заключается в простоте экспериментального определения пределов допускаемой погрешности, так как нет необходимости исследовать статистические характеристики погрешностей средств измерений. Подобная оценка сильно завышает реально существующие погрешности средств измерений. Попадание погрешности в рассчитанный интервал является практически достоверным событием, оцениваемым вероятностью  $P_\Delta = 1$ . Пределами допускаемой погрешности нормируют практически все средства измерений массового применения. Часто даже сильно завышенная погрешность приборов, оцениваемая пределом допускаемого значения, оказывается значительно меньше погрешности, которую можно допустить при эксперименте. В таких условиях завышенная оценка погрешности полностью удовлетворяет экспериментатора.

К оценке погрешностей по допускаемому пределу прибегают и тогда, когда недопустимо появление погрешности, превышающей расчетное значение, напри-

мер из-за возможных катастрофических последствий или угрозы здоровью людей.

Недостаток рассмотренного метода заключается в том, что пределы допускаемой погрешности являются обобщенной оценкой, в которой нельзя выделить систематическую и случайную составляющие погрешности.

### 3.3. РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ С УЧЕТОМ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ

По известной инструментальной погрешности можно рассчитать погрешность измерений, если учесть методическую и субъективную погрешности. Субъективная погрешность при достаточно высокой квалификации оператора пренебрежимо мала, и в дальнейшем она учитываться не будет. Таким образом, общая погрешность измерений  $\Delta = \Delta_{ин} + \Delta_{м}$ , где  $\Delta_{ин}$  и  $\Delta_{м}$  — инструментальная и методическая погрешности.

Поскольку рассмотренный метод нормирования инструментальной погрешности — это метод наихудшего случая, то и при оценке погрешности измерений следует так выбирать верхнюю  $\Delta_{в}$  и нижнюю  $\Delta_{н}$  границы погрешности  $\Delta$ , чтобы в пределы от  $\Delta_{в}$  до  $\Delta_{н}$  попали все погрешности при наименее благоприятном сочетании отдельных составляющих. Рассмотрим частные случаи вычисления погрешности.

Методическая погрешность постоянна, и ее значение известно:  $\Delta_{м} = \theta_{м}$ . В этом случае она имеет систематический характер, и следует ввести поправку в показание. Исправленный результат измерений  $x_{ис} = x - \theta_{м}$ . Границы интервала  $x + \Delta_{ин}$  и  $x - \Delta_{ин}$  также сместятся на  $-\theta_{м}$  (рис. 3.3, а), а протяженность интервала не изменится. Результат измерений записывают в виде

$$x_{ис} \pm \Delta_{п}, P_{\Delta} = 1, \quad (3.3)$$

где  $\Delta_{п} = \Delta_{ин}$  — предельная погрешность измерений.

Поскольку при задании погрешностей их пределами всегда выполняется условие  $P_{\Delta} = 1$ , то для более компактной записи результат обычно приводят без указания вероятности:  $x_{ис} \pm \Delta_{п}$ . Такой формы записи мы будем придерживаться в дальнейшем.

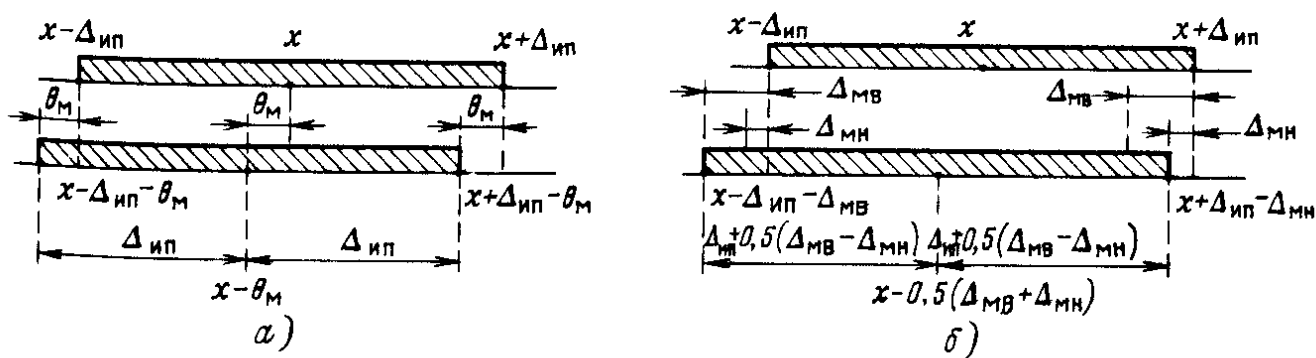


Рис. 3.3

Результат можно представить как  $x$ ;  $\Delta_{\text{ип}} - \theta_m$ ;  $-\Delta_{\text{ип}} - \theta_m$ ; с несимметричными относительно  $x$  границами. Такая форма менее удобна, и в дальнейшем мы ее использовать не будем.

**Пример 3.2.** Определим результат измерений напряжения для источника питания с выходным сопротивлением 10 кОм для условий, перечисленных в примере 3.1. Как показано в примере 2.1, методическая погрешность  $\delta_m = -R_i/(R_{\text{вх}} + R_i) = -10^{-3}$ , откуда  $\theta_m = U\delta_m = -0,0064$  В. Результат измерений согласно (3.3) примет вид:  $6,388 \pm 0,015$  В.

Методическая погрешность задана верхним и нижним пределами:  $\Delta_{\text{мв}}$  и  $\Delta_{\text{мн}}$ .

Как это следует из рис. 3.3, б, наихудший случай соответствует границам интервала  $x - \Delta_{\text{ип}} - \Delta_{\text{мв}}$  и  $x + \Delta_{\text{ип}} - \Delta_{\text{мн}}$ . Протяженность интервала увеличится и составит  $x + \Delta_{\text{ип}} - \Delta_{\text{мн}} - x + \Delta_{\text{ип}} + \Delta_{\text{мв}} = 2\Delta_{\text{ип}} - \Delta_{\text{мн}} + \Delta_{\text{мв}}$ . Для того чтобы записать результат с симметричными пределами погрешности, следует ввести поправку  $-0,5(\Delta_{\text{мв}} + \Delta_{\text{мн}})$ , а погрешность увеличить на  $0,5(\Delta_{\text{мв}} - \Delta_{\text{мн}})$ . Результат измерений

$$x_{\text{ис}} \pm \Delta_{\text{п}}, \quad (3.4)$$

где  $x_{\text{ис}} = x - 0,5(\Delta_{\text{мв}} + \Delta_{\text{мн}})$ ,  $\Delta_{\text{п}} = \Delta_{\text{ип}} + 0,5(\Delta_{\text{мв}} - \Delta_{\text{мн}})$ .

**Пример 3.3.** Определим результат измерений для условий примера 3.2, если известно, что выходное сопротивление источника питания лежит в пределах 0...10 кОм. Расчет по формуле, приведенной в примере 2.1, дает  $\Delta_{\text{мн}} = 0$ ;  $\Delta_{\text{мв}} = -0,0064$  В. Согласно (3.4) результат измерений  $6,385 \pm 0,018$  В.

### 3.4. НОРМИРОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ СТАТИСТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Этот метод основан на учете статистических свойств погрешностей и позволяет отдельно учитывать систематические и случайные составляющие.

**Оценка инструментальной погрешности.** Если экспериментатор выбрал средство измерений случайным образом, то ему неизвестно конкретное значение систематической погрешности, и эту погрешность можно рассматривать как случайную величину. Ее конкретное значение остается неизвестным, но она подчиняется закону распределения, который можно определить для совокупности средств измерений данного типа. Систематическую погрешность характеризуют числовыми значениями, например математическим ожиданием  $\theta$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma_{\theta}$ .

В нормальных условиях общая инструментальная погрешность средств измерений данного типа  $\Delta_{и} = \theta + \varepsilon$ . Определив математическое ожидание от правой и левой частей равенства, получим:  $\bar{\Delta}_{и} = \bar{\theta}$ , поскольку  $\bar{\varepsilon} = 0$ . Это значит, что среднее значение погрешностей, полученных при измерениях с многократными наблюдениями с помощью разных экземпляров средств измерений данного типа, приближается к  $\bar{\theta}$ .

Среднее квадратическое отклонение погрешности  $\Delta_{и}$

$$\sigma_{и}^2 = \sigma_{\theta}^2 + \sigma_{\varepsilon}^2$$

зависит не только от среднего квадратического отклонения случайной погрешности, но и от рассеяния систематических погрешностей разных экземпляров средств измерений.

Заметим, что случайные величины  $\varepsilon$  и  $\theta$  имеют разный характер. Погрешность  $\varepsilon$  проявляется в виде случайной величины при измерениях с многократными наблюдениями, выполненных определенным экземпляром средств измерений. Случайный характер погрешности  $\theta$  проявляется при рассмотрении всей совокупности средств измерений данного типа, ее характеристики нельзя определить по одному экземпляру средств измерений.

Случайную погрешность средств измерений делят на три составляющие: собственную погрешность  $\varepsilon_{\text{соб}}$ , погрешность  $\varepsilon_{н}$ , обусловленную гистерезисом, и погрешность квантования  $\varepsilon_{\mu}$ , зависящую от цены деления  $\mu$  младшего разряда показания средств измерений:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{соб}} + \varepsilon_{н} + \varepsilon_{\mu}.$$

Собственная погрешность характеризует рассеяние результатов многократных наблюдений при отсутствии вариации показаний или тогда, когда влияние гистерезиса исключено. Как показано в § 2.4, погрешность, обусловленную вариацией показаний, считают распределенной по равномерному закону СКО  $\sigma_{н} = H/\sqrt{12}$ . Третья составляющая характеризует погрешность дискретизации, ее СКО  $\sigma_{\mu} = \mu/\sqrt{12}$ .

Полагая составляющие случайной погрешности независимыми, получаем

$$\sigma_{\varepsilon} = [\sigma_{\text{соб}}^2 + (1/12)(H^2 + \mu^2)]^{1/2},$$

$$\sigma_{и} = (\sigma_{\theta}^2 + \sigma_{\varepsilon}^2)^{1/2} = [\sigma_{\theta}^2 + \sigma_{\text{соб}}^2 + (1/12)(H^2 + \mu^2)]^{1/2}.$$

Значения  $\sigma_{\text{соб}}$  и  $H$  для разных экземпляров средств измерений данного типа несколько различаются, и для расчета общей инструментальной погрешности берут их предельные значения  $\sigma_{\text{соб п}}$  и  $H_{п}$ , которые приводят в паспортных данных.

Верхняя  $\Delta_{ив}$  и нижняя  $\Delta_{ин}$  границы интервала, в котором с заданной вероятностью  $P_\Delta$  находится инструментальная погрешность, определяются соотношениями:

$$\Delta_{ив} = \bar{\theta} + t_1 [ \sigma_\theta^2 + \sigma_{собр}^2 + (1/12)(H_n^2 + \mu^2) ]^{1/2}, \quad (3.5)$$

$$\Delta_{ин} = \bar{\theta} - t_1 [ \sigma_\theta^2 + \sigma_{собр}^2 + (1/12)(H_n^2 + \mu^2) ]^{1/2}, \quad (3.6)$$

где  $t_1$  — коэффициент, зависящий от выбранного значения вероятности  $P_\Delta$  и закона распределения погрешности  $\Delta_{и}$ .

Точное значение  $t_1$ , соответствующее заданной вероятности  $P_\Delta$ , можно определить, только зная закон распределения погрешности  $\Delta_{и}$  — композицию законов распределения всех составляющих общей погрешности. Если композиция неизвестна, то согласно ГОСТ 8.009—84 значение  $t_1$  можно приближенно определить графически (сплошная линия на рис. 3.4). Штриховой линией на рис. 3.4 показано значение  $t$ , определенное для гауссовского закона распределения погрешностей. Как следует из графика, приближенно можно считать  $t_1 \approx t$ .

Из-за неопределенности реального вида закона распределения погрешностей найденное по графику значение  $t_1$  является приближенным. Возможные значения  $t_1$ , соответствующие различным встречающимся на практике одномодальным законам распределения, ограничены заштрихованной областью. Из рис. 3.4 следует, что зона неопределенности  $t_1$  составляет от 7% при  $P_\Delta = 0,9$  до 30% при  $P_\Delta = 0,99$ .

Соотношение между СКО различных составляющих общей погрешности зависит от вида рассматриваемых средств измерений. Если некоторые составляющие мало влияют на общую погрешность, то их можно не нормировать. Так, иногда не нормируют случайную погрешность  $\varepsilon$  или ее составляющие  $\varepsilon_{собр}$  и  $\varepsilon_n$ . Числовые характеристики систематической погрешности нормируют всегда.

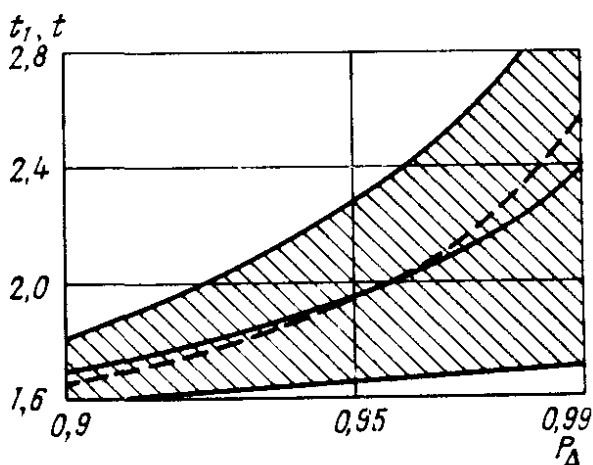


Рис. 3.4

**Пример 3.4.** Определим границы инструментальной погрешности при  $P_\Delta = 0,95$  для вольтметра в нормальных условиях эксплуатации.

Метрологические характеристики вольтметра:  $\bar{\theta} = 0,008$  В;  $\sigma_\theta = 0,002$  В;  $\sigma_{собр} = 0,003$  В;  $H_n = 0,001$  В;  $\mu = 0,001$  В. Как следует из (3.11) и (3.12)

$$\Delta_{ив} = 0,008 + 1,96 [ 0,002^2 + 0,003^2 + (0,001^2 + 0,001^2) / 12 ]^{1/2} = 0,0151 \approx \approx 0,015 \text{ В}; \Delta_{ин} = 0,0009 \approx 0,001 \text{ В}.$$

Заметим, что с учетом неопределенности коэффициента  $t_1$ , найденного

по рис. 3.4, эти границы могут быть несколько шире. Так, при предельном значении  $t_1 = 2,3$  для заданной вероятности  $P_\Delta = 0,95$   $\Delta_{\text{нв}} = 0,016$  В;  $\Delta_{\text{нн}} = 0$ .

В данном примере вклад в общую погрешность погрешностей из-за вариации показаний и конечной цены деления оказывается очень малым, поэтому эти две составляющие можно было бы не нормировать.

Указанная методика позволит рассчитать погрешность в нормальных условиях эксплуатации. Выход влияющих величин за пределы нормальной области значений приводит к изменению составляющих инструментальной погрешности. Эти изменения учитывают, вводя функции влияний, определяемые экспериментально или расчетным путем для каждой из составляющей инструментальной погрешности. Например, в рабочих условиях математическое ожидание систематической погрешности

$$\bar{\theta}_p = \bar{\theta} + \sum_{i=1}^l K_i(\xi_i - \xi_{in}),$$

где  $K_i(\xi_i - \xi_{in})$  — функция влияния,  $K_i$  — постоянный коэффициент,  $\xi_i$  — значение влияющей величины в рабочих условиях эксплуатации,  $\xi_{in}$  — номинальное значение влияющей величины,  $l$  — число учитываемых влияющих величин.

Подобным же образом рассчитывают и другие составляющие. Границы инструментальной погрешности вычисляют по формуле, аналогичной (3.12), где составляющие рассчитаны для рабочих условий.

**Достоинства и недостатки метода.** Рассмотренный метод позволяет определять погрешность средств измерений, учитывающую статистические свойства ее отдельных составляющих. Эта погрешность более полно, чем оценка по пределу допускаемого значения, отражает метрологические свойства средств измерений.

Однако из-за неопределенности задания истинного закона распределения общей погрешности средств измерений протяженность интервала, в который попадают значения погрешностей средств измерений, определяется со значительной погрешностью, достигающей 30 % при  $P_\Delta = 0,99$ .

В интервал, ограниченный пределами  $\Delta_v$  и  $\Delta_n$ , с заданной вероятностью  $P_\Delta$  попадают значения погрешностей, полученных перебором всех средств измерений данного типа. Но для конкретного экземпляра эта оценка может быть сильно завышена или занижена. Например, погрешности средств измерений с наименьшими систематическими погрешностями, описываемые плотностями вероятности  $p_1$  и  $p_3$  (см. рис. 3.2), будут группироваться в средней части интервала, так что для данных экземпляров средств измерений реальный интервал значительно меньше вычисленного. В то же время значения погрешностей средств измерений, описываемых законом распределения  $p_n$ , будут попадать за пределы интервала с вероятностью, значительно большей заданного значения  $P_\Delta$ .

Этот недостаток — неизбежное следствие самой постановки задачи нормирования одним интервалом погрешностей средств измерений данного типа с различными систематическими погрешностями.

Основной недостаток нормирования погрешности статистическим методом состоит в необходимости громоздких измерений и расчетов при нормировании погрешностей, что возможно только на основе применения средств автоматизации при выпуске и поверке средств измерений. Выполнение такого нормирования сильно усложняется из-за влияния прогрессирующей погрешности. В настоящее время к нормированию погрешностей статистическими методами прибегают редко.

**Другие методы оценки погрешностей.** Рассмотренная методика оценки одним числом, например  $\Delta_{\text{вн}}$ , неизбежно приводит к потере информации о систематической и случайной составляющих погрешности, отраженных в нормируемых метрологических характеристиках средств измерений. От этого недостатка свободны существующие методы выражения погрешностей, в которых погрешность оценивают несколькими параметрами.

Наиболее полную характеристику систематической и случайной погрешностей дают их законы распределения  $p(\theta)$  и  $p(\varepsilon)$ , выраженные в виде формул или таблиц. Менее полную характеристику дают, например, верхняя  $\theta_{\text{в}}$  и нижняя  $\theta_{\text{н}}$  границы систематической погрешности в сочетании с характеристиками случайной погрешности, заданной законом распределения или нормированным законом и СКО. Если показание прибора составляет 1,326 В, то результат записывают в форме: 1,326 В,  $\theta$  от 1 мВ до 2 мВ,  $P_{\Delta} = 0,95$ ;  $\delta_{\varepsilon} = 1$  мВ, норм.

Несколько иной метод нормирования погрешностей рекомендован 70-й сессией Международного комитета мер и весов в 1981 г. Все погрешности рекомендуется делить на две группы: А, оцениваемую статистическими методами, и В, оцениваемую другими методами. Способ получения статистических характеристик погрешностей группы А — многократные наблюдения или анализ по множеству средств измерений. Следовательно, к группе А относятся случайные погрешности. Погрешности группы В неслучайны, их значение неизвестно, но обычно заданы их границы. Такие погрешности моделируют как случайные величины и оценивают СКО, которое обозначают  $u$ . Вид модели устанавливают с учетом всех знаний о погрешности.

Рассмотренный подход имеет много общего со статистическим нормированием погрешностей, но сделан акцент на необходимости отдельного учета случайной и других погрешностей, имеющих неслучайный характер.

### 3.5. ПОГРЕШНОСТИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Анализ погрешностей косвенных измерений в большинстве случаев заключается в расчете числовых характеристик погрешности определения измеряемой величины по заданным характеристикам погрешностей измерений аргументов.

**Основные соотношения.** Косвенные измерения заключаются в расчете истинного значения измеряемой величины  $Y = f(X_1; X_2; \dots; X_n)$  по истинным значениям аргументов  $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$ . В ходе эксперимента получают результаты  $x_i$  измерений аргументов, связанные с истинными значениями соотношением  $X_i = x_i - \Delta_i$ , где  $\Delta_i$  — погрешность измерения  $x_i$ . Следовательно,



$$y - \Delta = f(x_1 - \Delta_1; x_2 - \Delta_2; \dots; x_n - \Delta_n),$$

где  $y$  — результат косвенных измерений,  $\Delta$  — погрешность.

Если погрешности малы по сравнению с соответствующими результатами, т. е.  $\Delta_i/x_i \ll 1$ , то можно воспользоваться разложением в степенной ряд, ограничившись членами, содержащими погрешность не более чем во второй степени

$$y - \Delta = f(x_1; x_2; \dots; x_n) - \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \Delta_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \right) \Delta_i^2 - \sum_{i=1; i < j}^n \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right) \Delta_i \Delta_j.$$

Отсюда следует, что результат измерений

$$y = f(x_1; x_2; \dots; x_n), \quad (3.7)$$

а погрешность

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \Delta_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \right) \Delta_i^2 + \sum_{i=1; i < j}^n \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right) \Delta_i \Delta_j. \quad (3.8)$$

Для определения систематической погрешности полученной оценки возьмем математическое ожидание от правой и левой частей равенства. Поскольку математическое ожидание суммы равно сумме математических ожиданий, то

$$\bar{\Delta} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \bar{\Delta}_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \right) \bar{\Delta}_i^2 + \sum_{i=1; i < j}^n \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right) \overline{\Delta_i \Delta_j}. \quad (3.9)$$

Подставляя сюда  $\Delta_i = \theta_i + \varepsilon_i$  и учитывая, что  $\bar{\Delta} = \theta$ ;  $\bar{\Delta}_i = \theta_i$ ;  $\bar{\Delta}_i^2 = \theta_i^2 + 2\theta_i \varepsilon_i + \varepsilon_i^2 = \theta_i^2 + \sigma_i^2$  и  $\overline{\Delta_i \Delta_j} = \overline{(\theta_i + \varepsilon_i)(\theta_j + \varepsilon_j)} = \theta_i \theta_j + \sigma_i \sigma_j r_{ij}$ , получаем:

$$\theta = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \theta_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \right) (\theta_i^2 + \sigma_i^2) + \sum_{i=1; i < j}^n \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right) (\theta_i \theta_j + \sigma_i \sigma_j r_{ij}), \quad (3.10)$$

где  $r_{ij} = \overline{\varepsilon_i \varepsilon_j} / \sigma_i \sigma_j$  — коэффициент взаимной корреляции погрешностей  $\varepsilon_i$  и  $\varepsilon_j$ . Для линейной функции  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  вторые и смешанные производные равны нулю, и поэтому

$$\theta = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \theta_i. \quad (3.11)$$

Допустимость использования этого соотношения для нелинейных функций можно оценить, вычислив поправку

$$q = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \right) (\theta_i^2 + \sigma_i^2) + \sum_{i=1; i < j}^n \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right) (\theta_i \theta_j + \sigma_i \sigma_j r_{ij}) \quad (3.12)$$

и сопоставив ее со значением  $\theta$ .

Заметим, что поправка зависит не только от систематических погрешностей, но и от СКО случайных погрешностей измерения аргументов  $x_i$ . Даже при отсутствии систематических погрешностей поправка может отличаться от нуля и уменьшается с уменьшением погрешности.

**Пример 3.5.** Пусть  $y = x^2$ , а погрешности прямых измерений значения  $x = 1$  составляют  $\theta_x = \sigma_x = 0,1$ . В данном случае производные  $dy/dx = 2x$ ,  $d^2y/dx^2 = 2$ . Систематическая погрешность  $\theta = 2 \cdot 0,1 = 0,2$ . Поправка  $q = 0,5 \cdot 2(0,01 + 0,01) = 0,02$  составляет 10 % от систематической погрешности и оказывает незначительное влияние на общую погрешность.

Как правило, при использовании современных средств измерений, обеспечивающих относительную погрешность менее  $10^{-2} \dots 10^{-3}$ , поправку можно не учитывать и систематическую погрешность рассчитывать по формуле (3.12).

Для оценки случайной погрешности результата косвенных измерений вычтем (3.9) из (3.8) и, пренебрегая членами, содержащими погрешность во второй степени, получаем:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \varepsilon_i.$$

Возведем полученное равенство в квадрат и определим математическое ожидание от левой и правой частей:

$$\overline{\varepsilon^2} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \overline{\varepsilon_i^2} + 2 \sum_{i=1; i < j}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial x_j} \right) \overline{\varepsilon_i \varepsilon_j},$$

откуда

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1; i < j}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial x_j} \right) \sigma_i \sigma_j r_{ij}. \quad (3.13)$$

Для некоррелированных погрешностей

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2. \quad (3.14)$$

Заметим, что законы суммирования средних квадратических отклонений справедливы при любых законах распределения случайных погрешностей.

**Частные случаи вычисления погрешностей.** Погрешность суммы. Пусть зависимость  $y$  от  $x_i$  имеет вид суммы:

$$y = \sum_{i=1}^n a_i x_i. \quad (3.15)$$

Подставив частные производные  $\partial f / \partial x_i = a_i$  в (3.11) и в (3.13), получим

$$\theta = \sum_{i=1}^n a_i \theta_i, \quad (3.16)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1; i < j}^n a_i a_j \sigma_i \sigma_j r_{ij}. \quad (3.17)$$

Для некоррелированных погрешностей

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2. \quad (3.18)$$

**Погрешность произведения.** Рассмотрим функцию вида

$$y = A x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}. \quad (3.19)$$

Подставив в (3.16) частные производные

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \alpha_i A x_1^{\alpha_1} \dots x_i^{\alpha_i - 1} \dots x_n^{\alpha_n} = \frac{\alpha_i}{x_i} y$$

и поделив правую и левую части на  $y$ , получим

$$\frac{\theta}{y} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \frac{\theta_i}{x_i}, \quad (3.20)$$

где  $\theta/y$  и  $\theta_i/x_i$  — относительные систематические погрешности измерения  $y$  и  $x_i$  соответственно.

Среднее квадратическое отклонение вычислим согласно (3.13):

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i^2}{x_i^2} y^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1; i < j}^n \left( \frac{\alpha_i}{x_i} y \right) \left( \frac{\alpha_j}{x_j} y \right) \sigma_i \sigma_j r_{ij}.$$

Поделив правую и левую части на  $y$ , получим более удобную формулу записи:

$$\gamma^2 = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \gamma_i^2 + 2 \sum_{i=1; i < j}^n \alpha_i \alpha_j \gamma_i \gamma_j r_{ij}, \quad (3.21)$$

где  $\gamma_i = \sigma_i/x_i$  и  $\gamma = \sigma/y$  — относительные СКО результатов измерений  $y$  и  $x_i$  соответственно.

Если погрешности не коррелированы, то

$$\gamma^2 = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \gamma_i^2. \quad (3.22)$$

**Пример 3.6.** По результатам прямых измерений емкостей  $C_2=102,3$  пФ и  $C_1=94,8$  пФ определена емкость  $C=C_2-C_1$ . Найдем погрешность измерений емкости  $C$ , если заданы составляющие погрешностей измерений  $C_2$  и  $C_1$ . Систематические погрешности  $\theta_{C_2}=1,1$  пФ;  $\theta_{C_1}=0,9$  пФ; СКО случайных погрешностей, подчиненных гауссовскому закону,  $\sigma_{C_2}=0,5$  пФ;  $\sigma_{C_1}=0,5$  пФ. Коэффициент корреляции  $r_{12}=0$ .

Согласно формулам (3.16) и (3.18) систематическая погрешность  $\theta_C = \theta_{C_2} - \theta_{C_1} = 0,2$  пФ, а СКО случайной погрешности  $\sigma_C = (\sigma_{C_2}^2 + \sigma_{C_1}^2)^{1/2} \approx 0,71$  пФ.

Исправленный результат  $C - \theta_C = 7,3$  пФ. Для вероятности  $P_\Delta = 0,95$   $t = 1,96$  и  $\Delta_{\text{ин}} = 1,96 \cdot 0,71 \approx 1,4$  пФ. Результат измерений  $(7,3 \pm 1,4)$  пФ.

Относительное значение СКО измерения разности  $C = C_2 - C_1$

$$\gamma_C = \frac{(\sigma_{C_1}^2 + \sigma_{C_2}^2)^{1/2}}{C_2 - C_1} = \frac{(\sigma_{C_1}^2 + \sigma_{C_2}^2)^{1/2}}{C}$$

возрастает с уменьшением разности. При малых разностях  $C_2 \approx C_1$  и можно принять  $\sigma_{C_1} = \sigma_{C_2}$ . Тогда  $\gamma_C = \gamma_{C_1} C_1 \sqrt{2}/C$ , где  $C_1 \sqrt{2}/C \gg 1$ .

Так, в рассмотренном примере  $\gamma_{C_1} \approx \gamma_{C_2} \approx 0,5\%$ , а СКО результата  $\gamma_C = 9,4\%$ , т. е. возросло почти в 20 раз по сравнению с  $\gamma_{C_1}$ .

Из-за роста погрешностей измерений малых разностей к их измерениям стараются не прибегать.

При измерениях разностей на СКО результата сильно влияет коэффициент корреляции  $r_{12}$ . Если, например,  $\sigma_{C_1} = \sigma_{C_2}$  и  $r_{12} = 1$ , то  $\sigma_C = (\sigma_{C_1}^2 + \sigma_{C_2}^2 - 2\sigma_{C_1}\sigma_{C_2})^{1/2} = \sigma_{C_1} - \sigma_{C_2} = 0$ . Это связано с тем, что в данном случае значения случайных погрешностей  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  измерений  $C_1$  и  $C_2$  одинаковы и поэтому при вычитании компенсируются.

**Пример 3.7.** По результатам прямых измерений напряжения  $U=1,21$  В и сопротивления  $R=980$  Ом косвенным образом измерена мощность  $P=U^2/2R$ . Определим погрешность измерений, если заданы систематические погрешности  $\theta_U=0,08$  В и  $\theta_R=10$  Ом измерений  $U$  и  $R$  и СКО случайных погрешностей,

подчиненных гауссовскому закону,  $\sigma_U = 0,11$  В;  $\sigma_R = 2$  Ом. Результаты измерений не коррелированы.

В данном случае зависимость  $P = U^2(2R)^{-1}$  является произведением, поэтому следует воспользоваться формулами (3.20) и (3.22). Относительная систематическая погрешность измерений мощности  $\theta_P/P = 2\theta_U/U - \theta_R/R = 0,12$ . Относительное СКО  $\gamma_P = (4\gamma_U^2 + \gamma_R^2)^{1/2} = 0,13$ . Мощность  $P = U^2(2R)^{-1} = 0,747$  мВт. Абсолютные погрешности  $\theta_P = 0,122P = 0,057$  мВт,  $\sigma_P = 0,128\gamma_P = 0,00956$  мВт. Исправленный результат  $P - \theta_P = 0,390$  мВт; погрешность  $\Delta_{\text{вн}} = 1,96\sigma_P = 0,025$  мВт. Результат измерений  $0,390 \pm 0,025$  мВт;  $P_\Delta = 0,95$ .

**Пример 3.8.** Индуктивность контура  $L$  связана с резонансной частотой  $\omega_p$ , резонансной емкостью  $C_k$  и собственной емкостью  $C_0$  катушки индуктивности соотношением  $L = [\omega_p^2(C_k + C_0)]^{-1}$ . Формулы для вычисления систематической погрешности  $\theta_L$  и СКО  $\sigma_L$  можно получить, используя общие соотношения (3.11) и (3.13). Однако в данном случае проще представить исходное соотношение в виде  $L = (\omega_p^2 A)^{-1}$ , где  $A = C_k + C_0$ . Отсюда согласно (3.20)

$$\frac{\theta_L}{L} = -2 \frac{\theta_\omega}{\omega_p} - \frac{\theta_A}{A},$$

где  $\theta_A$  можно определить по формуле (3.16):  $\theta_A = \theta_{C_k} + \theta_{C_0}$ . Относительное СКО  $\gamma_L^2 = 4\gamma_\omega^2 + \gamma_A^2$ , где  $\gamma_A^2 = \sigma_A^2 / A^2 = (\sigma_{C_k}^2 + \sigma_{C_0}^2) / (C_k + C_0)^2$ .

**Погрешность при неявном задании измеряемой величины.** В некоторых случаях измеряемая величины  $y$  задана в неявном виде  $f(y; x_1 \dots x_n) = 0$ , и ее обычно определяют численными методами. Погрешности измерения можно проанализировать, не находя точного значения измеряемой величины. Для этого возьмем полный дифференциал от функции:

$$\frac{\partial f}{\partial y} \Delta + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \Delta_i = 0.$$

Отсюда

$$\Delta = - \frac{1}{\partial f / \partial y} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \Delta_i.$$

Пользуясь общими формулами (3.11) и (3.13), получаем

$$\theta = - \frac{1}{\partial f / \partial y} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \theta_i,$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{(\partial f / \partial y)^2} \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1; i < j}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial x_j} \right) \sigma_i \sigma_j r_{ij} \right].$$

Для вычисления производных в данном случае необходимо знать не только результаты прямых измерений  $x_i$ , но и приближенное значение измеряемой величины.

**Пример 3.9.** В линейном диодном детекторе угол отсечки  $\theta$  связан с сопротивлением нагрузки  $R$  и крутизной диода  $S$  соотношением  $\operatorname{tg}\theta - \theta = \pi/RS$ .

Полный дифференциал  $\Delta\left(\frac{1}{\cos^2\theta} - 1\right) = -\pi\left(\frac{\Delta_R}{R^2} + \frac{\Delta_S}{S^2}\right)$ , откуда

$$\theta = \pi\left(\frac{\theta_R}{R^2} + \frac{\theta_S}{S^2}\right) / \left(1 - \frac{1}{\cos^2\theta}\right); \quad \sigma^2 = \left[\pi^2 / \left(1 - \frac{1}{\cos^2\theta}\right)^2\right] \left(\frac{\sigma_R^2}{R^4} + \frac{\sigma_S^2}{S^4}\right).$$

Естественно, что для расчета погрешностей необходимо знать приближенное значение угла отсечки.

### 3.6. РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПО ПОГРЕШНОСТЯМ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Погрешности косвенных измерений необходимо рассчитывать не только при проведении косвенных измерений, но и при оценке погрешностей ИВК, работа которых основана на проведении определенных вычислений. Во многих случаях исходными данными для расчета погрешностей являются нормируемые метрологические характеристики средств измерений. По этим характеристикам с учетом методических погрешностей следует определить погрешности измерений параметров  $x_i$  — исходные данные для расчета погрешности косвенных измерений. Методика расчетов зависит от формы задания метрологических характеристик средств измерений.

**Погрешность, нормированная допускаемым пределом.** В этом случае параметры  $x_i$  заданы согласно (3.3) или (3.4) в виде исправленных результатов и симметричных границ интервала  $\pm \Delta_{pi}$ , в пределах которого лежит погрешность.

Оценку измеряемой величины рассчитывают по формуле (3.7), подставляя в нее вместо  $x_i$  исправленные результаты  $x_{исi}$ :

$$y_{ис} = f(x_{ис1} \dots x_{исn}).$$

Рассмотренная в § 3.5 методика позволяет оценивать погрешность измерений  $y$  только в случае, если заданы систематические погрешности измерений параметров  $x_i$  и СКО случайных погрешностей.

Если параметры  $x_i$  измеряют приборами, для которых нормированы пределы допускаемых погрешностей, то погрешности измерений параметров оценивают предельными погрешностями  $\Delta_{pi}$ , в которых учтены инструментальные и методические погрешности. Как указывалось, погрешности  $\Delta_{pi}$  являются оценками

сверху для измерений погрешностей измерений любым экземпляром средств измерения данного типа. Следуя этой методике, погрешность косвенных измерений можно оценить предельным значением, полученным для наименее благоприятного случая. Предельная погрешность

$$\Delta_{\text{п}} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \Delta_{\text{п}i} \quad (3.23)$$

дает сильно завышенную оценку. Результат измерений

$$y_{\text{ис}} \pm \Delta_{\text{п}}.$$

Существует и другой способ суммирования погрешностей  $\Delta_i$  аргументов, основанный на математическом моделировании свойств погрешностей. Погрешности  $\Delta_i$  считают случайными, статистически независимыми и подчиненными равномерным законам с границами  $\pm \Delta_{\text{п}i}$ . Для таких погрешностей СКО  $\Delta_{\text{п}i}/\sqrt{3}$ . Согласно (3.18) СКО результата косвенных измерений

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \frac{\Delta_{\text{п}i}^2}{3}.$$

Если число аргументов велико, то в силу центральной предельной теоремы погрешность изменений  $y$  можно считать распределенной по гауссовскому закону. Тогда границы погрешности при  $P_{\Delta} = 0,95$

$$\Delta_{\text{вн}} = 1,96 \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \frac{\Delta_{\text{п}i}^2}{3} \right]^{1/2} \approx 1,1 \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \Delta_{\text{п}i}^2 \right]^{1/2}.$$

Границы погрешности рассчитывают по формуле

$$\Delta_{\text{вн}} = \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \Delta_{\text{п}i}^2 \right]^{1/2}. \quad (3.24)$$

Результат измерений

$$y_{\text{ис}} \pm \Delta_{\text{вн}}$$

записывают без указания вероятности. Вероятность  $P_{\Delta} = 1$  в этом случае не обеспечивается.

**Пример 3.10.** Определим результат косвенных измерений резонансной частоты контура  $f_p = 0,5(f_1 + f_2)$ , где  $f_1$  и  $f_2$  — частоты, соответствующие границам полосы пропускания и измеренные непосредственно частотомером. Результаты прямых измерений:  $f_1 = 163,83$  кГц;  $\Delta_{\text{п}1} = 0,03$  кГц;  $\theta_{\text{м}1} = -0,04$  кГц;  $f_2 = 169,33$  кГц;  $\Delta_{\text{п}2} = 0,05$  кГц;  $\theta_{\text{м}2} = -0,06$  кГц. За оценки значений частот примем исправленные результаты прямых измерений  $f_1 - \theta_{\text{м}1} = 163,87$  кГц;  $f_2 - \theta_{\text{м}2} = 169,39$  кГц. Резонансная частота  $f_p = 0,5(f_1 - \theta_{\text{м}1} + f_2 - \theta_{\text{м}2}) = 166,63$  кГц.

Получим расчетные формулы для оценки погрешностей, согласно (3.24). Производные  $\partial f_p / \partial f_1 = \partial f_p / \partial f_2 = 0,5$ , поэтому  $\Delta_{\text{вн}} = 0,5(\Delta_{\text{п1}}^2 + \Delta_{\text{п2}}^2)^{1/2} = 0,029 \approx 0,03$  кГц. Результат косвенных измерений  $166,63 \pm 0,03$  кГц.

Оценка погрешности по (3.23) дает несколько больший результат:  $\Delta_{\text{п}} = 0,5(\Delta_{\text{п1}} + \Delta_{\text{п2}}) = 0,04$  кГц.

Погрешности, рассчитанные по формулам (3.23) и (3.24), различаются тем меньше, чем сильнее отличаются слагаемые  $(\partial f / \partial x_i) \Delta_{\text{пi}}$  и чем меньше их число. Наибольшее различие полученных по (3.23) и (3.24) погрешностей будет при одинаковых слагаемых, оно возрастает с ростом числа слагаемых. Например, если все слагаемые равны единице, то при двух слагаемых  $\Delta_{\text{п}} = 2$  отличается от  $\Delta_{\text{вн}} = 1,4$  всего на 30 %, а при десяти слагаемых  $\Delta_{\text{п}} = 10$ ,  $\Delta_{\text{вн}} = 3,2$ , т. е. погрешности отличаются в три раза.

**Погрешности, нормированные статистическими методами.** В этом случае методические погрешности измерений параметров  $x_i$  необходимо задать в виде систематических составляющих  $\theta_{\text{mi}}$  и СКО  $\sigma_{\text{mi}}$  случайных составляющих. Затем эти погрешности суммируют с соответствующими составляющими инструментальных погрешностей. Систематические погрешности измерений параметров  $\bar{\theta} + \theta_{\text{mi}}$  вычитают из результатов и получают исправленные результаты  $x_{\text{исi}} = x_i - \bar{\theta}_i - \theta_{\text{mi}}$ , затем вычисляют результат измерений  $y_{\text{ис}} = f(x_{\text{ис1}}, x_{\text{ис2}}, \dots, x_{\text{исn}})$ . Средние квадратические отклонения методических  $\sigma_{\text{mi}}$  инструментальных  $\sigma_{\text{ni}}$  погрешностей суммируют подобно тому, как это делали при оценке погрешностей прямых измерений. Результат измерений

$$y_{\text{ис}} \pm t \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 (\sigma_{\text{mi}}^2 + \sigma_{\text{ni}}^2) \right]^{1/2}, P_{\Delta}. \quad (3.25)$$

### 3.7. ПОГРЕШНОСТИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОЛОЖЕНИЙ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ УРОВНЕЙ И ЗАДАННЫХ УРОВНЕЙ

Для описания характеристик некоторых цепей, например АЧХ узкополосных устройств, иногда достаточно двух параметров: полосы пропускания, определенной на заданном уровне, и значения частоты, соответствующего максимуму частотной характеристики. Погрешности измерения подобных параметров имеют определенные особенности.

**Погрешность при определении положения экстремального уровня.** Положение экстремального уровня определяют с помощью индикаторов экстремальных уровней, позволяющих судить о достижении экстремальных значений подводимой к индикатору вели-



чины. Например, настройку колебательного контура в резонанс можно контролировать с помощью вольтметра, измеряющего амплитуду напряжения на конденсаторе. Резонансное значение частоты отсчитывают по шкале генератора, питающего контур.

Пусть зависимость показаний индикатора  $\alpha = f(x)$  от измеряемой величины  $x$  имеет вид, показанный на рис. 3.5. При измерениях оператор плавно изменяет величину  $x$ , одновременно наблюдая показания индикатора, пока не будет достигнут экстремальный уровень  $\alpha_3$ , и отсчитывает значение  $x_3$ . Погрешность  $\Delta_\alpha$  индикации экстремума, зависящая от свойств индикатора, связана с погрешностью  $\Delta_x$  соотношением:

$$\Delta_\alpha^2 = \frac{df}{dx} \Delta_x + \frac{1}{2} \frac{d^2f}{dx^2} \Delta_x^2 + \dots,$$

где производные взяты при  $x = x_3$ . Поскольку в этой точке  $df/dx = 0$ , то

$$\Delta_x^2 = 2\Delta_\alpha / \frac{d^2f}{dx^2}.$$

Предельная погрешность  $\Delta_n$  определения  $x$  будет соответствовать такому отклонению  $\Delta_\alpha$ , которое может быть обнаружено оператором. Это отклонение оценивают разрешающей способностью  $\Delta_{\alpha p}$  экстремального индикатора. Тогда предельная погрешность

$$\Delta_n = 2\Delta_{\alpha p} / \left| \frac{d^2f}{dx^2} \right|. \quad (3.26)$$

Для индикаторов со стрелочными указателями разрешающую способность принимают равной 0,2...0,5 деления шкалы, а для цифровых приборов она составляет единицу младшего разряда показаний.

Заметим, что систематическая погрешность приборов, используемых в качестве экстремальных индикаторов, незначительна, поскольку в процессе измерений необходимо лишь зафиксировать наличие экстремума.

**Погрешность при измерении положения заданного уровня.** Пусть необходимо определить положение  $x_{ур}$  заданного уровня  $\alpha_{ур} = K\alpha_m$ , определенного по известной характеристике  $\alpha = f(x)$

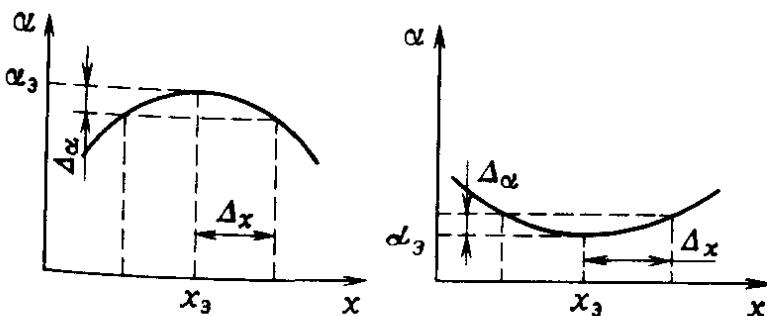


Рис. 3.5

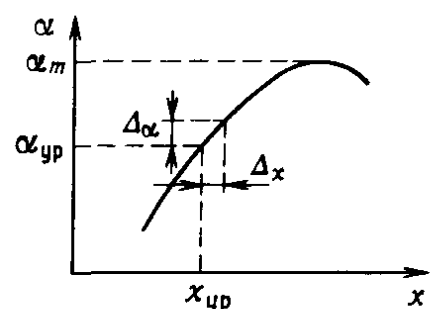


Рис. 3.6

(рис. 3.6). Если коэффициент  $K$  и максимальное значение показаний  $\alpha_m$  известны точно, то погрешности  $\Delta_x$  и  $\Delta_\alpha$  связаны соотношением:

$$\Delta_x = \Delta_\alpha \left( \frac{dx}{d\alpha} \right).$$

Предельная погрешность определения положения заданного уровня

$$\Delta_n = \Delta_{n\alpha} \left| \frac{dx}{d\alpha} \right|, \quad (3.27)$$

где  $\Delta_{n\alpha}$  — предельная погрешность измерений  $\alpha$ .

### Выводы

Погрешности средств измерений зависят от влияющих величин. Различают нормальную и рабочую области значений влияющих величин. В нормальной области значения средства измерений характеризуют основной погрешностью. В рабочей области погрешность определяется суммой основной и дополнительной погрешностей. Вне рабочей области значений погрешность не нормируют.

Наиболее распространенный способ нормирования погрешности средств измерений в нормальных условиях состоит в задании предела допускаемой основной погрешности. Допускаемый предел может быть выражен формулами, позволяющими вычислять погрешность в данной точке шкалы.

Иногда средства измерений характеризуют классом точности, определяемым обычно как основная относительная погрешность, выраженная в процентах.

Границы инструментальной погрешности определяют как сумму основной и дополнительных погрешностей. Погрешность измерений определяется совместным влиянием инструментальной и методической погрешностей. Если известна методическая погрешность или ее предельные значения, то погрешность измерений рассчитывают для наименее благоприятного случая.

Оценка инструментальной погрешности по допускаемому пределу проста, но сильно завышена. Когда допускаемая при эксперименте погрешность намного превышает инструментальную погрешность, такое завышение вполне допустимо. Практически все выпускаемые промышленностью средства измерений нормируют по допускаемому пределу погрешности.

Инструментальную погрешность можно оценить статистическими методами. Для этого необходимо нормировать числовые характеристики систематической и случайной погрешностей, что требует значительных затрат времени и средств. К нормированию погрешностей статистическими методами прибегают редко.

Границы инструментальной погрешности и погрешности измерений, рассчитанные по статистическим нормируемым характе-

ристикам средств измерений данного типа, дают усредненный результат, характеризующий все множество средств измерений. При использовании конкретного средства измерений вычисленные границы не соответствуют реальным. Реальные границы могут быть рассчитаны только по индивидуальным метрологическим характеристикам данного экземпляра средств измерений.

Погрешность косвенных измерений вычисляют по погрешностям прямых измерений аргументов. Если заданы систематические погрешности и СКО погрешностей измерений аргументов или статистические характеристики этих погрешностей, то задача решается точно. Если же заданы допускаемые пределы погрешностей измерений аргументов, то задачу вычисления погрешности косвенных измерений можно решить приближенно.

При определении положения экспериментального уровня функций возникает погрешность, возрастающая с уменьшением второй производной.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое номинальное значение влияющей величины? Каковы номинальные значения температуры и напряжения питающей сети?
2. Определите понятия основной и дополнительной погрешности средств измерений. Как эти погрешности связаны со значениями влияющих величин? Что такое нормальная и рабочая области значений влияющих величин?
3. Каков смысл предела допускаемой основной погрешности? Можно ли определить предел допускаемой погрешности, анализируя погрешность одного экземпляра средств измерений? Почему предел допускаемой основной погрешности выбирают значительно большим наибольшего значения реальных погрешностей средств измерений?
4. Перечислите основные способы задания предела допускаемой основной погрешности. Как связан класс точности средств измерений с основной погрешностью?
5. Перечислите достоинства и недостатки нормирования погрешности по ее допускаемому пределу.
6. Можно ли экспериментально определить оценку  $\hat{\theta}$  математического ожидания систематической погрешности по результатам исследования одного экземпляра средств измерений? Опишите процедуру экспериментального определения  $\hat{\theta}$ .
7. Какое свойство средств измерений данного типа характеризует СКО систематических погрешностей?
8. Что такое собственные СКО случайной погрешности?
9. Какова природа погрешности из-за гистерезиса. Обоснуйте выбор закона распределения этой погрешности.
10. Почему оценку СКО  $\sigma_{\mu}$  не определяют экспериментально, а оценивают аналитически?
11. Как рассчитать погрешность прямых измерений, если инструментальная погрешность задана допускаемым пределом, а методическая постоянна или задана своими пределами? Какие соображения положены в основу вычислений?

12. Напишите общие соотношения для вычисления систематической погрешности и СКО результата косвенных измерений. Как выглядят эти соотношения при малых погрешностях и некоррелированных случайных составляющих?

13. Как оценить необходимость внесения поправки в систематическую погрешность из-за нелинейности функции  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

14. Назовите возможные причины корреляции погрешностей при измерении отношения напряжений двумя вольтметрами.

15. Опишите методику расчета погрешностей косвенных измерений, если инструментальные погрешности заданы допускаемыми пределами погрешностей. Сравните соотношения (3.23) и (3.24).

16. Каков характер зависимости погрешности при определении положения экстремального уровня от разрешающей способности прибора, измеряющего этот уровень? Влияет ли на погрешность определения положения экстремального уровня систематическая погрешность прибора?

### ЗАДАЧИ

1. Постройте зависимость абсолютного и относительного значений предела допускаемой основной погрешности вольтметра класса точности 0,1/0,1 от напряжения. Показание прибора 4,236 В. Измерения проведены на шкале с пределом  $U_k = 10$  В. В каком диапазоне измеряемых напряжений относительная погрешность не превысит 0,2 %?

2. Определите абсолютное и относительное значения предела допускаемой основной погрешности вольтметра, если его приведенная погрешность составляет 1 % (класс точности 1). Показание вольтметра  $U = 8,14$  В, шкала с пределом  $U_k = 10$  В.

3. Запишите результаты измерений добротности катушки индуктивности с помощью измерителя добротности Е4-11 при температуре окружающей среды 30 °С на частотах 30 и 100 МГц. Показания прибора  $Q = 126$ , на шкале  $Q = 300$ . Метрологические характеристики прибора приведены в приложении.

4. Вольтметром В7-16 измерено постоянное напряжение на шкале 10 В при времени преобразования 20 мс. Показание прибора 8,635 В. Определите предельную инструментальную погрешность, если напряжение питания составляет 230 В, а температура среды 32 °С. Как изменится погрешность, если известно, что напряжение питания лежит в пределах 200...240 В, а температура 5...40 °С?

5. Частотомером ЧЗ-34 измерена частота автогенератора с LC-колебательным контуром. Частотомер подключен непосредственно к контуру с помощью развязывающего усилителя с входной емкостью  $C_{вх} = 0,1$  пФ. Определите методическую погрешность измерений частоты, если  $C = 657$  пФ, показания частотомера  $f = 6,628$  МГц. Значения  $C_{вх}$  и  $C$  считать известными точно.

Определите инструментальную погрешность, если время измерений  $T_{изм} = 1$  мс, измерения проведены при температуре окружающей среды  $T = 30$  °С через месяц после поверки. Запишите результат измерений.

Как изменится результат измерений, если известно, что  $C_{вх}$  лежит в пределах 0,08...0,12 пФ. Существенна ли в данном случае инструментальная погрешность?

6. Определите границы инструментальной погрешности  $\Delta_{нв}$  и  $\Delta_{ни}$  для  $P_\Delta = 0,95$  вольтметра, если его показание  $U = 4,527$  В. В данной точке шкалы

$\bar{\theta}=5$  мВ,  $\sigma_{\theta}=3$  мВ,  $\sigma_{\text{соб.л}}=4$  мВ,  $H_{\text{л}}=\mu=1$  мВ. Оцените необходимость учета отдельных составляющих. В каких пределах могут изменяться границы погрешности с учетом неопределенности задания закона распределения общей погрешности?

7. Определите погрешности по (3.23) и (3.24) и запишите результат косвенных измерений сопротивления

$$R = \frac{1}{2\pi f C} \frac{Q_1 Q_2}{Q_1 - Q_2},$$

если частота  $f=32,0$  МГц задана с погрешностью  $\Delta_{\text{н}f}=0,3$  МГц; емкость  $C=42,6$  пФ — с погрешностью  $\Delta_{\text{н}C}=0,7$  пФ, добротность  $Q_1=122$  — с погрешностью  $\Delta_{\text{н}Q_1}=6$ , добротность  $Q_2=95$  — с погрешностью  $\Delta_{\text{н}Q_2}=5$ .

Указание: при выводе формулы для вычислений погрешности косвенных измерений исходное соотношение следует рассматривать как произведение.

8. Получите соотношение для расчета предельной погрешности определения резонансной емкости последовательного колебательного контура, вызванной неточностью фиксации резонансного напряжения. Можно считать, что напряжение на конденсаторе  $U = U_p(1 + \xi^2)^{-1/2}$ , где  $\xi = Q(C_p - C)/C_p$ ,  $U_p$  — резонансное напряжение на конденсаторе,  $C$  — емкость конденсатора,  $Q$  — добротность контура,  $C_p$  — резонансная емкость.

9. Запишите результат измерений резонансного значения емкости последовательного колебательного контура с учетом методической погрешности из-за неточной настройки в резонанс. Резонансная емкость  $C_p=64,7$  пФ задана с пределом допускаемой погрешности  $\Delta_{\text{н}C}=0,5$  пФ, добротность контура  $Q=20$ , резонансное напряжение на конденсаторе 20 В, разрешающая способность вольтметра 0,5 В.

10. Добротность  $Q$  последовательного колебательного контура измерена по двум значениям емкости  $C_1$  и  $C_2$  емкости контура, взятым при расстройке контура до уровня напряжения на конденсаторе 0,707 от резонансного:  $Q = (C_1 + C_2)/(C_1 - C_2)$ . Емкости  $C_1=104$  пФ и  $C_2=108$  пФ определены с предельной погрешностью  $\delta_{\text{н}C}=1\%$ . Методическая погрешность из-за неточности фиксации заданного уровня пренебрежимо мала. Запишите результат измерений в форме границ  $Q - \Delta_{\text{н}Q}$  и  $Q + \Delta_{\text{н}Q}$ , в которых находится истинное значение добротности.

Определите границы добротности непосредственной подстановкой в формулу для расчета  $Q$  предельных значений емкостей в наименее благоприятных сочетаниях. Сравните граничные значения с полученными ранее и объясните причину различия.

11. К генератору гармонического напряжения с ЭДС  $E=1,000$  В и частотой  $f=1,170$  кГц подключена  $RC$ -цепь. Напряжение на конденсаторе измеряют вольтметром В7-16, его показания  $U=0,686$  В на шкале  $U_k=1$  В;  $R=10,00$  кОм. Запишите результат измерений емкости, если параметры  $E$ ,  $f$  и  $R$  заданы с пределом допускаемой погрешности 0,1%. Оценку погрешности вести по (3.24).

Указание: для учета методической погрешности из-за шунтирующего действия вольтметра на цепь следует методом эквивалентного генератора преобразовать измерительную цепь в эквивалентную  $RC$ -цепочку.

## Глава 4. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

---

К статистической обработке прибегают для повышения точности измерений с многократными наблюдениями и определения статистических характеристик случайной погрешности.

### 4.1. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ С МНОГОКРАТНЫМИ НАБЛЮДЕНИЯМИ

Методика обработки результатов измерений с многократными наблюдениями зависит от свойств погрешностей. Например, если погрешность за время измерений описывается стационарным случайным процессом, то эту стационарность следует контролировать. Нестационарность процесса чаще всего может проявляться в форме изменений математического ожидания — систематической погрешности. Поэтому в ходе обработки данных необходимо убедиться в отсутствии ухода систематической погрешности.

Результаты измерений не должны содержать грубых погрешностей, которые исключают из расчетов. Для правильного выбора алгоритма обработки результатов наблюдений необходимо знать закон распределения погрешностей, который оценивают по экспериментальным результатам.

**Требования к оценкам статистических характеристик.** По результатам многократных наблюдений — выборке  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — при конечном числе опытов  $n$  можно получить не сами числовые характеристики погрешностей, а их оценки, являющиеся случайными величинами. В зависимости от способа обработки выборки оценки могут быть разными. Например, в качестве оценок математического ожидания результатов измерений можно взять один из результатов, среднеарифметическое выборки или полусумму наибольшего и наименьшего значений выборки. Естественно, что статистические характеристики этих оценок будут отличаться.

Наиболее приемлема оценка, обладающая свойствами состоятельности, несмещенности и эффективности. Состоятельность заключается в том, что оценка сходится по вероятности к оцениваемому параметру. Несмещенность означает, что математическое ожидание оценки должно быть равно оцениваемому параметру. Эффективной считают оценку, дисперсия которой наименьшая среди дисперсий других оценок. В дальнейшем оценки будут обозначаться знаком  $\wedge$ . Так, оценка математического ожидания  $\hat{x}$ , оценка СКО  $\hat{\sigma}$ .

Выбор оценок зависит от априорных (доопытных) данных о погрешности и измеряемой величине. Если задан вид плотности

вероятности погрешности и измеряемой величины, то пользуются байесовскими оценками. К ним, в частности, прибегают при обработке радиолокационных сигналов. Если сведения об измеряемой величине отсутствуют, но известна плотность вероятности погрешности, то оценки определяют методом максимального правдоподобия. Такие оценки асимптотически (при  $n \rightarrow \infty$ ) состоятельны, несмещены и эффективны. Однако при выборке конечного объема они могут и не обладать перечисленными свойствами.

Если неизвестны законы распределения погрешности и измеряемой величины, то можно применять устойчивые к изменениям статистических характеристик сигнала и погрешности (робастные) оценки. Далее будем рассматривать только оценки максимального правдоподобия.

**Обнаружение ухода систематической погрешности.** Существует несколько способов обнаружения изменяющейся во времени систематической погрешности. Так, можно воспользоваться методом контура или методом наименьших квадратов, которые рассмотрены в § 4.8. Эти методы позволяют не только обнаруживать сам факт непостоянства, но и определять зависимость систематической погрешности от времени, что позволит в дальнейшем ее исключить. Существуют и методы, позволяющие только обнаруживать изменения погрешности, но не дающие количественной оценки изменений.

Если систематическая погрешность изменяется монотонно, то применяют критерий тренда. Его сущность заключается в следующем. Пусть получена последовательность из  $n$  независимых результатов многократных наблюдений  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , характеризуемая неравенствами вида  $x_i > x_j$ , где  $i < j$ . Каждое неравенство называют инверсией. Общее число инверсий

$$A = \sum_{i=1}^{n-1} A_i, \quad (4.1)$$

где  $A_i = \sum_{j=i+1}^n h_{ij}$  — число инверсий для  $x_i$ ,

$$h_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } x_i > x_j, \\ 0 & \text{при } x_i \leq x_j. \end{cases}$$

Если последовательность наблюдений не содержит медленных изменений систематической погрешности, то число инверсий — дискретная случайная величина с плотностью вероятности  $p(A)$ , зависящей только от  $n$ , и математическим ожиданием  $\bar{A} = 0,25n(n-1)$ . При  $n \rightarrow \infty$  закон распределения для числа инверсии нормализуется.

Если по результатам эксперимента получена выборка, то возможны два взаимоисключающих варианта: тренда нет или

Таблица 4.1. Границы  $A_n$  и  $A_v$  интервалов для числа инверсий при заданной вероятности  $\alpha$

$n$	$\alpha = 0,1$		$\alpha = 0,05$	
	$A_n$	$A_v$	$A_n$	$A_v$
10	13	31	11	33
14	30	60	27	63
20	69	120	64	125
30	171	263	162	272
50	756	1013	731	1038
70	1045	1369	1014	1400
100	2198	2751	2145	2804

тренд есть. Проверим гипотезу  $H_0$  о существовании тренда, если в действительности он есть. Для этого на графике  $p(A)$  выбирают нижнюю  $A_n$  и верхнюю  $A_v$  границы критической области  $A < A_n$  или  $A > A_v$ . Вероятность  $\alpha$  попаданий числа инверсий в критическую область называют уровнем значимости и выбирают малой: от 0,01 до 0,1. Границы устанавливают так, чтобы вероятности событий  $A < A_n$  и  $A > A_v$  были одинаковы и равны  $\alpha/2$  (табл. 4.1).

Вероятность попадания числа инверсий в критическую область — событие маловероятное, поэтому такое событие можно рассматривать как признак существования тренда и принять гипотезу  $H_0$  с уровнем значимости  $\alpha$ . Однако такой выбор может быть ошибочным. При наличии тренда из-за случайного характера инверсий экспериментально полученное значение  $A$  может попасть в область между границами, а не в критическую область. В этом случае мы должны принять гипотезу об отсутствии тренда, т. е. отвергнуть верную гипотезу  $H_0$ . Это ошибка первого рода, ее вероятность падает с уменьшением  $\alpha$ . Ошибка второго рода возникает в случае принятия неверной гипотезы, например, если в действительности тренда не было, но результат попал в критическую область и мы приняли гипотезу о наличии тренда.

Если результаты наблюдений не содержат ухода, то с вероятностью  $P = 1 - \alpha$  общее число инверсий  $A$  оказывается в пределах  $A_n \dots A_v$ . Если в ходе наблюдений систематическая погрешность увеличивается, то в среднем увеличиваются и последующие результаты по сравнению с предыдущим, а следовательно, уменьшается число инверсий. Уменьшение же систематической погрешности в ходе наблюдений вызывает увеличение числа инверсий. Если число инверсий  $A$  окажется вне интервала  $A_n \dots A_v$ , выбранного для данной вероятности  $P$ , то считают, что существует достаточно оснований для принятия гипотезы об уходе систематической погрешности.

**Пример 4.1.** Пусть получены результаты десяти измерений с многократными наблюдениями:  $x_1 = 3,1$ ;  $x_2 = 3,8$ ;  $x_3 = 2,7$ ;  $x_4 = 3,3$ ;  $x_5 = 3,7$ ;  $x_6 = 4,4$ ;  $x_7 = 3,6$ ;  $x_8 = 4,1$ ;  $x_9 = 2,6$ ;  $x_{10} = 3,5$ .



Для расчета числа инверсий каждое значение  $x_i$  следует сравнить со всеми последующими значениями. Для первого результата  $x_1$  неравенство  $x_1 > x_j$  будет наблюдаться в двух случаях:  $x_1 > x_3$  и  $x_1 > x_9$ , следовательно, число инверсий  $A_1 = 2$ . Задавшись значением  $x_2$ , получим, что  $x_2 > x_3$ ;  $x_2 > x_4$ ;  $x_2 > x_5$ ;  $x_2 > x_7$ ;  $x_2 > x_9$ ;  $x_2 > x_{10}$ , откуда число инверсий  $A_2 = 6$ . Продолжая анализ последовательности, получаем:  $A_3 = 1$ ;  $A_4 = 1$ ;  $A_5 = 3$ ;  $A_6 = 4$ ;  $A_7 = 1$ ;  $A_8 = 2$ ;  $A_9 = 0$ . Общее число инверсий  $A = 21$ .

Из табл. 4.1 следует, полученное значение  $A = 13$  попадает в интервал  $A_n = 11$ ,  $A_n = 33$ . Следовательно, с уровнем значимости  $\alpha = 0,05$  можно принять гипотезу об отсутствии ухода систематической погрешности.

## 4.2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ФОРМЫ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Экспериментальные исследования погрешностей средств измерений различных типов показали, что существует много законов распределения погрешностей, причем часто они существенно отличаются от гауссовского. Поскольку знание реального закона распределения необходимо для выбора методики получения оценки измеряемой величины, то в необходимых случаях приходится выбирать закон распределения, в наибольшей мере соответствующий экспериментальным данным — идентифицировать форму закона распределения.

**Гистограмма.** Исходные данные для выбора закона распределения получают из гистограммы. Для ее построения по результатам многократных наблюдений строят вариационный ряд — располагают результаты в порядке возрастания и выбирают минимальное  $x_1$  и максимальное  $x_n$  значения — крайние члены вариационного ряда. Отрезок  $x_n - x_1$  между ними делят на  $m$  интервалов одинаковой протяженности  $d$ . Интервалы ограничены значениями  $x_i$  и  $x_{i+1}$ , где  $x_i = x_1 + (i-1)d$ ;  $x_{i+1} = x_1 + id$  ( $i = 1, 2, \dots, m+1$ ). Заметим, что верхняя граница последнего интервала  $x_{m+1} = x_n$ . По вариационному ряду определяют число  $n_i$  результатов, попавших в каждый интервал, а затем вычисляют относительные частоты  $n_i/n$ .

Относительные частоты являются оценками вероятности  $p_i$  попадания результатов в данный интервал, т. е.  $\hat{p}_i = n_i/n$ . Нормированные по ширине интервала относительные частоты  $n_i/nd$  могут служить оценкой среднего значения плотности вероятностей на интервале. Границы интервалов откладывают на числовой оси, а на каждом интервале строят столбик высотой  $n_i/nd$ . По совокупности столбиков оценивают форму изменения плотности вероятностей. В пределе при  $n \rightarrow \infty$  и  $d \rightarrow 0$  гистограмма превращается в плавную кривую.

**Пример 4.2.** Построим гистограмму для пятидесяти результатов наблюдений, приведенных в табл. 4.2.

Таблица 4.2. Результаты многократных наблюдений измеряемой величины

55	51	74	47	49	53	47	63	52	40
51	65	45	48	55	34	52	38	50	52
65	46	44	57	59	64	58	40	62	60
60	75	63	78	56	32	52	69	45	47
64	58	51	53	79	70	47	54	54	50

В данном случае  $x_1=32$ ;  $x_n=78$ . Для упрощения дальнейших расчетов эти значения округлим до  $x_1=30$  и  $x_n=80$ . Примем число интервалов  $m=20$ , тогда протяженность интервала  $d=(80-30)/20=2,5$ .

Для определения  $n_i$  по результатам, приведенным в табл. 4.2, воспользуемся простым приемом построения: попавший в данный интервал результат отмечают горизонтальной черточкой. Черточки располагают с одинаковым шагом  $h$  по высоте, который выбирают, исходя из удобства масштаба по оси ординат, например  $h=5$  мм. По окончании построения высота столбиков в принятом масштабе будет соответствовать значениям  $n_i$  в данном интервале. Окончательный результат построения гистограммы приведен на рис. 4.1, а. Над столбиками указаны числа  $n_i$ .

Масштаб по оси ординат должен быть таким, чтобы площадь всех столбиков равнялась единице. Столбик состоит из 50 (по числу наблюдений) прямоугольников с одинаковым основанием  $d$ , высотой  $h$  и площадью  $dh$ . Следовательно, высоте одного прямоугольника соответствует плотность вероятностей, равная  $dh/50$ .

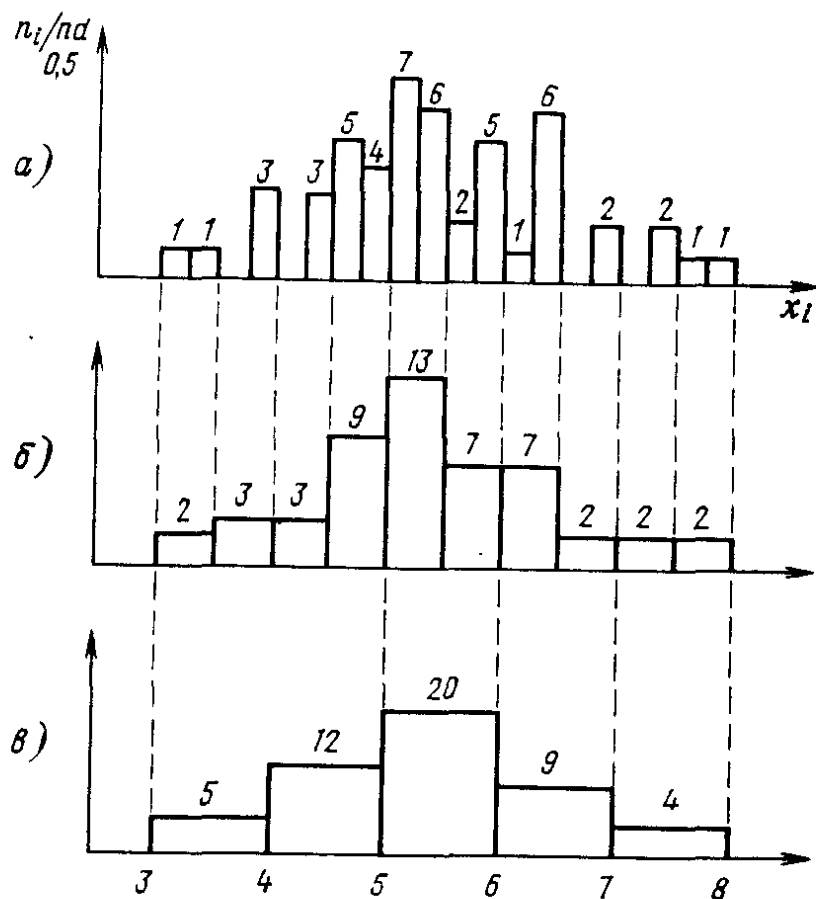


Рис. 4.1

Полученная гистограмма сильно изрезана, что обусловлено случайным характером попаданий чисел  $n_i$  в интервалы. Изрезанность можно уменьшить, если расширить интервалы. Гистограммы для  $m=10$  и  $m=5$  показаны на рис. 4.1, б и в.

Расчет гистограммы на ЭВМ имеет некоторые особенности. Границы гистограммы иногда определяют, исходя из априорных сведений о погрешностях с некоторым запасом. После выбора числа разбиений  $m$  и расчета границ интервалов переходят к вычислению  $n_i$ . Перебор результатов наблюдений требует определенных затрат машинного времени, его можно существенно сократить, если номер интервала, в который попадает данный результат, определять как частное  $(x_i - x_1)/d$ , значение которого округляют в большую сторону до ближайшего целого. Принятая методика позволяет рассчитывать гистограмму в реальном масштабе времени по мере поступления экспериментальных данных.

**Выбор числа разбиений при построении гистограммы.** Изрезанность гистограммы можно уменьшить путем укрупнения интервалов. Так, увеличение интервала вдвое приведет к возрастанию  $\hat{p}_i$  приблизительно в два раза, а относительное СКО высоты столбцов уменьшится в  $\sqrt{2}$  раз. Однако с ростом интервала  $d$  теряется информация о форме изменения искомой плотности вероятностей, так как сглаживаются его особенности. Так, по гистограмме из трех столбиков любое колоколообразное или трапецеидальное распределение будет оценено как треугольное. Если же взять один интервал, то независимо от формы исходной плотности вероятностей распределение будет сведено к равномерному.

Для каждого вида закона распределения существует оптимальное число интервалов, при котором гистограмма будет в наибольшей мере соответствовать изменению плотности вероятности.

Оптимальное число интервалов в первую очередь должно зависеть от числа наблюдений. Действительно, если принять СКО высоты столбцов не зависящим от числа измерений, то с ростом  $n$  число интервалов также должно возрастать. Кроме того, число интервалов зависит от эксцесса. Исследования показали, что для большинства встречающихся на практике законов распределения, включая трапецеидальный, гауссовский, Лапласа, оптимальное число интервалов

$$m = 4\sqrt{E + 3 \lg n} / 10. \quad (4.2)$$

Если эксцесс закона распределения неизвестен, но заключен в интервале  $-1,2 \dots 3$ , то оптимальное число  $m$  лежит от  $m_n = 5,4 \times \sqrt{\lg n} / 10$  до  $m_b = 9,8 \lg n / 10$ . Область значений  $m$  при разных числах наблюдений показана на рис. 4.2.

Выбор интервалов одинаковой длины не всегда целесообразен. Так, на участках быстрого изменения плотности вероятностей или

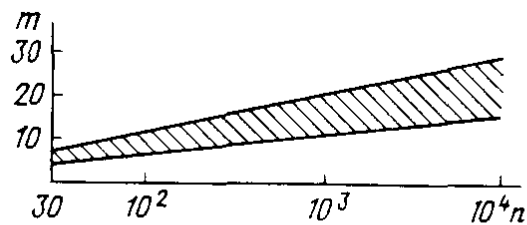


Рис. 4.2

в тех точках, где плотность вероятностей меняется скачкообразно, интервалы следует уменьшить. Крайние же столбцы гистограммы можно сделать более протяженными.

**Критерии согласия.** В большинстве случаев конечной целью построения гистограммы является установление аналитической формы плотности вероятности. Для этого необходимо сначала определить аналитическую модель закона распределения. Выбор модели производят по форме гистограммы. В простейшем случае просто визуально подбирают аналитическую модель, форма графика которой похожа на гистограмму. Таких моделей может быть несколько. Существуют и аналитические методы аппроксимации гистограммы.

Выбрать наиболее подходящую модель закона распределения позволяют критерии согласия. Рассмотрим в качестве примера критерий Пирсона.

Для расчетов по этому критерию необходимо сначала совместить выбранную плотность вероятностей модели с гистограммой. По опытным данным с помощью соотношений (4.8) и (4.10) вычисляют оценки математического ожидания  $\hat{x}$  и СКО  $s$ . Эти параметры определяют плотность вероятности. По плотности вычисляют вероятности  $p_i$  попадания результатов в каждый интервал:

$$p_i = \int_{x_i - d/2}^{x_i + d/2} p(x) dx$$

и вычисляют разности  $n_i - np_i$ .

Пирсон показал, что закон распределения суммы при  $n > 50 \dots 100$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

с ростом числа наблюдений стремится к закону  $\chi^2$ , а число степеней свободы  $L$  распределения определяется как разность между числом  $m$  столбиков и числом связей между результатами наблюдений. В данном случае первая связь заключается в том, что число результатов, попавших в последний интервал, нельзя считать независимой величиной, поскольку оно равно разности между  $n$  и числом попаданий в остальные  $m - 1$  интервалы. Другие две связи обусловлены числом параметров закона распределения, необходимых для совмещения с гистограммой. В данном случае вычислялись оценки  $\bar{x}$  и  $s$ , следовательно, число степеней свободы  $L = m - 3$ .

Сумма  $\chi^2$  является мерой расхождения закона распределения и гистограммы. Очевидно, что чем меньше сумма, тем меньше оснований сомневаться в правильности выбора закона распределения.

Таблица 4.3. Значения  $\chi^2_\alpha$  при заданной вероятности

$L$	0,99	0,975	0,95	0,9	0,1	0,05	0,025	0,01
1	$1,6 \cdot 10^{-5}$	$9,8 \cdot 10^{-5}$	$3,9 \cdot 10^{-4}$	0,0158	2,71	3,84	5,02	6,63
2	0,0201	0,05606	0,103	0,211	4,61	5,99	7,38	9,21
3	0,115	0,216	0,352	0,584	6,25	7,81	9,35	11,34
4	0,297	0,484	0,711	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28
5	0,554	0,831	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09
10	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58
20	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57
25	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31
30	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89

Для оценки соответствия закона распределения и гистограммы выбирают критическое значение  $\chi^2_\alpha$ , соответствующее малой вероятности

$$\alpha = \int_{\chi^2_\alpha}^{\infty} p(\chi^2) d\chi^2,$$

которую обычно выбирают в пределах 0,01...0,1. Значения  $\chi^2_\alpha$  при заданной вероятности  $\alpha$  приведены в табл. 4.3. Если окажется, что  $\chi^2 \geq \chi^2_\alpha$ , то вероятность такого события мала, поэтому гипотезу о законе распределения отвергают с уровнем значимости  $\alpha$ .

Если  $\chi^2 \leq \chi^2_\alpha$ , то гипотезу принимают. Понятие гипотезы означает, что она не противоречит экспериментальным данным. Однако это не позволяет сделать вывод об однозначном соответствии данного закона распределения результатов наблюдений принятому закону распределения. Могут существовать и другие законы, которые также не противоречат гистограмме.

**Пример 4.3.** Оценим закон распределения экспериментальных данных, приведенных в табл. 4.2 и отраженных на гистограмме (рис. 4.1, в). Сравнивая гистограмму с известными графиками плотности вероятностей различных законов распределения, можно заключить, что для описания гистограммы можно было использовать законы с пологой вершиной, например гауссовский, треугольный или трапециевидный законы. Примем сначала в качестве математической модели гауссовский закон.

В качестве математического ожидания и СКО естественно принять их оценки  $\hat{x} = 5,466$  и  $s = 1,067$ . График плотности вероятности построен на рис. 4.3. Результаты дальнейших расчетов приведены в табл. 4.4.

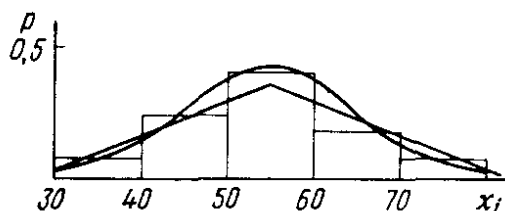


Рис. 4.3

Таблица 4.4. Расчеты по критерию согласия  $\chi^2$  Пирсона

$a_i$	3	4	5	6	7	8
$\varepsilon_i = a_i - \hat{x}$	-2,466	-1,466	-0,466	0,534	1,534	2,534
$\varepsilon_i/s$	-2,311	-1,374	-0,437	0,500	1,438	2,375
$p_i$	0,0743	0,2474	0,3597	0,2333	0,0664	
$np_i$	3,72	12,37	17,97	11,66	3,32	
$n_i$	5	12	20	9	4	

По данным табл. 4.4

$$\chi^2 = \frac{(5 - 3,72)^2 + (12 - 12,37)^2 + (20 - 17,97)^2 + (9 - 11,66)^2 + (4 - 3,32)^2}{3,72 + 12,37 + 17,97 + 11,66 + 3,32} = \frac{13,43}{49,04} = 0,27.$$

Задавшись уровнем значимости  $\alpha = 0,1$ , из табл. 4.3 определим критическое значение  $\chi^2_{\alpha} = 4,6$ . Поскольку  $\chi^2 < \chi^2_{\alpha}$ , то можно считать, что гауссовский закон с математическим ожиданием  $\hat{x} = 5,466$  и СКО 1,067 не противоречит экспериментальным данным.

Рассмотрим теперь, в какой мере гистограмме отвечает треугольный закон с таким же математическим ожиданием и СКО. Расчет дает  $\chi^2 = 0,22$ , так что треугольный закон также можно принять за математическую модель. Вопрос же о достоверном и однозначном выборе закона распределения на основе критериев согласия решен быть не может.

**Составной критерий.** При числе наблюдений  $n < 50 \dots 100$  применение критерия  $\chi^2$  становится некорректным, так как при малых  $n$  нарушается одна из предпосылок критерия — нормальность распределения разностей  $n_i - np_i$ . Если  $n$  лежит в пределах 15...50, то рекомендуется пользоваться составным критерием. Возможности этого критерия значительно уже, чем критерия  $\chi^2$ , поскольку с его помощью можно оценить соответствие только гауссовскому закону.

Составной критерий заключается в последовательном использовании двух критериев. Критерий 1 состоит в том, что вычисляют параметр

$$\tilde{d} = \frac{1}{n\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^n |x_i - \hat{x}|.$$

Затем выбирают уровень значимости  $q$  и по табл. 4.5 находят квантили  $d_{q/2}$  и  $d_{(1-q/2)}$  распределения случайной величины  $\tilde{d}$  для гауссовского закона. Уровень значимости  $q$  выбирают в пределах 0,01...0,05. Если не выполняется неравенство  $d_{(1-q/2)} \leq \tilde{d} \leq d_{q/2}$ , то гипотезу о нормальном распределении принимают, в противном случае ее отвергают.

Критерий 2 служит для проверки больших отклонений от среднего. Модули всех разностей  $|x_i - \hat{x}|$  сравнивают с уровнем  $t$  где  $t$  — коэффициент, соответствующий вероятности  $P$  и определяемый по табл. 2.1. Если не более  $m$  разностей превзошли этот уровень, то гипотезу принимают, а если же число разностей превышает его, то гипотезу о нормальном распределении отвергают.

Таблица 4.5. Квантили распределения  $\tilde{d}$ 

$n$	$q/2$			$1 - q/2$		
	0,01	0,05	0,1	0,9	0,95	0,99
11	0,9359	0,9073	0,8899	0,7409	0,7153	0,6675
16	0,9137	0,8884	0,8733	0,7452	0,7236	0,6829
21	0,9001	0,8768	0,8631	0,7495	0,7304	0,6950
26	0,8901	0,8686	0,8570	0,7530	0,7360	0,7040
31	0,8826	0,8625	0,8511	0,7559	0,7404	0,7110
36	0,8769	0,8578	0,8468	0,7583	0,7440	0,7167
41	0,8722	0,8540	0,8436	0,7604	0,7470	0,7216
46	0,8682	0,8508	0,8409	0,7621	0,7496	0,7256
51	0,8648	0,8481	0,8385	0,7636	0,7518	0,7291

Значения  $P$  определяют из табл. 4.6 по выбранному уровню значимости  $q$ , прибегая при необходимости к линейной интерполяции.

Если хотя бы в одном критерии гипотезу отвергают, то считают, что распределение отлично от нормального. Если гипотеза о нормальном распределении принимается в двух критериях, то ее принимают с уровнем значимости  $q \leq q_1 + q_2$ .

**Пример 4.4.** С помощью составного критерия оценим принадлежность к гауссовскому закону первых 15 результатов наблюдений, приведенных в табл. 4.2. Расчеты по этим данным дают следующие результаты:  $\hat{\sigma} = 0,956$ ;  $s = 1,025$ ;  $\tilde{d} = 89,35$ . Выберем для критерия 1 уровень значимости  $q_1 = 0,02$ . Из табл. 4.5, прибегая к линейной интерполяции, для  $n = 15$  находим  $d_1 = 0,68$ ,  $d_2 = 0,92$ . Поскольку неравенство  $0,68 \leq 0,89 \leq 0,92$  выполняется, то с заданным уровнем значимости  $q_1 = 0,02$  гипотеза о нормальном распределении принимается.

Для проверки по критерию 2 из табл. 4.6 при  $n = 15$  и уровне значимости  $q = 0,05$  находим  $P = 0,98$  и  $m = 1$ . Для гауссовского распределения  $t = 2,33$ . Расчеты показывают, что ни один из модулей разностей  $|x_i - \hat{x}|$  не превышает уровня  $ts = 2,39$ , хотя в соответствии с условиями критерия  $m = 1$  и одна разность могла бы превысить этот уровень. Следовательно, гипотезу о нормальном распределении принимают с уровнем значимости  $q = q_1 + q_2 = 0,07$ .

Таблица 4.6. Значения  $P$ 

$n$	$m$	$q$		
		0,01	0,02	0,05
15...20	1	0,99	0,99	0,98
21...22	2	0,98	0,97	0,96
23	2	0,98	0,98	0,96
24...27	2	0,98	0,98	0,97
28...32	2	0,99	0,98	0,97
33...35	2	0,99	0,98	0,98
36...49	2	0,99	0,99	0,98

### 4.3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ ГРУБЫЕ ПОГРЕШНОСТИ

В ходе статистической обработки результатов многократных наблюдений иногда выясняется, что некоторые результаты аномальны, т. е. значительно превышают ожидаемую погрешность. Аномальные результаты могут быть проявлением случайного характера погрешностей или особенностей измеряемой величины. Такие результаты следует сохранить для последующей обработки. Однако появление аномальных результатов может быть и обусловлено факторами, не отражающими сущность эксперимента. Например, причиной аномальных результатов могут быть скачки питающего напряжения, вызванные включением в сеть мощных потребителей энергии. Помехи такого типа не в полной мере подавляются стабилизаторами источников питания средств измерений и могут вызывать резкие непредсказуемые изменения показаний. В этом случае считают, что результат содержит грубую погрешность, и его исключают из дальнейшей обработки.

Разработка и анализ методов исключения имеют большое практическое значение, поскольку при использовании сложной измерительной аппаратуры доля аномальных результатов может достигать 10...15 % общего числа измерений.

**Общие методы исключения грубых погрешностей.** Вопрос об исключении аномальных результатов невозможно однозначно решить в общем виде, поскольку для принятия такого решения необходим тщательный анализ конкретных целей эксперимента, особенностей измерительной аппаратуры и характера поведения измеряемой величины. Особую осторожность следует проявлять тогда, когда исследуются процессы с мало изученными характеристиками.

Иногда основанием для исключения аномальных результатов могут служить эвристические предпосылки, связанные, например, с воспоминаниями экспериментатора о нарушениях условий эксперимента. Если же проведение эксперимента и обработку его результатов осуществляют с помощью ИВК, то необходимы формальные признаки исключения грубых погрешностей.

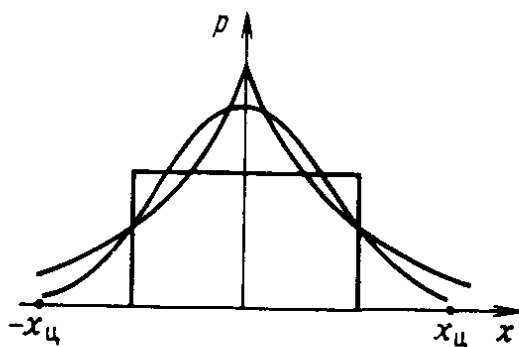


Рис. 4.4



Наиболее распространенным методом исключения результатов, содержащих грубые погрешности, является цензурирование результатов измерений — исключение результатов, погрешности которых превышают установленные границы цензурирования  $\pm x_{ц}$ . Грубые оценки границы получают, пользуясь правилом «трех сигма», согласно которому границы цензурирования  $x_{ц} = 3\sigma$ . Для гауссовского закона распределения погрешностей вероятность превышения погрешностью этого уровня составляет 0,0027 (рис. 4.4), и результат с такой погрешностью исключают. При равномерном законе промахи вызваны все результаты, превышающие уровень  $\sigma\sqrt{3}$ , поэтому граница оказывается сильно завышенной. Для закона Лапласа вероятность выхода погрешности за пределы  $\pm 3\sigma$  составляет 0,05, так что такие события нельзя считать маловероятными и исключать результаты неправомочно.

Таким образом, границу цензурирования следует выбирать в зависимости от того, насколько быстро спадает плотность вероятности на краях графика. Протяженность спадающей части графика характеризуют эксцессом, поэтому и граница цензурирования должна быть возрастающей функцией эксцесса.

Если задать определенную вероятность  $\alpha$  выхода результатов за границу цензурирования, то очевидно, что число результатов, превысивших уровень границы, будет возрастать с ростом числа наблюдений. Для того чтобы практически все результаты, не содержащие грубых погрешностей, не выходили за границы цензурирования, необходимо сам уровень увеличивать с ростом  $n$ .

Границы цензурирования, при которых в среднем из результатов измерений исключается менее одного, определяются соотношением:

$$x_{ц} = \sigma \left[ 1,55 + 0,8\sqrt{E + 2 \lg(n/10)} \right], \quad (4.3)$$

справедливым для гауссовского и равномерного законов распределения, а также закона Лапласа.

Иногда границы рассчитывают по формуле  $x_{ц} = \sigma(1 + 1,3\sqrt{E + 2})$ .

**Методика обработки результатов измерений, содержащих грубые погрешности.** Для расчета границ цензурирования необходимо знать значения  $\sigma$  и  $E$ , вместо которых в формулу (4.3) подставляют их оценки, полученные по результатам наблюдений. При ограниченном числе наблюдений оценки определяются со значительными погрешностями, которые сильно возрастают из-за наличия результатов, содержащих промахи. Вычисленные на основании грубых оценок границы цензурирования могут быть сильно завышенными и служить основанием для ошибочных выводов. Поэтому задачу цензурирования решают методом последовательных приближений, постепенно уточняя полученные результаты.

Сначала определяют оценку математического ожидания методами, устойчивыми к промахам, например, взяв в качестве оценки медиану результатов измерений. Наиболее удаленные от математического ожидания результаты исключают во избежание резкого возрастания погрешностей оценок и рассчитывают границы цензурирования. Если в пределах границ окажется часть отброшенных результатов, то их возвращают в выборку и снова рассчитывают оценки  $\hat{x}$  и  $\hat{\sigma}$ .

Если же среди неисключенных имеются результаты, превышающие границы, то их отбрасывают и снова рассчитывают оценки. Процесс повторяют до тех пор, пока не будут исключены все результаты, содержащие грубые погрешности.

На окончательном этапе обработки выбирают эффективную оценку математического ожидания, для которой определяют окончательные значения  $\hat{x}$  и  $\hat{\sigma}$ .

#### 4.4. МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ МНОГОКРАТНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Пусть проведено  $n$  наблюдений измеряемой величины  $X$  и получены независимые результаты  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , каждый из которых содержит постоянную систематическую погрешность  $\theta$  и случайную погрешность.

Если в качестве оценки измеряемой величины принято среднеарифметическое полученных значения, то

$$\hat{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X + \theta + \varepsilon_i) = X + \theta + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i.$$

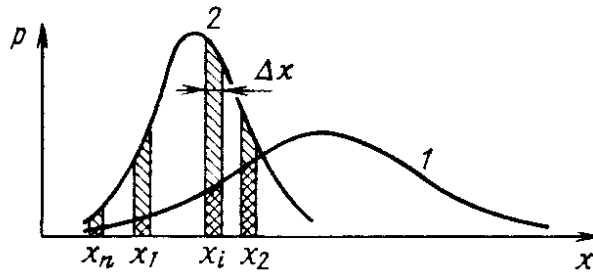
Отсюда следует, что измерения с многократными наблюдениями не приводят к изменению систематической погрешности. Отдельные значения случайной погрешности могут иметь разные знаки, поэтому при суммировании некоторые значения будут взаимно компенсироваться. Можно показать, что дисперсия третьего слагаемого, являющегося случайной погрешностью результата измерений  $\hat{x}$ , уменьшается с ростом  $n$ . Следовательно, многократные наблюдения целесообразно применять тогда, когда доминирует случайная погрешность и ее уменьшение может существенно уменьшить общую погрешность.

**Принцип максимального правдоподобия.** Пусть результаты  $x_i$  наблюдений измеряемой величины подчинены закону распределения  $p(x_i; X; \sigma)$ , где  $X$  — математическое ожидание,  $\sigma$  — СКО. Вероятность появления результата измерений  $x_i$

$$p_i(x_i) = p(x_i; X; \sigma) \Delta x,$$

где  $\Delta x$  — малый интервал.

Рис. 4.5



Вероятность появления совокупности независимых результатов  $x_1, x_2, \dots, x_n$  определяется как произведение вероятностей

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n p_i(x_i) = \Delta x^n \prod_{i=1}^n p(x_i; X; \sigma).$$

Параметры  $X$  и  $\sigma$  до измерений неизвестны, поэтому их можно рассматривать как переменные. Метод максимального правдоподобия заключается в подборе таких значений  $X$  и  $\sigma$ , при которых вероятность появления результатов измерений максимальна.

Полученные оценки называют оценками максимального правдоподобия. Их отыскивают по максимуму функции правдоподобия

$$L(x_1, x_2, \dots, x; X; \sigma) = \prod_{i=1}^n p(x_i; X; \sigma),$$

которая отличается от вероятности  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  множителем  $\Delta x^n$ , не влияющим на решение.

Рассмотрим пример, поясняющий метод максимального правдоподобия. На рис. 4.5 показаны результаты  $x_i$  многократных наблюдений. Если выбранное математическое ожидание  $X$  сильно сдвинуто от центра области, в которой расположены экспериментальные точки (1 на рис. 4.5), то вероятности  $p_i(x_i)$ , отображенные столбиками со штриховкой с наклоном налево, будут

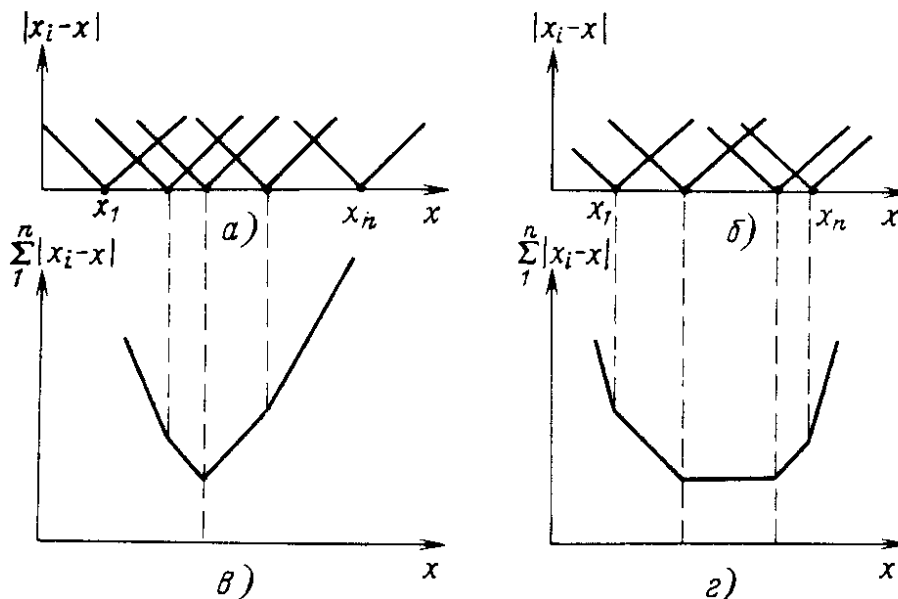


Рис. 4.6

малы. Очевидно, что в данном случае вероятность  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  также мала. Если уменьшить математическое ожидание и дисперсию (2 на рис. 4.5), то вероятности  $p_i(x_i)$ , отображенные столбиками со штриховкой с наклоном направо, возрастут и соответственно увеличится функция правдоподобия. Изменять  $X$  и  $\sigma$  следует до тех пор, пока не будет достигнут максимум функции правдоподобия.

Оценки максимального правдоподобия зависят от закона распределения погрешностей. Получим оценки для некоторых часто встречающихся законов.

**Вычисление оценок максимального правдоподобия.** Для гауссовского закона

$$p(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp - \frac{(x_i - X)^2}{2\sigma^2}.$$

**Функция правдоподобия**

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; X; \sigma) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^n \exp - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - X)^2.$$

Если функция правдоподобия содержит сомножители с показательными функциями, удобнее пользоваться логарифмической функцией правдоподобия

$$\ln L(x_1, x_2, \dots, x_n; X; \sigma) = - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - X)^2 - n \ln \sigma - \frac{n}{2} \ln 2\pi.$$

В данном случае функция правдоподобия дифференцируема, а ее производные непрерывны в точках  $x_i$ . Поэтому оценки максимального правдоподобия находят, решая систему уравнений

$$\left(\frac{\partial L}{\partial X}\right)_{\substack{X=\hat{x} \\ \sigma=\hat{\sigma}}} = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2 = 0,$$

$$\left(\frac{\partial L}{\partial \sigma}\right)_{\substack{X=\hat{x} \\ \sigma=\hat{\sigma}}} = \frac{1}{\hat{\sigma}^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2 - \frac{n}{\hat{\sigma}} = 0.$$

В результате

$$\hat{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \tag{4.4}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2. \tag{4.5}$$

Согласно закону Лапласа

$$p(x_1, x_2, \dots, x_n; X; \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma}} \exp - \frac{|x_i - X| \sqrt{2}}{\sigma}.$$

## Логарифмическая функция правдоподобия

$$\ln L(x_1, x_2, \dots, x_n; X; \sigma) = -\frac{\sqrt{2}}{\sigma} \sum_{i=1}^n |x_i - X| - n \ln(\sqrt{2}\sigma)$$

не дифференцируема в точках  $x_i$ , и ее максимум нельзя отыскать, приравняв нулю частные производные. Определим максимум функции правдоподобия графическим методом. Для этого сделаем  $x$  переменным, заменив его. Семейства зависимостей отдельных слагаемых  $|x_i - x|$  от  $x$  для четных и нечетных  $n$  построены на рис. 4.6, *a* и *б*. Суммируя их, получаем зависимости  $\sum_{i=1}^n |x_i - x|$  от  $x$  (рис. 4.6, *в* и *г*). Функция правдоподобия достигает максимума, если сумма минимальна. Следовательно, при нечетном  $n$  за оценку максимального правдоподобия следует взять медиану вариационного ряда, т. е.

$$\hat{x} = x_{(n+1)/2}. \quad (4.6)$$

Для четных  $n$  функция правдоподобия максимальна на интервале от  $x_{n/2}$  до  $x_{n/2+1}$ . За оценку максимального правдоподобия принимают середину этого интервала

$$\hat{x} = [x_{n/2} + x_{n/2+1}] / 2. \quad (4.7)$$

При равномерном распределении погрешностей

$$p(x; X; \sigma) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{при } a \leq x_i \leq b, \\ 0 & \text{при } x_i < a; x_i > b, \end{cases}$$

где  $X = (a + b)/2$ ;  $\sigma = (b - a)/2\sqrt{3}$ .

Функция правдоподобия

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; X; \sigma) = \frac{1}{(b-a)^n}.$$

Очевидно, что все экспериментальные точки должны располагаться в пределах графика плотности вероятностей (рис. 4.7, *a*), т. е. оценки должны удовлетворять условиям  $\hat{a} < x_1$ ;  $\hat{b} > x_n$ , где  $x_1$  и

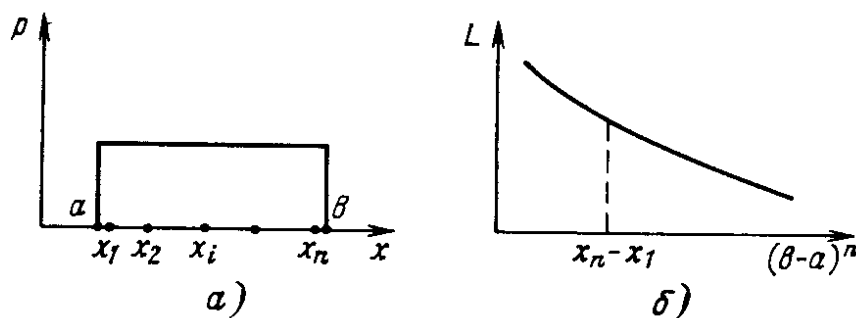


Рис. 4.7

$x_n$  — крайние значения вариационного ряда результатов  $x_i$ . Функция правдоподобия построена на рис. 4.7, б, из которого следует, что условный максимум функции правдоподобия имеет место при  $\hat{b} - \hat{a} = x_n - x_1$ .

Оценка максимального правдоподобия

$$\hat{x} = (x_1 + x_n) / 2. \quad (4.8)$$

**Сравнение эффективности оценок.** Таким образом, способ расчета оценки математического ожидания зависит от закона распределения погрешностей. Если закон распределения неизвестен, то способ расчета выбирают по экспериментально полученной оценке эксцесса.

Для ограниченных распределений с эксцессом  $E$  от  $-2,2$  до  $-0,5$ , например арксинусного, равномерного и трапецеидального (см. табл. 2.5), математическое ожидание оценивают по полусумме крайних значений вариационного ряда.

Для законов распределения, близких к гауссовскому с эксцессом от  $-0,5$  до  $1$ , эффективной оценкой является среднеарифметическое. Математическое ожидание распределений с полого спадающими краями ( $E > 1$ ) определяют по медиане вариационного ряда.

Общим свойством оценок максимального правдоподобия является их асимптотическая (достигаемая при  $n \rightarrow \infty$ ) эффективность и асимптотическая несмещенность.

При значительном числе наблюдений  $n > 20 \dots 30$  закон распределения оценок максимального правдоподобия можно считать гауссовским независимо от закона распределения погрешностей измерений.

Сравним эффективности различных оценок математического ожидания для некоторых часто встречающихся законов распределения погрешностей, воспользовавшись данными, приведенными в табл. 4.7.

Как это следует из табл. 4.7, при  $n > 10$  для арксинусного и равномерного распределений наименьшее среднее квадратическое отклонение имеет оценка по полусумме крайних членов вариационного ряда, которую и следует выбрать в соответствии с приведенными рекомендациями. Для погрешностей, распре-

Таблица 4.7. Сравнение эффективности оценок

Закон распределения	$\sigma_n^2$	$\sigma_c^2 / \sigma_n^2$	$\sigma_c / \sigma_n$ при разных $n$			
			5	10	$10^2$	$10^3$
Арксинусный	$\frac{5\pi^4 \sigma^2}{n^4}$	$\frac{n^3}{5\pi^4}$	0,51	1,4	46	$1,4 \cdot 10^3$
Равномерный	$\frac{6\sigma^2}{(n+1)/(n+2)}$	$\frac{(n+1)/(n+2)}{6n}$	1,2	2,0	4,1	13
Гауссовский	$\frac{\pi^2 \sigma^2}{24 \ln n}$	$\frac{24 \ln n}{\pi^2 n}$	0,88	0,49	0,21	0,085

$\sigma_n^2$ ,  $\sigma_c^2$  — дисперсии оценок математического ожидания, полученных как полусумма крайних членов вариационного ряда и как среднеарифметическое.

деленных по гауссовскому закону, эффективной оценкой является среднеарифметическое, поэтому отношение  $\sigma_c/\sigma_n < 1$  при любых  $n$ .

**Пример 4.5.** Определим число измерений, необходимое для получения СКО оценки математического ожидания 0,1 мВ, если погрешность распределена по равномерному закону с СКО  $\sigma = 1$  мВ.

В данном случае оценка максимального правдоподобия — полусумма крайних членов вариационного ряда. Ее СКО рассчитывается по формуле, приведенной в третьем столбце табл. 4.8. Подставив в формулу значения СКО и решив полученное уравнение, получим  $n = 23$ . Если же математическое ожидание оценивать по среднеарифметическому, то СКО  $\sigma_c = \sigma/\sqrt{n}$ , откуда  $n = 100$ . Таким образом, при заданной СКО оценки максимального правдоподобия требуемое число измерений возрастает более чем в 4 раза.

#### 4.5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ С МНОГОКРАТНЫМИ НАБЛЮДЕНИЯМИ, ПОДЧИНЕННЫХ ГАУССОВСКОМУ ЗАКОНУ

Полученные в § 4.4 оценки максимального правдоподобия  $\hat{x}$  и  $s$  называют точечными оценками результата измерений. В некоторых случаях удобнее пользоваться интервальной оценкой — интервалом, в котором с заданной вероятностью лежит измеряемая величина. Пусть результаты наблюдений подчинены гауссовскому закону, статистически независимы и не содержат систематических погрешностей.

**Оценка математического ожидания и дисперсии.** Оценка максимального правдоподобия (4.4) несмещенная, поскольку

$$M(\hat{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x}_i = \frac{nX}{n} = X.$$

Определение ее таким образом можно рассматривать как косвенные измерения, поэтому СКО оценки

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n^2} n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}. \quad (4.9)$$

Оценка  $\hat{x}$  подчиняется гауссовскому закону распределения при любых  $n$ , поскольку композиция гауссовских законов при любом числе слагаемых дает гауссовский закон. Плотности вероятности  $p(x_i)$  и  $p(\hat{x})$  показаны на рис. 4.8.

Использовать закон распределения  $p(\hat{x})$  для отыскания доверительного интервала нельзя, так как значение  $\sigma$ , а следовательно, и  $\sigma_x$  обычно неизвестны. Вместо  $\sigma$  при анализе используют оценку максимального правдоподобия ее (4.5).

Определим, является ли эта оценка несмещенной. Для этого найдем математическое ожидание и после преобразований получим

$$\overline{\hat{\sigma}^2} = [(n-1)/n] \sigma^2.$$

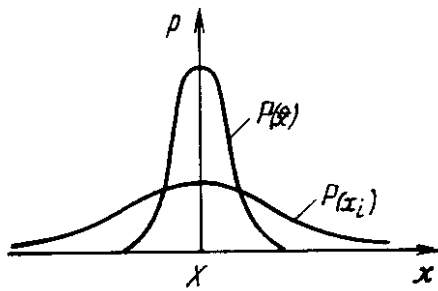


Рис. 4.8

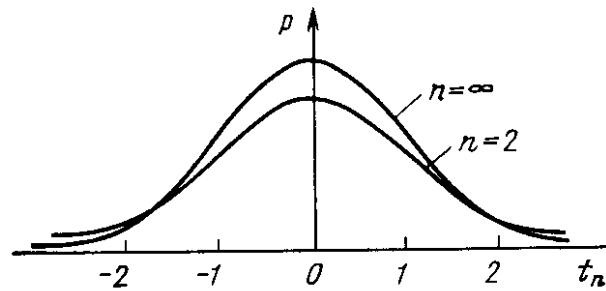


Рис. 4.9

Следовательно, оценка максимального правдоподобия  $\hat{\sigma}$  при конечном  $n$  является смещенной. При  $n \rightarrow \infty$   $[(n-1)/n] \rightarrow \infty$  и  $\hat{\sigma}^2 \rightarrow \sigma^2$ , откуда следует асимптотическая несмещенность оценки.

При расчетах используют несмещенную оценку

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2. \quad (4.10)$$

Подставив полученную оценку в (4.9), получим оценку СКО среднеарифметического

$$s_{\hat{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \left[ \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2 \right]^{1/2}, \quad (4.11)$$

которая является случайной величиной.

**Доверительная вероятность.** Вероятность пребывания оценки на интервале от  $X - t_n s_{\hat{x}}$  до  $X + t_n s_{\hat{x}}$ , выраженная в долях оценки СКО,

$$P\{X - t_n s_{\hat{x}} \leq \hat{x} \leq X + t_n s_{\hat{x}}\} = P\{\hat{x} - t_n s_{\hat{x}} \leq X \leq \hat{x} + t_n s_{\hat{x}}\}$$

определяет и вероятность пребывания истинного значения  $X$  на интервале от  $\hat{x} - t_n s_{\hat{x}}$  до  $\hat{x} + t_n s_{\hat{x}}$ . Этот интервал случаен, так как его центр и протяженность — случайные величины. Такой интервал, как и вероятность  $P_{\Delta}$ , называют доверительным. Заметим, что термин доверительная вероятность, введенный в математической статистике, применим только в случае задания интервала со случайными границами. Для обозначения доверительной вероятности и модуля доверительных границ интервала для возможных погрешностей будем, как и ранее, пользоваться символами  $P_{\Delta}$  и  $\Delta_{\text{вн}}$ .

Для определения доверительной вероятности следует определить плотность вероятности случайной величины  $\varepsilon = (\hat{x} - X)/s_{\hat{x}}$ , а затем проинтегрировать ее от  $-t_n$  до  $t_n$ .

В теории вероятности показано, что случайная величина  $\varepsilon$  распределена по закону Стьюдента с плотностью вероятности  $p_n(\varepsilon)$ , зависящей от числа измерений  $n$ :



$$P_n(\varepsilon) = \frac{\Gamma(n/2)}{\sqrt{\pi}(n-1)\Gamma[(n-1)/2]} \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{n-1}\right)^{-n/2},$$

где  $\Gamma$  — гамма-функция.

Зависимости плотности вероятности  $p_n(\varepsilon)$  для  $n=2$  и  $n=\infty$  показаны на рис. 4.9. При  $n \rightarrow \infty$  распределение Стьюдента стремится к гауссовскому. Как следует из рис. 4.9, основное отличие распределения Стьюдента от гауссовского заключается в более медленном убывании плотности вероятностей с ростом  $\varepsilon$ .

Доверительная вероятность

$$P\left\{-t_n \leq \frac{\hat{x} - X}{s_{\hat{x}}} \leq t_n\right\} = 2 \int_0^{t_n} P_n(\varepsilon) d\varepsilon = P_{\Delta}(t, n).$$

Эта функция табулирована. Некоторые значения  $t_n$ , соответствующие доверительной вероятности  $P_{\Delta}(t, n) = 0,9, 0,95$  и  $0,99$ , приведены в табл. 4.8.

Таблица 4.8. Значения  $t_n$  при заданной вероятности  $P_{\Delta}(t, n)$

n	$P_{\Delta}(t, n)$		
	0,9	0,95	0,99
2	6,31	12,7	63,7
3	2,92	4,30	9,92
5	2,13	2,78	4,60
8	1,89	2,36	3,50
10	1,83	2,26	3,25
15	1,76	2,14	2,98
20	1,73	2,09	2,86
$\infty$	1,64	1,96	2,58

**Пример 4.6.** Пусть при пяти результатах наблюдений, подчиненных гауссовскому закону, получены оценки  $\hat{x} = 10,00$ ;  $s = 0,2$ . Для доверительной вероятности  $P(t, n) = 0,95$   $\Delta_{\text{вн}} = t_n s / \sqrt{n} = 0,25$  доверительный интервал  $10,00 \pm 0,25$ .

В случае точного задания СКО  $\sigma = 0,2$   $\Delta_{\text{вн}} = t\sigma / \sqrt{n} = 0,18$  и доверительный интервал станет значительно меньше:  $10,00 \pm 0,18$ . Еще больше различаются интервалы для больших значений доверительной вероятности, например  $P(t, n) = 0,99$ . Это обстоятельство обусловлено более медленным убыванием с увеличением  $t_n$  плотности вероятности распределения Стьюдента по сравнению с гауссовским законом.

## 4.6. НЕИСКЛЮЧЕННЫЕ СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ И ИХ УЧЕТ

Возникающие при измерениях систематические погрешности обычно учитывают внесением поправки в результат измерений и оценкой измеряемой величины исправленным результатом. Систематические погрешности, а следовательно, и поправки всегда из-

вестны с конечной точностью, поэтому в исправленном результате появляется специфическая составляющая — неисключенная систематическая погрешность (НСП), которая может ограничивать точность измерений, особенно при проведении измерений с многократными наблюдениями.

**Причины появления НСП и их свойства.** Эта погрешность возникает при реализации всех методов компенсации систематических погрешностей и может быть вызвана погрешностями образцовых мер и приборов, используемых для компенсации систематических погрешностей рабочих средств измерений, погрешностями определения функций влияния и влияющих величин, если вводится соответствующая поправка. Случайные погрешности, допущенные при измерении систематических погрешностей, также вызывают НСП.

Если погрешность прибора нормируют ее допускаемым пределом, а случайная погрешность пренебрежимо мала, то такой прибор можно характеризовать НСП, предельное значение которой равно допускаемому пределу инструментальной погрешности.

Для каждого конкретного экземпляра средств измерений в каждом конкретном случае НСП принимает определенное значение, зависящее от методики компенсации систематических погрешностей и условий эксперимента. Но для каждого экземпляра средств измерений значение НСП различно, а для совокупности средств измерений ее можно рассматривать как случайную величину, что используют при моделировании, приписывая НСП определенные статистические характеристики. Вид модели НСП определяется сведениями о характере ее поведения. Если известны только предельные значения НСП  $\theta_{npi}$ , обусловленной влиянием  $i$ -го фактора, то в качестве математической модели берут равномерный закон с СКО  $\sigma_{ni} = \theta_{npi} / \sqrt{3}$ .

**Границы НСП и общей погрешности. Общая НСП**

$$\theta_n = \sum_{i=1}^m \theta_{ni},$$

поэтому в наихудшем случае предельные значения общей НСП

$$\theta_{np} = \sum_{i=1}^m |\theta_{npi}|. \quad (4.12)$$

Это соотношение, подобное (3.26), дает сильно завышенную оценку, и чаще НСП оценивают по СКО, полученному с учетом равномерного распределения частных погрешностей:

$$\sigma_{\theta_n} = \left( \sum_{i=1}^m \theta_{npi}^2 / 3 \right)^{1/2}. \quad (4.13)$$

Точную оценку границ НСП для заданной вероятности можно получить, определив закон распределения общей НСП как композицию равномерных законов. Однако у такого метода есть некоторые недостатки. Особенность НСП состоит в том, что эта погрешность, определяющая неточность задания систематической погрешности, обычно задается приблизительно. Даже для эталонов ее характеризуют одной значащей цифрой. Поэтому при грубом задании пределов  $\theta_{\text{нп}i}$  точное вычисление границ погрешности может оказаться нецелесообразным. Для приближенных же оценок закон распределения НСП можно считать гауссовским, справедливость такого предположения тем достовернее, чем больше число слагаемых. Для гауссовского закона границы погрешности  $\theta_{\text{нвн}}$  при вероятности  $P_{\Delta} = 0,95$  определяется подобно (3.24):

$$\theta_{\text{нвн}} = 1,96 \left( \sum_{i=1}^m \theta_{\text{нп}i}^2 / 3 \right)^{1/2} = 1,1 \left( \sum_{i=1}^m \theta_{\text{нп}i}^2 \right)^{1/2} \approx \left( \sum_{i=1}^n \theta_{\text{нп}i}^2 \right)^{1/2}.$$

В некоторых случаях необходимо оценить одним числом общую инструментальную погрешность с учетом случайной погрешности и НСП. Это удобно, например, для оценки точности приборов данного типа. Случайную погрешность оценивают экспериментально в ходе измерений с многократными наблюдениями, мерой СКО является ее несмещенная оценка  $s_{\hat{x}}$ . Общая погрешность с учетом НСП

$$\sigma = \left( \sigma_{\theta_n}^2 + s_{\hat{x}}^2 \right)^{1/2}. \quad (4.14)$$

Полагая закон распределения общей погрешности гауссовским, получаем ее границы  $\Delta_{\text{вн}} = t\sigma$ .

Результат измерений  $x_{\text{ис}} \pm \Delta_{\text{вн}}$ .

Более точная методика определения  $\theta_{\text{нвн}}$  и  $\Delta_{\text{вн}}$  приведена в [15].

Заметим, что описанная методика определения общей погрешности имеет много общего с методикой нормирования инструментальной погрешности статистическим методом (§ 3.4): суммируются погрешности разной природы, одна из которых определяется по множеству приборов, а другая — по множеству измерений.

**Пример 4.7.** Вольтметром проведено девять измерений ЭДС источника напряжений. Среднеарифметическое полученных значений  $U_c = 8,963$  В, несмещенная оценка СКО измерения  $s_U = 10$  мВ, погрешности независимы и подчинены гауссовскому закону. Методическая погрешность  $\theta_m$ , обусловленная шунтирующим действием вольтметра, определена с предельной погрешностью  $\theta_{\text{нп}m} = 3$  мВ. Запишем результат измерений, если вольтметр поверяли по образцовой мере с предельной погрешностью воспроизведения напряжения  $\Delta_{\text{п}U} = 3$  мВ.

Исправленный результат  $U_{\text{ис}} = U_c - \theta_m = 8,973$  В. Неисключенная составляющая погрешность складывается из двух составляющих: погрешности задания

методической погрешности и погрешности меры. Если при поверке вольтметра методическая погрешность была малой, то можно считать, что погрешность образцовой меры определяет НСП, предельное значение которой  $\theta_{нпм} = 3$  мВ при  $\theta_m = -10$  мВ.

Согласно (4.13) СКО НСП

$$\sigma_{\theta_n} = [(\theta_{нпш}^2 + \theta_{нпм}^2)/3]^{1/2} = 2,45 \text{ мВ.}$$

Оценка СКО среднеарифметического  $s_{U_c} = s/\sqrt{9} = 3,3$  мВ. Согласно (4.14) СКО общей погрешности

$$\sigma = (2,45^2 + 3,3^2)^{1/2} = 4,11 \text{ мВ.}$$

Для  $P_\Delta = 0,95$   $\Delta_{вн} = 8,1$  мВ, результат измерений  $(8,973 \pm 0,008)$  В.

Несколько уменьшить погрешность можно увеличением числа измерений. Например, при  $n = 100$   $s_{U_c} = 1$  мВ,  $\sigma = 2,65$  мВ и  $\Delta_{вн} = 5,2$  мВ.

## 4.7. ОБРАБОТКА СОВМЕСТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В ходе исследований часто прибегают к совместным измерениям, целью которых является установление вида функции  $y = f(x)$  — математической модели исследуемой зависимости. Из-за погрешности измерений и неполноты модели экспериментальные точки  $x_i, y_i$  имеют определенный разброс (рис. 4.10), поэтому точно определить модель невозможно, и ограничиваются нахождением ее оценки  $\hat{y} = f(x)$ . Оценка должна удовлетворять двум противоречивым требованиям: обеспечивать сглаживание случайных отклонений экспериментальных точек и при этом отражать все особенности полученной зависимости.

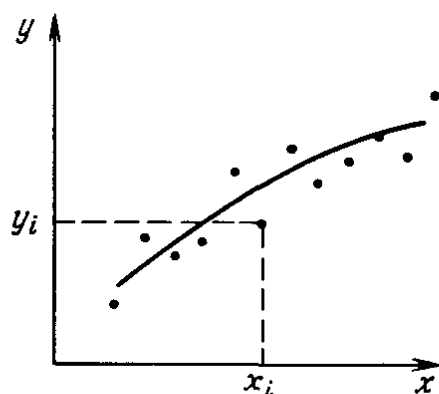


Рис. 4.10

**Экспресс-методы определения графического вида математической модели.** Математическую модель можно грубо оценить по экспериментальным точкам, не прибегая к вычислениям. Если рассеяние точек невелико, то их просто соединяют плавной кривой. Выпадающие из общей зависимости точки рассматривают как проявление промахов и не учитывают.

При значительных погрешностях применяют метод контура — проводят линии, ограничивающие поле экспериментальных точек

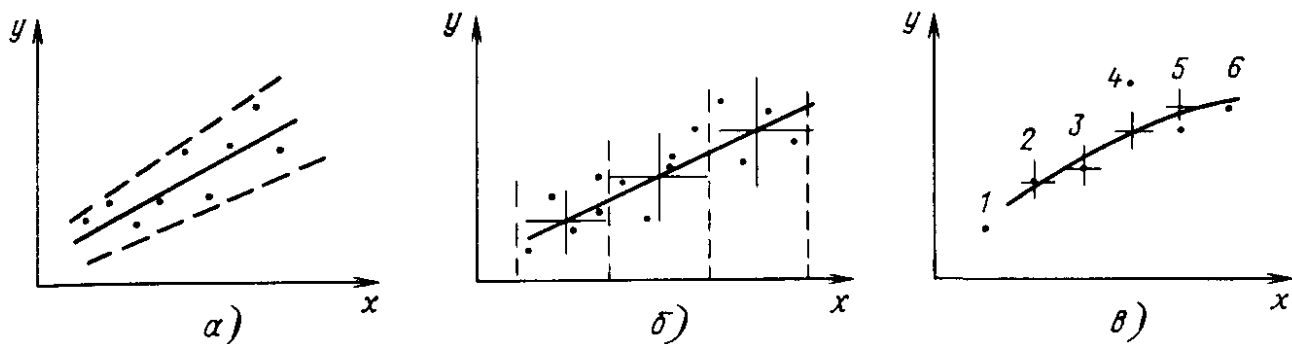


Рис. 4.11

сверху и снизу (рис. 4.11, а). График искомой математической модели строят как центральную линию полученного контура.

При больших погрешностях и часто встречающихся промахах из-за возрастания неопределенности при построении контура и центральной линии метод контура становится мало эффективным. В таких случаях можно использовать метод медианных центров, основанный на устойчивых к промахам медианных оценках среднего значения. Все поле экспериментальных точек делят на несколько областей. Например, на рис. 4.11, б выделены три области, ограниченные штриховыми линиями. В каждой области находят медианный центр. Для этого проводят горизонтальную линию, выше и ниже которой число точек одинаково (по две точки в каждой области), а затем вертикальную линию, справа и слева от которой число точек также одинаково. Медианные центры, лежащие на пересечении линий, соединяют плавной линией.

Медианные оценки можно использовать для исключения промахов. Например, при монотонно изменяющихся отсчетах вместо очередного отсчета берут медиану трех соседних отсчетов. Так, на рис. 4.11, в исходные результаты показаны точками, причем точка 4 выпадает из общей зависимости. Если ни один из трех соседних отсчетов не содержит промаха, то медианные значения (на рис. 4.11, в отмечены знаком  $+$ ) совпадают со средними отсчетами. Например, медианное значение для точек 1, 2, 3 совпадает с точкой 2. Среди точек 2, 3, 4 точка 4 содержит промах, но медианное значение совпадает с исходной точкой 3. Медианное значение точек 3, 4, 5 соответствует точке 5, так что вместо точки 4 при дальнейшей обработке используют точку 5, не содержащую промаха. При двух следующих подряд промахах метод неэффективен.

**Выбор математической модели.** Вид зависимости  $\hat{y} = f(x)$ , описывающей опытные данные, выбирает экспериментатор на основе предварительных данных о природе исследуемой зависимости или о расположении экспериментальных точек. Крайне желательно, чтобы модель была содержательной, т. е. чтобы входящим в нее постоянным можно было приписать определенный физический смысл. Пусть, например, измерены текущие значения темпе-

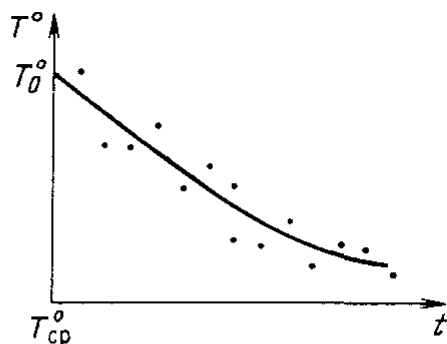


Рис. 4.12

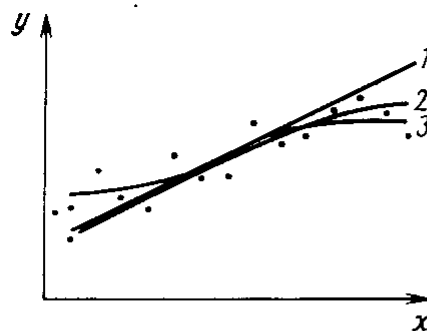


Рис. 4.13

ратуры  $T^\circ$  тела, сначала нагретого до  $T_0^\circ$  и охлаждающегося до температуры  $T_{\text{ср}}^\circ$  окружающей среды (рис. 4.12). В математической модели вида  $T^\circ = (T_0^\circ - T_{\text{ср}}^\circ) \exp(-t/\tau)$  постоянную времени  $\tau$  можно рассматривать как тепловую постоянную времени тела, зависящую от его объема и удельной теплоемкости. Если же указанную экспериментальную зависимость представить в виде полинома, то его коэффициенты никакого физического смысла иметь не будут.

Математическая модель должна описывать результаты эксперимента наиболее компактно, что в дальнейшем упрощает ее использование. Однако стремление к простоте модели может противоречить ее адекватности исследуемой зависимости. Разумную степень усложнения модели в зависимости от целей эксперимента определяет экспериментатор. Например, для показанной на рис. 4.13 совокупности экспериментальных точек линейная модель 1 характеризуется большой погрешностью адекватности, так как при крайних значениях аргумента линия выходит за пределы поля рассеяния точек. Модель 2 в виде полинома второй степени также дает значительное расхождение при максимальных значениях  $x$ . Более подходящей оказывается математическая модель 3 в виде полинома третьей степени.

При использовании аналитических способов расчета задача выбора математической модели решается в два этапа. Сначала находят общий вид математической модели, а затем рассчитывают параметры, определяющие ее конкретный вид. Если нельзя указать общий вид модели теоретически, то ее определяют по форме поля рассеяния экспериментальных точек. Для этого в поле рассеяния помещают графики различных известных функций и находят такие, которые отражают особенности этого поля. Такой выбор неоднозначен, так как обычно можно найти несколько подходящих функций.

В некоторых частных случаях подбор математической модели упрощается, если масштабы по осям  $x$  и  $y$  выбрать так, что график аппроксимирующей функции превратится в прямую линию. Например, степенная функция  $y = ax^n$  (рис. 4.14, а) после логарифмирования приобретает вид  $\lg y = \lg a + n \lg x$ , и ее графическое

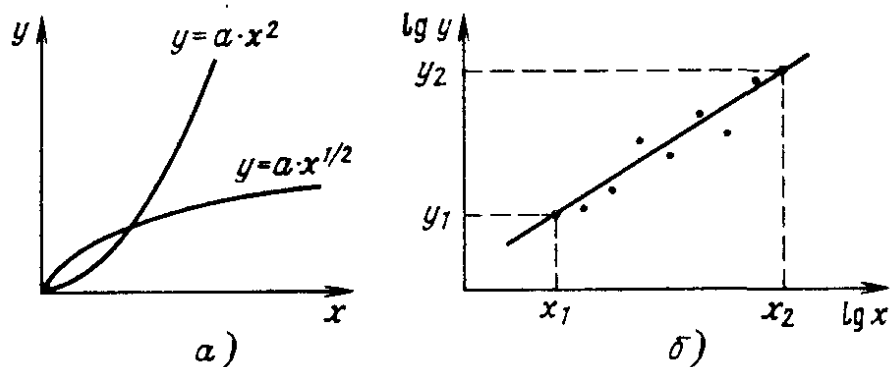


Рис. 4.14

изображение в координатах  $\lg x$ ,  $\lg y$  является прямой линией с угловым коэффициентом  $n$ . Для проверки модели в этих координатах строят экспериментальные точки (рис. 4.14, б). Если точки располагаются возле прямой линии, то математическую модель в виде степенной функции считают не противоречащей экспериментальным данным. По графику можно грубо оценить параметры модели. Для этого проводят линию, берут на ней две точки с координатами  $x_1$ ,  $y_1$ ;  $x_2$ ,  $y_2$  и рассчитывают угловой коэффициент и параметр  $a$ :

$$n = \frac{\lg y_2 - \lg y_1}{\lg x_2 - \lg x_1}; \quad a = \frac{y_1}{x_1^n}. \quad (4.15)$$

График показательной функции  $y = ae^{bx}$  превращается в прямую линию, если выбрать полулогарифмический масштаб с координатой  $\lg y$  по оси  $y$ . Построив в такой системе координат экспериментальные точки, можно оценить приемлемость модели в виде показательной функции и приближенно оценить параметры  $a$  и  $b$ . Гиперболические функции строят в системе координат  $x$ ,  $1/y$ .

Применяя функциональные шкалы, можно использовать рассмотренный метод и для некоторых других моделей.

**Метод наименьших квадратов.** После того как установлен вид математической модели, аналитическими методами рассчитывают ее параметры. Наиболее распространен метод наименьших квадратов. Сущность метода состоит в таком выборе параметров мо-

дели, при которых сумма квадратов отклонений  $\sum_{i=1}^n (y - y_i)^2$  минимальна.

Если систематическая погрешность измерений значений  $y_i$  отсутствует, случайная погрешность подчинена гауссовскому закону с постоянной дисперсией, а погрешности последовательных измерений статистически независимы, то вычисленные с помощью метода наименьших квадратов значения параметров математической модели являются оценками максимального правдоподобия. На практике эти условия выполняются редко, и метод наименьших квадратов является просто удобным аналитическим способом расчета параметров математической модели.

Рассмотрим применение этого метода на примере простейшей линейной модели  $y = a_0 + a_1 x$ . Сумма квадратов отклонений результатов экспериментальных данных от модели

$$\sum_{i=1}^n (y_i - y)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2.$$

Сумма минимальна, если

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n (y_i - y)^2}{\partial a_0} = 0 \text{ и } \frac{\partial \sum_{i=1}^n (y_i - y)^2}{\partial a_1} = 0.$$

После дифференцирования получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n x_i &= \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 &= \sum_{i=1}^n x_i y_i, \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

называемую системой нормальных уравнений. Нормальные уравнения линейны относительно неизвестных коэффициентов  $a_0$  и  $a_1$ , и систему можно решить методами линейной алгебры. Полученные значения коэффициентов определяют положение прямой, называемой линией регрессии. Коэффициенты  $a_0$  и  $a_1$  называют коэффициентами регрессии.

Расчет коэффициентов регрессии можно упростить, если преобразовать нормальные уравнения и подвергнуть предварительной обработке экспериментальные данные. Для этого, поделив первое уравнение (4.16) на  $n$ , получим  $a_0 + a_1 \tilde{x} = \tilde{y}$ , где

$$\tilde{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \tilde{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad \text{— среднеарифметические значения}$$

$x$  и  $y$ . Если перенести начало координат в точку  $x = \tilde{x}$ , то в новой системе координат первое уравнение будет иметь вид

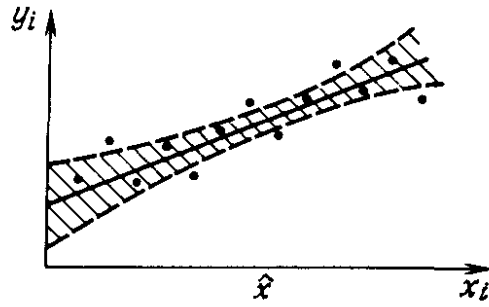
$$a_0 + a_1 \sum_{i=1}^n \frac{x_i - \tilde{x}}{n} = \tilde{y}. \text{ Поскольку } \sum_{i=1}^n x_i - \tilde{x} = 0, \text{ то}$$

$$a_0 = \tilde{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i. \quad (4.17)$$

Следовательно, коэффициент  $a_0$  равен среднеарифметическому значению  $\tilde{y}$ .



Рис. 4.15



В новой системе координат второе уравнение  $a_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) + a_1 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i$  преобразуется к виду  $a_1 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i$ , откуда  $a_1 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i / \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ . (4.18)

Таким образом, предварительное центрирование результатов экспериментов позволит существенно упростить решение системы нормальных уравнений. Линия регрессии, а также экспериментальные точки показаны на рис. 4.15.

**Погрешность модели.** Из-за рассеяния экспериментальных точек вследствие погрешностей измерений значения коэффициентов регрессии также определяются с погрешностью. Пусть рассеяние экспериментальных точек обусловлено единственной причиной — погрешностью измерений  $y_i$ , причем среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  погрешности не зависит от  $x$ , а результаты измерений независимы. Тогда согласно (4.9) и (4.18)  $\sigma_{a_0}^2 = \sigma^2/n$ ;  $\sigma_{a_1}^2 =$

$$= \sigma^2 / \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

Погрешность оценок  $y$  по линии регрессии  $\sigma_y^2 =$

$= \sigma_{a_0}^2 + (x - \bar{x})^2 \sigma_{a_1}^2$  состоит из двух составляющих: аддитивной и мультипликативной.

Погрешность оценки минимальна при  $x = \bar{x}$  и возрастает с увеличением отклонения  $|x - \bar{x}|$ . Область рассеяния для оценки показана на рис. 4.16 заштрихованной областью ограниченной пунктирными линиями. Она оказывается существенно меньше поля рассеяния экспериментальных точек.

**Особенности расчетов методом наименьших квадратов.** С ростом числа экспериментальных точек и усложнением модели резко возрастает сложность расчетов параметров модели. Обычно их выполняют на ЭВМ, математическое обес-

печение которых содержит необходимые программы. В качестве математической модели часто используют полином, степень которого определяют, исходя из разумного усложнения модели.

Иногда приходится степень полинома выбирать в ходе расчетов. Сначала для полинома первой степени рассчитывают параметры и вычисляют сумму квадратов

отклонений  $\sum_{i=1}^n (y_i - y)^2$  линейной модели от экспериментальных точек. При недостаточной большой степени полинома, когда полученная прямая линия существенно выходит за пределы поля рассеяния экспериментальных точек, сумма в значительной мере определяется погрешностью адекватности модели.

Затем усложняют математическую модель, выбрав полином второй степени, и для него рассчитывают коэффициенты и определяют сумму квадратов отклонений. За счет уменьшения погрешности адекватности сумма оказывается меньше, чем для линейной модели. Процесс увеличения степени полинома продолжают до тех пор, пока сумма не перестанет значительно уменьшаться. Это свидетельствует о том, что погрешность адекватности стала малой по сравнению с погрешностью за счет рассеяния экспериментальных точек, и дальнейшее усложнение модели не имеет смысла.

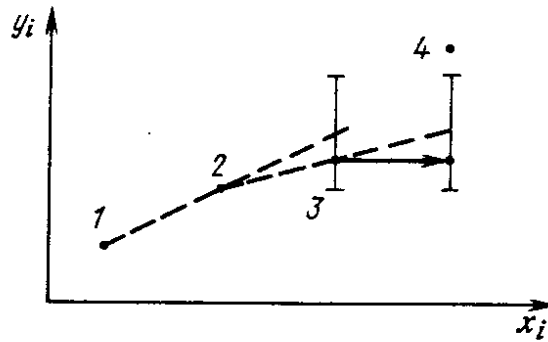
Поскольку метод наименьших квадратов основан на минимизации суммы квадратов отклонений  $y_i - y$ , то на результат расчета параметров модели сильно влияют большие погрешности экспериментальных данных, которые могут быть вызваны промахами. Особенно сильно влияют погрешности экспериментальных точек, наиболее удаленных от центра поля рассеяния. Например, на коэффициент  $a_1$  для линейной модели, а следовательно, и на его погрешность мало влияют значения  $y_i$ , близкие к центру поля рассеяния, так как в сумме

они учитывают с малыми весовыми коэффициентами  $x_i - \bar{x}$ . С увеличением отклонений  $x_i - \bar{x}$  возрастает и вклад экспериментальных значений  $y_i$ . Наибольшее влияние оказывают максимальное и минимальное значения.

Следовательно, промахи следует исключать при окончательной обработке экспериментальных данных. Существуют различные методы исключения влияния промахов. Так, экспериментальные данные можно цензурировать в ходе проведения эксперимента до обработки методом наименьших квадратов. Методы цензурирования, рассмотренные в § 4.3, непосредственно применить невозможно, поскольку границы цензурирования должны автоматически отслеживать закономерные изменения. Эти изменения можно учесть методом экстраполяции. Например, при использовании интерполяционного полинома Лагранжа первой степени по двум точкам, предшествующим контролируемой, определяют коэффициенты полинома. Затем находят значение полинома в контролируемой точке. Относительно этого значения вычисляют верхнюю и нижнюю границы цензурирования. Если экспоненциальная точка лежит внутри границ, то ее оставляют. Если же экспериментальная точка окажется вне границ, то ее исключают и вместо нее вводят какое-либо подходящее значение, например предыдущую точку.

Так, для изображенных на рис. 4.16 экспериментальных данных по точкам 1 и 2 строят прямую линию и определяют экстраполируемое значение для точки 3.

Рис. 4.16



Затем для этого значения определяют границы цензурирования, изображенные ограниченными вертикальными линиями. Поскольку экспериментальная точка 3 находится внутри границ, то она остается без изменений. Экстраполяция по точкам 2 и 3 для точки 4 дает границы, в пределы которых не попадает экспериментальная точка 4. Эту точку исключают и заменяют предыдущей точкой 3, как показано на рис. 4.16 стрелкой.

Границы цензурирования выбирают в зависимости от СКО измерений  $y_i$  и закона распределения погрешностей. Во многих случаях СКО изменяется в зависимости от  $x_i$ , и поэтому границы приходится делать переменными. Если данных о СКО нет, то можно использовать адаптивные алгоритмы, согласно которым границы цензурирования вычисляют в зависимости от средневзвешенного модулей отклонений  $|y_i - y|$ , полученных в предыдущих точках. Существуют итерационные методы уточнения коэффициентов регрессии с исключением данных, содержащих промахи.

## Выводы

Многократные наблюдения используют для точных метрологических измерений и экспериментального определения статистических характеристик погрешностей. Перед обработкой результатов измерений с многократными наблюдениями необходимо убедиться в отсутствии изменений систематической погрешности, исключить возможные грубые погрешности и оценить вид закона распределения случайной погрешности.

Уход систематической погрешности можно обнаружить с помощью критерия тренда. По гистограмме с помощью критериев согласия определяют вид закона распределения, не противоречащий экспериментальным данным. Грубые погрешности исключают путем установления границ цензурирования. Выход результатов за пределы границ рассматривают как признак промаха, и такие результаты также исключают.

Случайную погрешность уменьшают, увеличивая число наблюдений. Методика отыскания оценки измеряемой величины зависит от закона распределения погрешностей. Эффективную оценку дает метод максимального правдоподобия. Оценка максимального правдоподобия зависит от закона распределения.

Для погрешностей, распределенных по гауссовскому закону, эффективной оценкой измеряемой величины является средне-

арифметическое результатов наблюдений, доверительный интервал определяют с помощью закона Стьюдента.

Если закон распределения погрешности неизвестен, то оценку выбирают в зависимости от экспериментально полученной оценки эксцесса распределения.

Неисключенная систематическая погрешность, ограничивающая возможную точность измерений, зависит от погрешности образцовых средств измерений и погрешностей допущенных при исключении систематических погрешностей, обусловленных различными факторами.

Отдельным составляющим неисключенных систематических погрешностей приписывают равномерный закон распределения.

Границы общей погрешности, состоящей из суммы неисключенных систематических погрешностей и случайной погрешности, можно грубо оценить, считая закон распределения общей погрешности гауссовским.

Обработка совместных измерений заключается в подборе подходящей аналитической зависимости и в определении ее параметров по экспериментальным данным. Наиболее распространен метод наименьших квадратов.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое инверсии и как по их числу определить наличие систематической погрешности? Как изменяется число инверсий, если систематическая погрешность нарастает?

2. Что такое гистограмма? Почему высоту столбиков гистограммы нормируют по длине интервала  $d$ ? Как зависит СКО высоты столбика от  $n$ .

3. Из каких соображений выбирают число разбиений при построении гистограммы?

4. В чем сущность критерия согласия Пирсона? Почему его применение допустимо только при  $n > 50 \dots 100$ ?

5. Поясните методику использования составного критерия.

6. Перечислите методы исключения результатов, содержащих грубые погрешности. Поясните, как влияет эксцесс закона распределения и число наблюдений на границу цензурирования. Почему цензурирование проводят методом последовательных приближений?

7. В чем заключается метод максимального правдоподобия? Перечислите оценки максимального правдоподобия для гауссовского закона, закона Лапласа и равномерного закона. Каковы основные свойства оценок максимального правдоподобия?

8. Опишите методику определения доверительного интервала при погрешности, распределенной по гауссовскому закону. Чем отличается смещенная оценка СКО от несмещенной?

9. Назовите причины возникновения неисключенных систематических погрешностей. Как влияет на неисключенную систематическую погрешность случайная погрешность при поверке?

10. В чем состоит метод медианных центров обработки результатов совместных измерений?

11. Опишите методику выбора математической модели экспериментальной зависимости с помощью функциональных шкал.

12. Опишите свойства метода наименьших квадратов и методику расчета при наличии среди результатов промахов.

### ЗАДАЧИ

1. Получены результаты измерений с многократными наблюдениями: 5,5; 5,1; 7,4; 4,7; 4,9; 5,3; 4,7; 6,3; 5,2; 4,0. По критерию тренда определите, можно ли принять гипотезу об отсутствии ухода систематической погрешности.

2. Результаты многократных наблюдений приведены в табл. 4.11. Считая закон близким к гауссовскому, определите необходимое число разбиений и постройте гистограмму.

3. Для данных табл. 4.11 по формулам, приведенным в § 4.3, определите границы цензурирования и сравните полученные результаты. Проведите цензурирование выборки. По критерию Пирсона выберите закон распределения, взяв в качестве модели гауссовский и треугольный законы.

Т а б л и ц а 4.9. **Результаты многократных наблюдений**

-1,33	1,28	-0,57	-0,11	-0,51	-0,57	2,92	2,50	0,36	0,33
-0,28	-0,14	-0,25	0,57	-0,45	-1,18	-1,19	-0,32	-0,10	1,11
0,16	-0,89	-0,92	-0,51	1,41	-0,52	0,19	-0,43	1,51	1,07
-1,35	0,19	-1,20	0,39	-1,05	0,84	0,94	1,04	0,03	0,77
1,25	-0,20	-0,29	1,81	1,38	0,58	1,21	0,73	0,40	0,29

4. Результаты многократных наблюдений  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , подчиненных гауссовскому закону, дополнены результатом  $x_{n+1}$ , содержащим грубую погрешность. Выведите соотношение для расчета смещения оценки максимального правдоподобия математического ожидания  $\hat{x}$ , полученную для  $n$  измерений под действием результата  $x_{n+1}$ .

Рассчитайте смещение, если  $\hat{x} = 10,0$ , СКО единичного результата  $\sigma = 1$ ,  $x_{n+1} = \hat{x} + 3\sigma = 13$  для  $n = 10$  и  $n = 100$ .

5. Результаты многократных наблюдений  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , подчиненных равномерному закону, дополнены результатом  $x_{n+1}$ , содержащим грубую погрешность. Выведите соотношение для расчета смещения оценки максимального правдоподобия математического ожидания  $\hat{x}$  для  $n$  наблюдений под действием результата  $x_{n+1}$ .

Рассчитайте смещение, если максимальное  $x_{\max}$  и минимальное  $x_{\min}$  значения результатов составляют 9,0 и 11,0;  $x_{n+1} = \hat{x} + 3\sigma = 10 + 3 \cdot 0,6 = 11,8$ , а в качестве СКО единичного результата можно взять оценку

$$\hat{\sigma} = (x_{\max} + x_{\min}) / 2\sqrt{3}.$$

6. По результатам измерений с многократными наблюдениями получена выборка: 12,3; 10,8; 14,1; 10,0; 10,2; 9,6; 7,2; 7,8; 9,7; 9,4; 9,1; 9,8; 11,2; 11,8, подчи-

ненная закону Лапласа. Найдите оценку максимального правдоподобия математического ожидания и рассчитайте ее смещение под влиянием результата  $x_{n+1} = 21$ . Как изменится смещение, если в качестве оценки математического ожидания взять среднеарифметическое?

7. Результаты многократных наблюдений подчинены равномерному закону, максимальное и минимальное значения составляют 11,6 и 12,4. Методом максимального правдоподобия определите оценку математического ожидания измеряемой величины и оценку его СКО (см. табл. 4.8). Запишите результат измерений, если число измерений  $n = 100$ , доверительная вероятность  $P_{\Delta} = 0,9$ .

Указание: при  $n > 20 \dots 30$  закон распределения оценок максимального правдоподобия можно считать гауссовским. В качестве значения СКО единственного наблюдения можно взять его оценку (см. задачу 5).

8. Как изменятся границы  $\Delta_{\text{вн}}$  случайной погрешности для условий предыдущего примера, если оценку измеряемой величины брать как среднеарифметическое результатов наблюдений? Сколько измерений следует провести, чтобы границы  $\Delta_{\text{вн}}$  при  $P_{\Delta} = 0,9$  не изменились по сравнению с задачей 7?

9. Результаты многократных наблюдений частоты подчинены гауссовскому закону. Среднеарифметическое  $f_c = 6,826$  МГц, несмещенная оценка СКО  $s = 0,014$  МГц. Определите доверительный интервал и запишите результат измерений для  $P_{\Delta} = 0,95$  и  $0,99$ , если  $n = 10$ , а систематической погрешностью можно пренебречь. Как изменится доверительный интервал при  $n = 100$ ?

10. Измерено напряжение с многократными наблюдениями, погрешности распределены по гауссовскому закону. Среднеарифметическое результатов наблюдений  $\hat{U} = 9,426$  В, оценка СКО среднеарифметического  $s_{\hat{U}} = 2$  мВ. Рассчитайте доверительный интервал для вероятностей  $P_{\Delta} = 0,9; 0,95; 0,99$ , если число наблюдений  $n = 10$ . Как изменятся доверительные интервалы, если СКО среднеарифметического будет известно точно и равно оценке?

Указание: при известном СКО следует пользоваться гауссовским законом.

11. Вольтметром с входным сопротивлением  $R_{\text{вх}} = 10$  МОм измерена ЭДС источника питания с выходным сопротивлением  $R_i$ , лежащим в пределах  $90 \dots 110$  кОм. Показания вольтметра  $U = 9,46$  В. Систематическая инструментальная погрешность, обусловленная неточностью шкалы,  $\theta_{\text{ш}} = 0,04$  В определялась перед проведением измерений с помощью образцовой меры напряжения с допускаемым пределом погрешности  $\delta_{\text{оп}} = 2 \cdot 10^{-3}$ . Измерение проведено при температуре среды  $T^{\circ} = 26^{\circ}\text{C}$ , измеренной с предельной погрешностью  $2^{\circ}\text{C}$ . Температурная систематическая погрешность вольтметра  $\theta_T/U = 3 \cdot 10^{-4}$  ( $20^{\circ} - T^{\circ}$ ).

Рассчитайте систематическую погрешность и исправленное значение напряжения. Определите предельные значения отдельных составляющих НСП и СКО общей НСП. Запишите результат измерений. Случайная погрешность пренебрежимо мала.

12. Для условий задачи 11 измерения проведены вольтметром, обеспечивающим несмещенную оценку СКО наблюдения  $s_U = 0,05$  В. Сколько наблюдений надо выполнить, чтобы случайную погрешность можно было бы не учитывать. Оцените общую погрешность.

Указание: В нормальных документах рекомендуется пренебрегать случайной погрешностью, если  $s_{\hat{U}} < 0,27\sigma_{\text{вн}}$ .

## Глава 5. МЕТОДЫ УМЕНЬШЕНИЯ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

---

Необходимость исключения систематических погрешностей возникает при работе с большинством средств измерений, поскольку в инструментальной погрешности обычно преобладает систематическая составляющая. Существуют два основных способа ее исключения: стабилизацией градуировочной характеристики средств измерений или автоматической компенсацией погрешностей.

### 5.1. СТАБИЛИЗАЦИЯ ГРАДУИРОВОЧНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Стабилизация градуировочной характеристики средств измерений — наиболее простой метод повышения точности, не требующий существенного усложнения аппаратуры. Существует несколько методов стабилизации.

**Конструктивно-технологические методы.** Суть этих методов состоит в выборе элементной базы и конструктивных решений, позволяющих получать наибольшую стабильность градуировочной характеристики. Важнейшие пути реализации — уменьшение влияния на погрешность температуры и внешних и внутренних электрических помех.

Правильный выбор конструктивных решений позволит существенно снизить как общую температуру конструкции, так и температуру элементов, в наибольшей мере влияющих на погрешность. Для охлаждения элементов, рассеивающих значительную мощность, применяют радиаторы, которые для лучшего эффекта стремятся вынести на заднюю стенку прибора. Сильно нагревающиеся элементы схемы иногда изолируют тепловыми экранами и помещают в верхней части конструкции. Для повышения скорости охлаждающего потока воздуха в приборы иногда встраивают малогабаритные вентиляторы. В корпусах измерительных приборов предусматривают вентиляционные отверстия.

Следует иметь в виду, что при компоновке серийных измерительных приборов в стойке может нарушаться их тепловой режим из-за частичного перекрытия вентиляционных отверстий. Особенно в жестких температурных условиях оказываются приборы, расположенные в верхней части стойки. Для улучшения теплового режима средств измерений часто приходится прибегать к принудительной вентиляции всей стойки.

Влияние помех и наводок ослабляют, применяя экраны и выполняя соединения коаксиальным кабелем. В особо ответственных

случаях, например при построении высокочувствительных измерительных приемников, используют двойные экраны. Экраны для низкочастотных магнитных полей изготавливают из материала с высокой магнитной проницаемостью.

На погрешность высокочувствительных измерителей амплитудных характеристик сигналов, таких, как милливольтметры или осциллографы, сильно влияет пульсация питающего напряжения и наводки по цепи питания. Такие помехи устраняют фильтрацией. Эффективный путь устранения низкочастотных помех, наводимых по цепи питания и по цепям сигнала, заключается в полной развязке устройства от внешних цепей по постоянному току. Входной и выходной сигналы к таким устройствам подводят с помощью оптронных пар, а напряжение питания — с помощью встроенного блока питания с отдельным силовым трансформатором.

Реализация возможностей конструктивно-технологического метода стабилизации градуировочной характеристики приводит к удорожанию средств измерений и в большинстве случаев не позволяет существенно улучшать их метрологические характеристики.

**Метод параметрической стабилизации.** Этот метод заключается в стабилизации параметров средств измерений или элементов схемы с помощью соответствующих компенсирующих элементов. Можно компенсировать каждую влияющую величину в отдельности, но на практике иногда ограничиваются только температурной компенсацией. Например, для уменьшения температурной нестабильности емкости конденсатор заменяют двумя параллельно или последовательно соединенными конденсаторами с такой же суммарной емкостью, но с температурным коэффициентом емкости разных знаков. Соответствующим подбором их емкостей добиваются малой зависимости суммарной емкости от температуры. Используя параллельное или последовательное соединение резисторов с температурным коэффициентом разных знаков, можно получать температурную компенсацию общего сопротивления этих резисторов. Из-за разброса параметров конденсаторов и резисторов и нелинейного характера их температурных зависимостей методом параметрической компенсации реально удается снижать температурную нестабильность в 5...10 раз.

**Пример 5.1.** Пусть параллельным соединением конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$  с температурными коэффициентами емкости  $10^{-4}/^{\circ}\text{C}$  и  $-5 \cdot 10^{-4}/^{\circ}\text{C}$  необходимо обеспечить емкость 100 пФ.

Изменение температуры на  $1^{\circ}\text{C}$  относительно номинального значения вызовет изменения емкостей  $\Delta C_1 = C_1 \cdot 10^{-4}$  и  $\Delta C_2 = -C_2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}$ . Для обеспечения термокомпенсации необходимо выполнить условие  $\Delta C_1 + \Delta C_2 = 0$ . Учитывая, что  $C_1 + C_2 = 100$  пФ, получаем  $C_1 = 83,3$  пФ;  $C_2 = 16,7$  пФ. Ближайшие к расчетным значениям номинальные значения емкостей составят  $C_1 = 82$  пФ и  $C_2 = 16$  пФ.



**Метод отрицательной обратной связи.** Отрицательная обратная связь является одним из самых распространенных способов стабилизации характеристик радиоэлектронной аппаратуры.

Номинальная градуировочная характеристика средства измерений с отрицательной обратной связью

$$y_n = \frac{Kx}{1 + KK_{oc}}, \quad (5.1)$$

где  $x$  — входная величина;  $K$  и  $K_{oc}$  — коэффициенты передачи каналов прямого и обратного преобразований.

Рассмотрим влияние на выходную величину погрешностей  $\Delta_K$  и  $\Delta_{K_{oc}}$  коэффициентов передачи. С помощью (3.8) после преобразований получим

$$\frac{\Delta_y}{y_n} = \frac{\Delta_K}{(1 + KK_{oc})K} - \frac{K\Delta_{K_{oc}}}{1 + KK_{oc}}.$$

Обычно выполняется условие  $KK_{oc} \gg 1$  и

$$\frac{\Delta_y}{y_n} = \frac{1}{KK_{oc}} \frac{\Delta_K}{K} - \frac{\Delta_{K_{oc}}}{K_{oc}}. \quad (5.2)$$

Отсюда следует, что влияние погрешности  $\Delta_K/K$ , обусловленной непостоянством коэффициента передачи канала прямого преобразования, уменьшается пропорционально произведению  $KK_{oc}$ . Произведение выбирают большим, так что погрешность  $\Delta_K/K$  мало влияет на результат.

Относительная же погрешность, вызванная непостоянством  $\Delta_{K_{oc}}/K_{oc}$ , не ослабляется при введении отрицательной обратной связи. Следовательно, при больших значениях произведения  $KK_{oc}$  относительная погрешность выходной величины практически полностью определяется погрешностью цепи обратной связи. Цепь обратной связи в большинстве случаев выполняют из пассивных элементов со стабильными характеристиками. Рассмотренная погрешность является мультипликативной, так как ее абсолютное значение  $\Delta_y$  пропорционально  $y$ .

Рассмотрим теперь влияние цепи обратной связи на аддитивную погрешность. Для этого введем аддитивную погрешность  $\Delta_1$ , приведенную ко входу, и аддитивную погрешность  $\Delta_2$ , приведенную к выходу. В данном случае выходной сигнал средства измерений  $y = K(x - x_{oc}) + \Delta_2$ , а сигнал цепи обратной связи  $x_{oc} = K_{oc}y + \Delta_1$ . Следовательно,  $y = [K(x - \Delta_1) + \Delta_2]/(1 + KK_{oc})$ . Аддитивная погрешность

$$\Delta_y = y - y_n = -\frac{\Delta_1}{K_{oc}} + \frac{\Delta_2}{KK_{oc}}. \quad (5.3)$$

Следовательно, приведенная ко входу аддитивная погрешность  $\Delta_1$  не уменьшается за счет введения обратной связи. Погрешность же  $\Delta_2$ , приведенная к выходу, уменьшается как  $1/KK_{oc}$ .

**Пусть 5.2.** Пусть на входные цепи усилителя с отрицательной обратной связью наводится помеха с СКО  $\sigma_1 = 1$  мВ, спектр которой лежит в пределах полосы пропускания усилителя. Входное напряжение  $x = 100$  мВ, номинальные значения коэффициента усиления и коэффициента обратной связи  $K = 10^3$ ;  $K_{oc} = 0,1$ , а их систематические составляющие  $\theta_K = 10$ ;  $\theta_{K_{oc}} = 10^{-4}$ . Найдем случайную и систематическую составляющие погрешности определения выходной величины.

Для оценки влияния непостоянства коэффициентов передачи воспользуемся соотношением (5.2). Систематическая погрешность

$$\frac{\theta_y}{y} = \frac{1}{KK_{oc}} \frac{\theta_K}{K} - \frac{\theta_{K_{oc}}}{K_{oc}} \approx -0,9 \cdot 10^{-3} \text{ и } \theta_y = -0,9 \text{ мВ.}$$

Соотношение для расчета случайной погрешности в соответствии с (5.3) имеет вид  $\sigma_y = \sigma_1/K_{oc}$ , откуда  $\sigma_y = 10$  мВ.

**Метод нелинейной обратной связи.** В некоторых случаях средства измерений включают нелинейные измерительные преобразователи например термопары или работающие в режиме малых сигналов детекторы. Градуировочная характеристика таких средств измерений также нелинейна. Поскольку всегда желательно иметь линейную градуировочную характеристику, то прибегают к ее линеаризации.

Распространенным способом линеаризации является нелинейная отрицательная обратная связь (рис. 5.1), которой охватывают линейный усилитель с большим коэффициентом передачи. На его вход, кроме сигнала с выхода преобразователя  $UR1$ , попадает сигнал обратной связи. Цепь обратной связи образована аттенюатором с коэффициентом передачи  $K_a$  и нелинейным преобразователем  $UR2$ , градуировочная характеристика которого идентична характеристике  $f_1(x)$  преобразователя  $UR1$ . Работа схемы описывается соотношением  $f_1(x) - f_1(K_a y) = y/K$ . При большом коэффи-

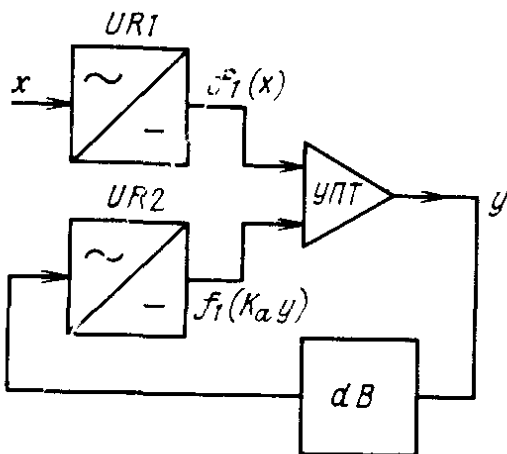


Рис. 5.1

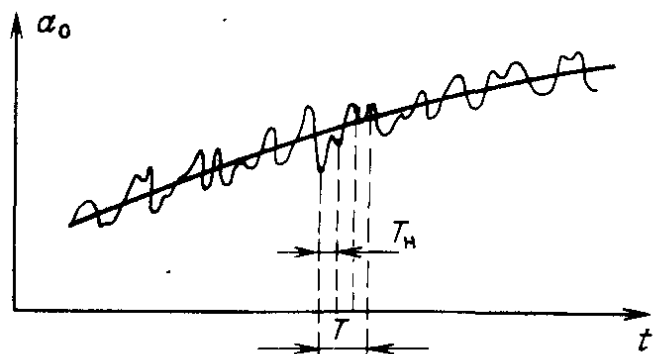


Рис. 5.2

циенте передачи усилителя  $f_1(x) = f_1(K_a y)$  и  $y = x/K_a$ , т. е. градуировочная характеристика средства измерений линейна независимо от вида функций  $f_1(x)$ . Погрешность средств измерений с нелинейной обратной связью в основном определяется неидентичностью градуировочных характеристик нелинейных преобразователей. Для уменьшения неидентичности прибегают к индивидуальному подбору нелинейных преобразователей.

## 5.2. АВТОМАТИЧЕСКАЯ КОМПЕНСАЦИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ. МЕТОД ОБРАЗЦОВЫХ МЕР И ТЕСТОВЫЙ МЕТОД

Методы автоматической компенсации погрешностей существенно меняют структуру средств измерений и поэтому называются структурными. Эффективная реализация их возможна только при использовании средств вычислительной техники, причем наиболее удобными с точки зрения сопряжения со средствами измерений являются встроенные микропроцессоры.

Автоматическая компенсация погрешностей может осуществляться несколькими методами, из которых будут рассмотрены методы образцовых мер и тестовый.

**Градуировочная характеристика как математическая модель средства измерений.** Средство измерений в статическом режиме характеризует его номинальной градуировочной характеристикой — зависимостью выходного сигнала  $y_n$  в номинальном режиме от входного сигнала  $x$ . В общем виде градуировочную характеристику представляют в виде полинома  $y_n = a_{0n} + a_{1n}x + \dots + a_{nn}x^n$ , где  $a_{0n}$ ,  $a_{1n}$ , ...,  $a_{nn}$  — номинальные значения коэффициентов, определяющих форму характеристики.

Если степень полинома выше первой, то сильно усложняются вычисления, необходимые для реализации метода. Поэтому применяют линейно-ломаную аппроксимацию градуировочной характеристики. Характеристику делят на участки, в пределах каждого из которых допустима аппроксимация полиномом первой степени  $y_n = a_{0n} + a_{1n}x$ , где  $a_{0n}$  и  $a_{1n}$  — коэффициенты, определяемые для каждого участка.

Число участков выбирают, исходя из допускаемого значения погрешности линейной аппроксимации. Погрешность линейной аппроксимации

$$\Delta_n = \left| \frac{d^2 y_n}{dx^2} \right| \frac{d^2}{8}, \quad (5.4)$$

где  $d^2 y_n / dx^2$  — максимальное значение второй производной на данном участке;  $d$  — протяженность участка.

Под действием влияющих величин коэффициенты изменяются случайным образом. Характер изменений одного из коэффициен-

тов, например  $a_0(t)$ , показан на рис. 5.2. В большинстве случаев эту зависимость можно приближенно представить как сумму флуктуационного гауссовского случайного процесса  $\varepsilon_0(t)$  и медленно меняющегося математического ожидания  $\bar{a}_0(t)$ , показанного плавной линией. Следовательно, коэффициенты  $a_0(t) = \bar{a}_0(t) + \varepsilon_0(t)$ ;  $a_1(t) = \bar{a}_1(t) + \varepsilon_1(t)$ . Будем далее считать, что за время измерений  $T$  математические ожидания существенно не меняются. Случайные отклонения коэффициентов, полученные в результате наблюдений, разделенных интервалом времени  $T_n$ , статистически независимы.

Реальная градуировочная характеристика

$$y = a_0(t) + a_1(t)x \quad (5.5)$$

или

$$y = \bar{a}_0(t) + \bar{a}_1(t)x + \varepsilon_0(t) + \varepsilon_1(t)x.$$

**Сущность метода образцовых мер.** Метод основан на последовательных измерениях измеряемой величины и однородных с ней образцовых величин (рис. 5.3, а). Поскольку в большинстве радиотехнических приборов измеряют параметры сигналов, то этот метод иногда называют методом образцовых сигналов. Сначала с помощью коммутатора к средству измерений подключают измеряемую величину  $x$  и в памяти вычислительного устройства фиксируют показание  $y_0$ . Затем по команде с вычислительного устройства с помощью коммутатора последовательно подключают образцовые сигналы  $L_1$  и  $L_2$ , ближайšie к  $x$ , и фиксируют показания  $y_1$  и  $y_2$  (рис. 5.3, б).

Предположим, что флуктуационные составляющие коэффициентов  $a_0$  и  $a_1$  отсутствуют. Тогда полученные результаты отвечают системе уравнений

$$y_0 = \bar{a}_0(t_1) + \bar{a}_1(t_1)x,$$

$$y_1 = \bar{a}_0(t_2) + \bar{a}_1(t_2)L_1,$$

$$y_2 = \bar{a}_0(t_3) + \bar{a}_1(t_3)L_2,$$

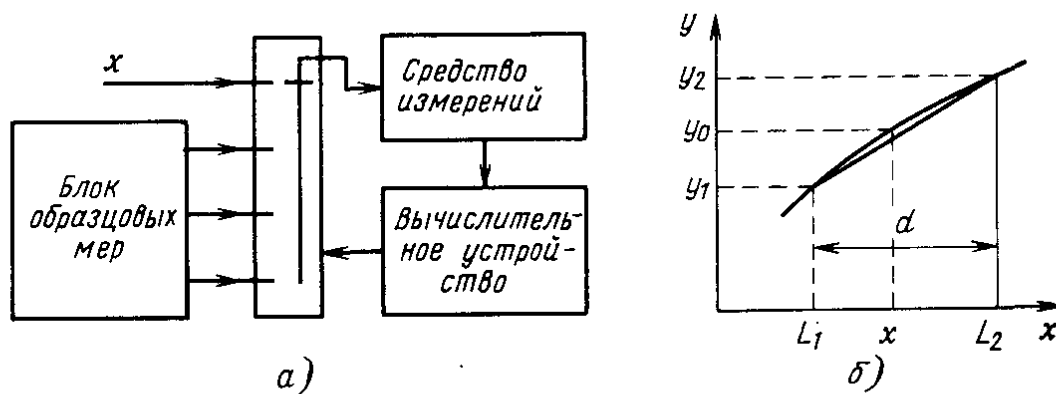


Рис. 5.3

где  $t_1$ ,  $t_2$  и  $t_3$  — моменты, в которые производились измерения  $x$ ,  $L_1$  и  $L_2$ . Если можно пренебречь изменениями математических ожиданий  $a_0$  и  $a_1$  на интервале времени  $t_3 - t_1$ , то их можно исключить из системы уравнений. Измеряемую величину вычисляют из соотношения

$$x = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{y_2 - y_1}(y_0 - y_1). \quad (5.6)$$

**Анализ погрешностей.** Полученный результат свободен от систематической погрешности только в том случае, если погрешности образцовых сигналов пренебрежимо малы. Если же меры  $L_1$  и  $L_2$  характеризуются систематическими погрешностями  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , то согласно (3.11) систематическая погрешность определения

$$\theta_x = [\theta_1(L_2 - x) + \theta_2(x - L_1)] / (L_2 - L_1).$$

Если известны предельные значения  $\theta_{\text{нп1}}$  и  $\theta_{\text{нп2}}$  неисключенных систематических погрешностей образцовых сигналов, то СКО измерений

$$\sigma_{\text{нх}}^2 = [\theta_{\text{нп1}}^2 (L_2 - x)^2 + \theta_{\text{нп2}}^2 (x - L_1)^2] / 3(L_2 - L_1)^2.$$

Рассмотрим теперь влияние на результат случайных составляющих  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_1$ . Для этого из (5.6) определим приращения измеряемой величины в зависимости от приращений показаний

$$\Delta x = [(L_2 - L_1)\Delta y_0 + (x - L_2)\Delta y_1 + (x - L_1)\Delta y_2] / a_1(L_2 - L_1). \quad (5.7)$$

Приращения показаний средства измерений

$$\begin{aligned} \Delta y_0 &= \varepsilon_0(t_1) + \varepsilon_1(t_1)x, \\ \Delta y_1 &= \varepsilon_0(t_2) + \varepsilon_1(t_2)L_1, \\ \Delta y_2 &= \varepsilon_0(t_3) + \varepsilon_1(t_3)L_2, \end{aligned} \quad (5.8)$$

Подставляя (5.8) в (5.7), для статистически независимых составляющих  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_1$  после преобразования имеем:

$$\sigma_x^2 = (K_1^2 \sigma_{a_0}^2 + K_2^2 x^2 \sigma_{a_1}^2 / a_1^2), \quad (5.9)$$

где

$$\begin{aligned} K_1^2 &= 1 + \left(\frac{x - L_2}{L_2 - L_1}\right)^2 + \left(\frac{x - L_1}{L_2 - L_1}\right)^2, \\ K_2^2 &= 1 + \left(\frac{x - L_2}{L_2 - L_1}\right)^2 \left(\frac{L_1}{x}\right)^2 + \left(\frac{x - L_1}{L_2 - L_1}\right)^2 \left(\frac{L_2}{x}\right)^2. \end{aligned}$$

Сопоставим полученное значение дисперсии случайной погрешности с дисперсией, которая характеризовалась бы при однократном измерении данным средством. Как это следует из (5.5), измеренное значение  $x$  связано с показанием  $y_0$  соотношением  $x =$

$= [y - a_0(t)] / a_1(t)$ . Отсюда согласно (3.14) найдем дисперсию случайной погрешности измерения:  $\sigma_x^2 = (\sigma_{a_0}^2 + x^2 \sigma_{a_1}^2) / a_1^2(t)$ .

Сравнивая это соотношение с (5.9), легко убедиться, что переход от метода с однократными наблюдениями к методу образцовых мер приводит к увеличению случайной погрешности, поскольку  $K_1^2 > 1$  и  $K_2^2 > 1$ .

Расчеты показывают, что максимальные значения  $K_1^2 = K_2^2 = 2$  получаются, если  $x = L_1$  или  $x = L_2$ , и несколько уменьшаются по мере приближения  $x$  к середине интервала от  $L_1$  до  $L_2$ . В наихудшем случае

$$\sigma_x^2 = 2(\sigma_{a_0}^2 + x^2 \sigma_{a_1}^2) / a_1^2(t). \quad (5.10)$$

Следовательно, при переходе от измерений с однократными наблюдениями к измерению методом образцовых сигналов дисперсия случайной погрешности возрастает в 2 раза, а СКО — в  $\sqrt{2}$  раз.

**Тестовый метод.** Тестовый метод подобен методу образцовых сигналов только вместо образцовых сигналов на вход средства измерений подаются сигналы, являющиеся известными функциями образцовых величин и измеряемой величины. Структурная схема средства измерений, работающего по алгоритму тестового метода, показана на рис. 5.4, а. Сначала, когда вычислительное устройство с помощью коммутатора подключает ко входу средства измерений измеряемую величину  $x$ , показание  $y_0$  запоминается. Затем ко входу средства измерений последовательно подводятся известные функции измеряемой величины и фиксируются соответствующие показания. Если допустима линейно-ломаная аппроксимация реальной градуировочной характеристики средства измерений, то достаточно двух функций:  $A_1(x)$  и  $A_2(x)$ .

Из системы уравнений

$$\begin{aligned} y_0 &= a_0(t_1) + a_1(t_1)x, \\ y_1 &= a_0(t_2) + a_1(t_2)A_1(x), \\ y_2 &= a_0(t_3) + a_1(t_3)A_2(x) \end{aligned}$$

с помощью вычислительного устройства определяют измеряемую величину. Для упрощения решения системы уравнений функции

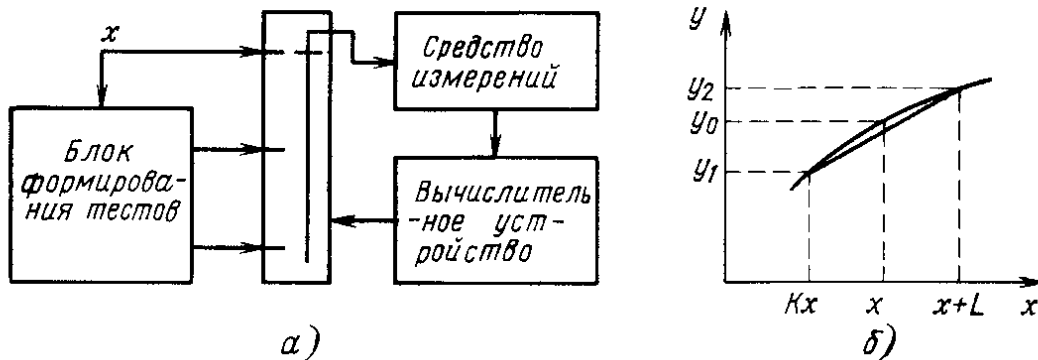


Рис. 5.4

$A_1(x)$  и  $A_2(x)$  выбирают линейными относительно  $x$ , хотя можно использовать и более сложные функции. Часто прибегают к сочетанию мультипликативной функции  $A_1(x) = Kx$  и аддитивной  $A_2(x) = x + L$ , где  $K$  — известный коэффициент;  $L$  — образцовый сигнал, одноименный с измеряемой величиной (рис. 5.4, б). В этом случае система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} y_0 &= a_0(t_1) + a_1(t_1)x, \\ y_1 &= a_0(t_2) + a_1(t_2)Kx, \\ y_2 &= a_0(t_3) + a_1(t_3)(x + L), \end{aligned}$$

а ее решение дает

$$x = \frac{y_2 - y_1}{y_2 - y_0} \frac{L}{1 - K}. \quad (5.11)$$

Особенность тестового метода по сравнению с методом образцовых мер заключается в том, что функции  $Kx$  и  $x + L$  при измерении измеряемой величины переносятся вместе с ней на нужный участок градуировочной характеристики. Следовательно, для перекрытия всего предела измерений достаточно иметь всего две функции. Однако формирование двух разнородных функций может быть связано с определенными затруднениями. Например, для частотомера относительно просто создать аддитивную функцию путем преобразования частоты. Для формирования же мультипликативной функции необходим широкодиапазонный умножитель частоты, построить который сложнее.

**Анализ погрешностей.** Погрешности тестового метода определяются погрешностями линейной аппроксимации, из-за неисключенных систематических погрешностей  $\theta_{нL}$  и  $\theta_{нK}$ , образцовой меры  $L$  и коэффициента  $K$ , а также влиянием случайных составляющих  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_1$ .

Неисключенные систематические погрешности приводят к появлению погрешности, дисперсию которой определяют из соотношения:

$$\sigma_{нx}^2 = K_1^2 (\theta_{нL}^2 + K_2^2 \theta_{нK}^2), \quad (5.12)$$

где  $K_1 = x(1 - K)/L\sqrt{3}$ ;  $K_2 = K/(1 - K)^2$ .

Если функции симметричны относительно значения  $x$ , то  $x(1 - K) = L$  и  $K = 1/\sqrt{3}$ . Коэффициент  $K_2$  сильно возрастает по мере приближения  $K$  к единице. Так, при  $K = 0,9$   $K_2 = 90$ . Следовательно, погрешность  $\theta_{нK}$  сильно влияет на результат измерений и к постоянству коэффициента  $K$  предъявляют высокие требования.

Случайные отклонения коэффициентов  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_1$  от их математических ожиданий вызывают погрешность, дисперсия которой

$$\sigma_x^2 = K_3^2 (K_4^2 \sigma_{a_0}^2 + x^2 K_5^2 \sigma_{a_1}^2) / a_1^2(t), \quad (5.13)$$

где  $K_3^2 = L^2 / (1 - K)^2 d^2$ ,  $K_4^2 = 1 + L^2 d^2 + x^2 (1 - K)^2 / d^2$ ,  $K_5^2 = 1 + L^2 K^2 / d^2 + (1 - K)^2 (x + L)^2 / d^2$ ,  $d = L + x(1 - K)$ .

Это соотношение упрощается для функций, симметричных относительно  $x$ . Тогда  $K_4^2 = K_5^2 = 1,5$ ;  $K_3 = L / (1 - K)d = x/d$  и

$$\sigma_x^2 = 1,5 K_3^2 (\sigma_{a_0}^2 + x^2 \sigma_{a_1}^2) / a_1^2 (t). \quad (5.14)$$

Коэффициент  $K_3$  оказывается существенно большим единицы, так как  $x \gg d$ . Следовательно, применение тестового метода может привести к существенному увеличению случайной погрешности по сравнению с погрешностью при непосредственном измерении  $x$ . В этом отношении тестовый метод значительно уступает методу образцовых мер.

**Пример 5.3.** Пусть номинальная градуировочная характеристика вольтметра  $y_n = x$  линейна. Реальная же градуировочная характеристика нелинейна и описывается полиномом второй степени  $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ , коэффициенты которого в зависимости от влияющих величин могут меняться в следующих пределах:  $a_0$  — от  $-0,05$  до  $0,05$  В;  $a_1$  — от  $0,9$  до  $1,1$ ;  $a_2$  — от  $0$  до  $0,05$  В<sup>-1</sup>. Реальная градуировочная характеристика в наибольшей мере отклоняется от идеальной при максимальных значениях коэффициентов, эта характеристика имеет вид  $y = 0,05 + 1,1x + 0,05x^2$ . Наибольшая систематическая погрешность  $\theta = y - y_n = 0,05 + 0,1x + 0,05x^2$ .

При работе с таким вольтметром в пределах измерений  $0,1 \dots 1$  В абсолютная погрешность составит от  $0,06$  до  $0,2$  В. Например, если  $x = 0,9$  В, то  $\theta = 0,18$  В (первый столбец табл. 5.1). Измерения с такими погрешностями, как правило, не могут удовлетворить экспериментатора.

Погрешность можно существенно снизить, применив метод образцовых сигналов. Определим сначала необходимое число образцовых сигналов, обеспечивающих перекрытие заданных пределов измерений. Зададимся допустимой погрешностью линейной аппроксимации  $\Delta_L = 10^{-3}$  В. Тогда согласно (5.4) протяженность интервала между соседними сигналами  $d = (8 \cdot 10^{-3} / 0,1)^{1/2} = 0,288$  В  $\approx 0,25$  В и для перекрытия пределов измерений требуются пять равноотстоящих сигналов:  $0; 0,25; 0,5; 0,75; 1$  В.

Пусть измеряемая величина  $x = 0,9$  В, тогда линейную аппроксимацию градуировочной характеристики необходимо осуществить на интервале  $0,75$  В до  $1$  В. Коэффициенты линейной аппроксимирующей функции  $a_0 = y(0,75) = 0,903$  В;  $a_1 = [y(1) - y(0,75)] / 0,25 = 1,19$ .

Таблица 5.1. Составляющие погрешностей измерений разными методами

Составляющая погрешности, В	Непосредственное измерение	Метод образцовых сигналов	Тестовый метод
$\theta$	$1,8 \cdot 10^{-1}$	—	—
$\Delta_L$	—	$10^{-3}$	$10^{-3}$
$\sigma_x$	—	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$3,3 \cdot 10^{-3}$
$\sigma_{nx}$	—	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$6,6 \cdot 10^{-3}$



Предположим, что заданы следующие значения СКО:  $\sigma_{a_0} = 10^{-3}$  В;  $\sigma_{a_1} = 10^{-3}$ , а неисключенные систематические погрешности образцовых сигналов составляют  $10^{-3}$  от их номинальных значений.

Расчеты дают следующие результаты:  $\sigma_x = 1,6 \cdot 10^{-3}$  В;  $\sigma_{нх} = 1,2 \cdot 10^{-3}$  В.

**Пример 5.4.** Оценим теперь погрешность реализации тестового метода для исходных данных примера 5.3. Чтобы получить сопоставимые с методом образцовых мер результаты, положим, что значения мультипликативной и аддитивной функций совпадают с сигналами 0,75 и 1 В. Тогда  $L = 0,1$  В,  $K = 0,83$ . Задавшись неисключенными систематическими погрешностями сигнала  $L$  и коэффициента  $K$   $10^{-3}$  от их значений, получим  $\sigma_x = 3,3 \cdot 10^{-3}$  В;  $\sigma_{нх} = 6,6 \cdot 10^{-3}$  В. Погрешности результата измерений, полученного разными методами, приведены в табл. 5.1.

Из табл. 5.1 следует, что на основе метода образцовых сигналов и тестового метода удастся существенно, в данном случае примерно на два порядка, снизить составляющие общей погрешности измерения. Тестовый метод характеризуется большими по сравнению с методом образцовых мер СКО составляющих случайных погрешностей.

Дальнейшее увеличение точности с помощью перечисленных методов возможно путем сокращения интервала между соседними образцовыми сигналами или известными функциями измеряемой величины. Однако при использовании тестового метода это приводит к резкому увеличению погрешности  $\sigma_x$ .

Случайную составляющую погрешности можно уменьшить проведением многократных измерений, причем в каждом из них следует реализовать полный цикл из трех измерений.

Достижимая точность измерений ограничена неисключенной систематической погрешностью образцовых сигналов. Кроме того, в реальных условиях может не выполняться предпосылка о постоянстве коэффициентов  $a_0(t)$  и  $a_1(t)$  за время измерений, что не позволит полностью исключить их влияние.

## Выводы

Систематическую погрешность средств измерений уменьшают путем стабилизации градуировочной характеристики или автоматической коррекции погрешностей. Градуировочную характеристику стабилизируют конструктивно-технологическими методами, параметрической стабилизацией, а также использованием отрицательной обратной связи. Нелинейная обратная связь позволяет линеаризовать градуировочную характеристику.

Метод отрицательной обратной связи позволяет снижать погрешность за счет непостоянства коэффициента передачи канала прямого преобразования, погрешность в основном определяется цепью обратной связи. Отрицательная обратная связь не подавляет аддитивную погрешность, приведенную ко входу.

Автоматическая коррекция погрешности может быть выполнена методом образцовых сигналов (образцовых мер) и тестовым методом. Метод образцовых сигналов позволяет исключать по-

стоянную за время измерений систематическую погрешность. Полнота исключения зависит от применяемых образцовых сигналов. Переход от обычных измерений к методу образцовых сигналов приводит к некоторому увеличению случайной погрешности.

Тестовый метод основан на измерении известных функций измеряемой величины. При использовании аддитивной и мультипликативной функций случайная погрешность возрастает по сравнению с обычными измерениями и методом образцовых сигналов.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Перечислите конструктивно-технологические методы стабилизации градуировочной характеристики средств измерений.

2. Как действует отрицательная обратная связь на мультипликативные и аддитивные погрешности?

3. Для чего применяют нелинейную обратную связь? Какие требования предъявляют к элементам структурной схемы устройств с нелинейной обратной связью?

4. Охарактеризуйте временные изменения коэффициентов  $a_0(t)$  и  $a_1(t)$ . Какими причинами обусловлены эти изменения?

5. Исходя из каких соображений выбирают интервал  $T_n$  между отдельными наблюдениями в методе образцовых сигналов? Сколько измерений необходимо сделать, чтобы исключить не только коэффициенты  $\bar{a}_0(t)$  и  $\bar{a}_1(t)$ , но и их изменения с постоянными неизвестными скоростями? Запишите полученную систему уравнений.

6. Сколько результатов наблюдений необходимо получить, если математические ожидания  $\bar{a}_0(t)$ ,  $\bar{a}_1(t)$  и  $\bar{a}_2(t)$  постоянны, а градуировочная характеристика аппроксимирована полиномом второй степени? Запишите полученную систему уравнений.

7. Как влияют случайные составляющие  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_1$  погрешностей на результат измерений? Сравните СКО результата с соответствующей погрешностью при однократном измерении.

8. Сравните тестовый метод с методом образцовых мер с точки зрения их алгоритмов, структурных схем и погрешностей.

### ЗАДАЧИ

1. Рассчитайте сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ , обеспечивающие температурную стабилизацию, если требуется получить общее сопротивление 100 кОм. Вблизи от рабочей температуры температурные коэффициенты сопротивлений равны  $3 \cdot 10^{-4}/^\circ\text{C}$  и  $-10^{-3}/^\circ\text{C}$ . Задачу решить для последовательного и параллельного соединения резисторов.

2. Определите относительную погрешность выходного напряжения усилителя, если  $K=10^2$ ;  $K_{ос}=1$ ;  $\Delta_K/K=10^{-2}$ . Как изменится эта погрешность, если  $\Delta_K/K=0$ , а  $\Delta_{K_{ос}}/K_{ос}=10^{-2}$ ?

3. Определите относительную погрешность  $\Delta_y/y$  выходного напряжения усилителя, если проведенный ко входу дрейф нуля  $\Delta_x=1$  мВ;  $K=10^3$ ;  $K_{ос}=0,1$ ;  $y=1$  В.

4. Реальная градуировочная характеристика вольтметра описывается полиномом первой степени  $y = a_0 + a_1x$ , где в зависимости от влияющих величин коэффициенты могут изменяться в следующих пределах:  $a_0$  — от  $-0,3$  до  $+0,5$  В;  $a_1$  — от  $1,03$  до  $1,12$ . Определите максимально возможную систематическую погрешность, если измеряемая величина  $x$  может меняться от  $1$  до  $10$  В. Сколько образцовых сигналов необходимо для реализации метода образцовых сигналов и как их следует выбрать, если  $y_n = x$ ?

5. Для данных задачи 4 рассчитайте составляющие  $\sigma_x$  и  $\sigma_{nx}$  результата измерений, если  $L_1 = 0$ ;  $L_2 = 10$  В;  $\sigma_{a0} = 10^{-2}$  В;  $\sigma_{a1} = 10^{-2}$ ;  $\theta_{n1} = \theta_{n2} = 10^{-3}$  В;  $x = 3$  В. Как изменятся погрешности  $\sigma_x$  и  $\sigma_{nx}$ , если взять образцовые сигналы  $L_1 = 0$ ;  $L_2 = 5$  В?

6. Реальная градуировочная характеристика вольтметра описывается полиномом  $y = 0,02 + 1,1x + 0,1x^2$ , а номинальная градуировочная характеристика линейна  $y_n = 1x$ . Определите максимальную систематическую погрешность, если пределы измерений составляют от  $1$  до  $10$  В. Сколько равноотстоящих образцовых сигналов и каких номиналов потребуется для того, чтобы снизить максимальную систематическую погрешность до  $\theta = 10^{-3}$  В? Какая систематическая погрешность будет при  $x = 0,1$  В? Определите значения сигналов, необходимых для измерений напряжения  $x = 0,7$  В.

7. Для условий задачи 4 определите погрешность  $\sigma_x$ , если  $\sigma_{a0} = 10^{-3}$  В;  $\sigma_{a1} = 10^{-3}$ . Рассчитайте погрешность  $\sigma_x$ , которая возникла бы при однократных измерениях без использования метода образцовых сигналов и сравните полученные результаты. Вычислите неисключенную систематическую погрешность результата, если неисключенные систематические погрешности сигналов составляют  $10^{-3}$  номинальных значений.

8. Для повышения точности вольтметра с реальной градуировочной характеристикой  $y = 0,02 + 1,1x + 0,1x^2$  и пределами измерений  $(0,1 \dots 1)$  В применен тестовый метод. Номинальная градуировочная характеристика вольтметра  $y_n = x$ . Определите погрешности  $\sigma_x$  и  $\sigma_{nx}$  результата, если  $x = 8$  В;  $K = 0,95$ ;  $L = 0,5$  В. Оцените погрешность линейной аппроксимации. Определите погрешности  $\sigma_x$ ;  $\sigma_{nx}$  и  $\Delta_L$ , если взять  $K = 0,8$  и  $L = 2$  В.

## Глава 6. АВТОМАТИЗАЦИЯ РАДИО-ИЗМЕРЕНИЙ

Необходимость широкого применения автоматизации обусловлена рядом причин. Усложняются объекты исследований, возрастает число измеряемых параметров, расширяется их динамический и частотный диапазоны. Ужесточаются требования к точности измерений, быстрдействию средств измерений, возникает необходимость ускорения обработки результатов измерений.

## 6.1. КЛАССИФИКАЦИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

К автоматизированным средствам измерений относят автономные непрограммируемые приборы и гибкие измерительные системы (ГИС). Автономные приборы работают по жесткой программе и предназначены для измерений определенных параметров сигналов или цепей. Как правило, это цифровые приборы, например вольтметры, в которых часть операций, таких, как определение полярности измеряемого постоянного напряжения или переключение диапазонов, осуществляется автоматически.

Основная особенность ГИС — возможность программным способом перестраивать систему для измерений различных физических величин и менять режим измерений. Никаких изменений в аппаратной части при этом не требуется. Различают ГИС с интерфейсом, микропроцессорные и компьютерно-измерительные.

Основной способ создания мощных многофункциональных ГИС — объединение с помощью специальной многопроводной магистрали в одну систему ЭВМ, измерительных приборов и устройств отображения информации. Такие системы называют измерительно-вычислительными комплексами (ИВК). Устройство сопряжения ЭВМ со средствами измерений называют приборным интерфейсом или просто интерфейсом. Иногда в это понятие вкладывают и программное обеспечение системы.

В микропроцессорных приборах все элементы подключают к магистрали микропроцессора, отдельной магистрали нет. Встроенные микропроцессоры обычно реализуют сервисные операции (выбор диапазона измерений), обеспечивают различные режимы измерений и вычисляют некоторые параметры сигнала.

В приборах рассматриваемого типа не предусматривается программирование микропроцессора в процессе эксплуатации. Необходимые программы обработки хранятся в постоянном запоминающем устройстве (ПЗУ), по мере надобности их вызывает оператор с помощью клавиатуры.

В наиболее совершенных микропроцессорных средствах измерений наметилась тенденция создания возможности составления оператором программ в дополнение хранящимся в ПЗУ программам. Наиболее ярко эта тенденция проявилась в новом поколении средств измерений — КИС. Эти системы объединяют средства измерений, вычислений и управления на собственной шине микроЭВМ. Все функциональные элементы КИС удается разместить на одной или двух платах, встраиваемых в ЭВМ. С развитием средств вычислительной техники возможности КИС приближаются к возможностям ИВК, но превосходят последние по уровню интеграции и гибкости.

## 6.2. СТАНДАРТНЫЕ ИНТЕРФЕЙСЫ

Как правило, ИВК строят по принципу агрегатирования, согласно которому системы создают из стандартных устройств — модулей, конструктивно законченных и выпускаемых серийно. При такой структуре система способна к быстрой перестройке в соответствии с изменившейся задачей. Для этого достаточно заменить часть модулей и изменить программное обеспечение. Такая система легко модернизируется, а ее разработка не требует большого времени.

**Совместимость элементов ИВК.** Объединение устройств в единую систему возможно при выполнении условия их совместимости. Различают информационную, энергетическую и конструктивную совместимости.

Важнейшей является информационная совместимость. Она заключается в согласовании параметров сигнала устройств по видам, информативным параметрам и уровням. Информационная совместимость позволяет отдельным модулям обмениваться информацией в соответствии с заданным алгоритмом, а также различными служебными сигналами, например адресами и командами. Информационная совместимость необходима для реализации любого интерфейса.

Энергетическая совместимость заключается в согласовании напряжений и токов, питающих модули, и линий их передачи. Конструктивная совместимость заключается в конструктивном согласовании модулей, позволяющем использовать их совместно. Требования энергетической и конструктивной совместимости в разных интерфейсах существенно различаются.

В зависимости от задач ИВК, номенклатуры используемых средств измерений и их характеристик можно построить интерфейсы различной сложности с различными структурами. Создание интерфейсов для каждой задачи или групп задач экономически невыгодно, поэтому разработаны стандартные интерфейсы. В нашей стране принято несколько интерфейсов, в качестве примера рассмотрим интерфейсы МЭК 625.1 и КАМАК.

Оба эти интерфейса относятся к числу магистральных, в которых все устройства подключены к общей магистрали. По отношению к магистрали модули могут быть источником информации или ее приемником. Источник предназначен только для передачи информации. В каждый момент в системе может быть только один источник. Приемник служит для приема информации, их может быть несколько.

Каждое устройство (источник или приемник) имеет свой адрес, по которому осуществляется его вызов для обмена информацией. Адресацию устройств и управление их работой выполняет контроллер. Функции контроллера часто выполняет ЭВМ с интерфейсом.

Один и тот же прибор в системе может поочередно выполнять различные функции. Например, вольтметр на котором перед измерениями устанавливают нужный диапазон измерений, в это время является приемником. В ходе передачи результатов измерений вольтметр функционирует как источник информации.

Передача сообщений в интерфейсе может происходить синхронно или асинхронно. При синхронном методе ритм обмена информацией задается синхроимпульсами подобно тому, как это делается в микропроцессорах. Этот способ позволяет получить высокую скорость обмена, если все устройства характеризуются приблизительно равным и достаточно высоким быстродействием. Если же быстродействие устройств сильно различается, то предпочтителен асинхронный метод, при котором обязательным условием обмена является получение каждым из участвующих в обмене устройств подтверждения о готовности других устройств принимать или передавать информацию. Скорость обмена в этом случае определяется наименее быстродействующим устройством.

### 6.3. ИНТЕРФЕЙС МЭК 625.1

Интерфейс предназначен для создания небольших локальных ИВК на основе серийно выпускаемых промышленностью средств измерений: цифровых вольтметров, частотомеров, программируемых генераторов, в состав которых введены интерфейсные модули, позволяющие использовать средства измерений как в составе ИВК, так и автономно. Именно в возможности создания ИВК на базе уже имеющихся средств измерений заключается перспективность интерфейса и его широкое распространение.

Если необходимые приборы с интерфейсными модулями уже имеются и можно выбрать ЭВМ, то создание аппаратной части ИВК заключается в соединении всех составных приборов с ЭВМ специальным кабелем со стандартным разъемом.

Интерфейс положен в основу единого агрегируемого комплекса автоматизированных средств измерительной техники (ЕАКАСИТ), принятому у нас в стране в радиотехнической отрасли.

Основы интерфейса были разработаны фирмой «Хьюлетт — Паккард», а затем стандарт был рекомендован Международной электротехнической комиссией (МЭК) в качестве международного.

**Структура интерфейса.** Взаимодействие входящих в ИВК приборов осуществляется с помощью канала общего пользования (КОП), включающего интерфейсные модули (ИМ) и магистраль. К магистрали подключают устройства, например вольтметр, частотомер, генератор и микроЭВМ, снабженные интерфейсными модулями (рис. 6.1). По КОП передают всю информацию, необходимую для согласования работы устройств: результаты измерений, адреса

устройств, команды. Существуют однолинейные команды, передаваемые по одной линии, и многолинейные, для передачи которых используют сразу несколько линий. Информацию передают в двоичном коде: низкому уровню напряжения на линиях соответствует логическая единица, а высокому — логический нуль (в системе принята отрицательная логика).

Магистраль состоит из 16 однопроводных линий связи, которые по функциональному назначению делят на три шины: данных, управления и синхронизации. Шина данных объединяет восемь линий.

По ней передают результаты измерений, адреса и многолинейные команды. Одновременно по восьми линиям данных можно передать 8 бит информации — 1 байт.

Шина управления состоит из пяти линий: «управление» (УП), «конец передачи» (КП), «очистить интерфейс» (ОИ), «дистанционное управление» (ДУ) и «запрос на обслуживание» (ЗО). По шине «управления» передают сигналы, предназначенные для согласования работы устройств в рамках интерфейса.

Линия «управление» используется контроллером для определения вида сообщений, передаваемых по шине данных. Низкий уровень напряжения на линии свидетельствует о том, что передаются сообщения, предназначенные для управления интерфейсом и называемые интерфейсными. При высоком уровне передаются сообщения устройств — данные о результате измерений, состоянии прибора, выбранном диапазоне измерений.

Линия «очистить интерфейс» управляется контроллером и предназначена для приведения интерфейса в исходное состояние. В режиме измерений контроллер поддерживает на линии высокий уровень напряжения, а перед проведением цикла измерений коротким импульсом отрицательной полярности контроллер переводит интерфейс в исходное состояние.

Линия «конец передачи» управляется источником информации. По окончании передачи данных источник устанавливает низкий уровень напряжения на линии, что свидетельствует о том, что все данные переданы.

Линия «дистанционное управление» управляется контроллером. При низком уровне устройство получает разрешение на переход с управления органами регулировки с лицевой панели (местное управление) на дистанционное управление по КОП.

Линия «запрос на обслуживание» управляется всеми устройствами. В обычном режиме на ней поддерживается высокий уровень напряжения. Когда один из приборов требует приоритетного обслуживания контроллером, то он устанавливает низкий уровень напряжения на линии. При этом прерывается текущий обмен информацией по магистрали и контроллер начинает работать с прибором, требующим обслуживания.

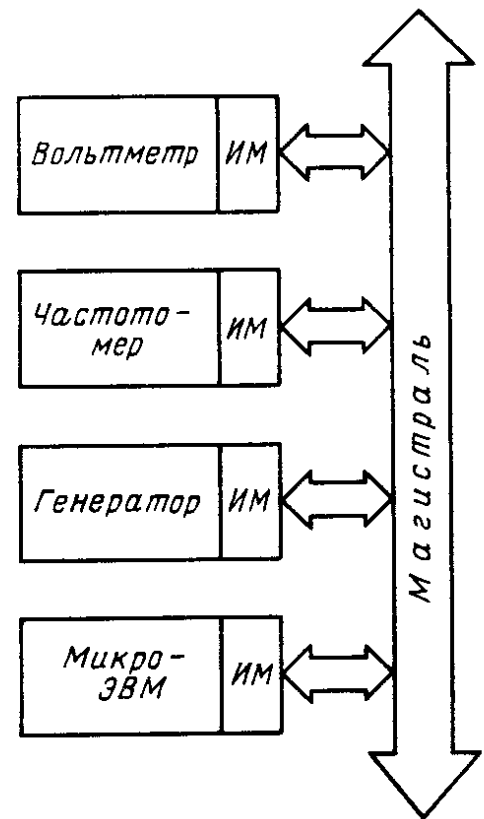


Рис. 6.1

Шина синхронизации состоит из трех линий: «готов к приему», «данные приняты» и «сопровождение данных» и служит для организации асинхронного режима передачи и приема информации по линиям данных от источника к приемнику.

**Общая характеристика интерфейса.** Интерфейс МЭК предназначен для создания небольших локальных ГИС, например, в рамках научных лабораторий. Он обеспечивает возможность согласованной работы входящих в систему устройств в соответствии с заложенной в ЭВМ программой.

К КОП можно подключить до 15 устройств. В зависимости от длины магистрали скорость передачи информации уменьшается с 1 000 000 байт/с при длине 1 м до 250 000 байт/с для линии максимально допустимой длины 20 м. Реализовать такую скорость в системе не удастся из-за значительного времени, необходимого для организации работы интерфейса. Наибольшее время (до 100 мкс) может занимать реакция системы на сигнал «очистить интерфейс». Общее же время, необходимое для осуществления полного цикла обращения к прибору, может составлять до единиц миллисекунд.

Большая часть выпускаемых промышленностью средств измерений требует значительного времени для проведения одного измерения, составляющего от единиц миллисекунд до единиц секунд. Поэтому быстродействие системы, как правило, определяется не интерфейсом, а инерционностью применяемых средств измерений.

Для управления интерфейсом применяют микроЭВМ (Мэра-660, Искра-226, Нейрон), программируемые на языках высокого уровня. Для работы с интерфейсом существуют специальные версии языков, например Бейсик, дополненный необходимыми для работы с интерфейсом инструкциями.

## 6.4. ИНТЕРФЕЙС КАМАК

Этот стандарт служит основой создания мощных наращиваемых ГИС, предназначенных для управления экспериментальным оборудованием и обработки данных.

Стандарт разработан под руководством Европейского комитета по стандартизации в ядерной электронике, в нашей стране он регламентирован ГОСТ 26.201—80.

**Общая структура.** В системе КАМАК все устройства выполняются в едином конструктивном оформлении в виде модулей — вставных блоков, помещенных в стандартный каркас — крейт, который схематически показан на рис. 6.2. Модули шириной кратной 17,2 мм, вставляют в ячейки крейта и стандартными разъемами соединяют с расположенной на задней стенке крейта магистралью. В крейте предусмотрено 25 ячеек.

Работать модули могут только в крейте, поскольку от источников питания по магистрали к ним поступают все необходимые сигналы и напряжения питания. Модули предназначены для выполнения различных операций по обработке информации, ее приему, передаче, преобразованию и хранению. Выпускается около 1000 модулей различного назначения: универсальные регистры, модули



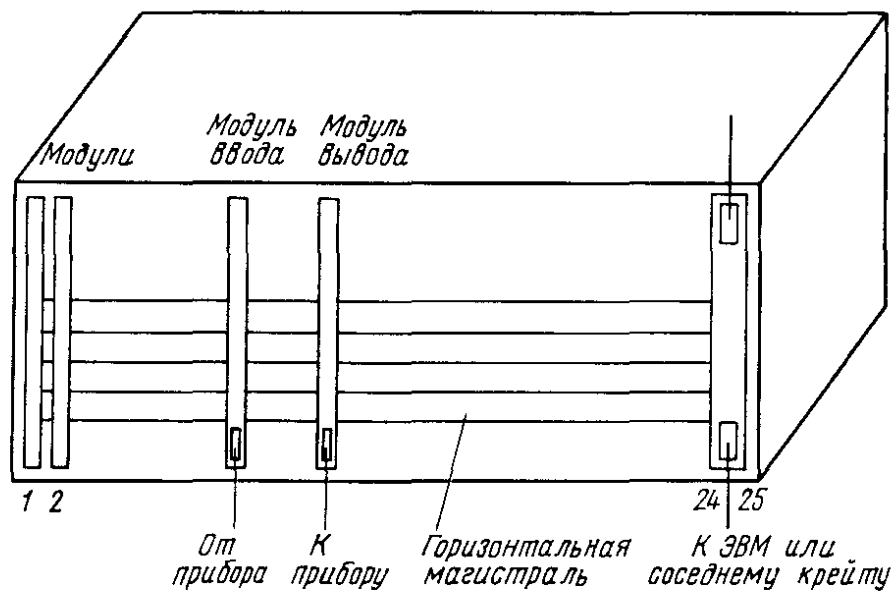


Рис. 6.2

преобразования кодов, уровней, модули памяти, аналоговые мультиплексоры, модули арифметических операций, счетчики, АЦП и ЦАП. Непосредственно измерения модули не выполняют, хотя в отдельных случаях, подобрав необходимые модули и обеспечив их взаимодействие, можно решать и измерительные задачи. Как правило, измерительную информацию получают от различных средств измерений, подключаемых к крейту.

Контроллер, управляющий работой модулей, помещают в крайние справа ячейки крейта. С его помощью осуществляется связь с внешними устройствами: ЭВМ, другими крейтами. Контроллер в основном выполняет функции управления и простейшей обработки информации, вычислительные же задачи решает ЭВМ, работающая в системе.

Магистраль крейта состоит из 86 однопроводных линий, часть из которых подсоединяется ко всем модулям, а часть является индивидуальными и соединяет контроллер только с одним модулем. По специальным линиям магистрали к модулям подводят питающие напряжения. Обмен информацией между модулями в пределах крейта существенно отличается от обмена в интерфейсе МЭК. Передача и прием данных в крейте производятся в двоичном параллельном коде по 24 линиям чтения или 24 линиям записи. В системе модули адресуются контроллером по индивидуальным адресным линиям. Обмен информацией в интерфейсе выполняется в синхронном режиме, цикл обмена по магистрали крейта занимает 1 мкс. Все эти особенности обеспечивают высокое быстродействие интерфейса.

Программируют интерфейс с помощью расширенных версии языков высокого уровня, например языка Бейсик, содержащих необходимые инструкции для управления интерфейсом. Специально для интерфейса разработан язык CASIC, предназначенный для ЭВМ серии СМ.

**Возможности интерфейса КАМАК.** На основе интерфейса можно создавать ИВК различной сложности и конфигурации. В простейшем случае это автономная система на основе крейта с программируемым микропроцессорным контроллером, выполняющим управление модулями по заданной программе, преобразование информации и ее простейшую обработку. Автономные системы решают простые задачи обработки результатов эксперимента.

Более сложные задачи позволяют решать многокрейтовые системы, в состав которых входит управляющая ЭВМ. Существуют различные конфигурации таких систем. Например, крейты могут подключаться параллельно к магистрали ЭВМ. Такие системы могут решать задачи управления экспериментом и обработки его результатов, например, в масштабах лаборатории или цеха.

Многокрейтовая последовательная система может включать в себя до 62 крейтов, соединенных кольцевой линией связи. В зависимости от расстояния между крейтами используют разные линии, в том числе и телефонные каналы.

Интерфейс КАМАК может служить основой систем с цифровыми или аналоговыми приборами. В большинстве современных цифровых приборов предусмотрен вывод результатов в параллельном коде, чаще всего в двоично-десятичном, с помощью разъема на задней панели. Кодом можно управлять и некоторыми генераторами, и источниками питания. Для считывания результатов измерений используют модули входных регистров. Например, входной регистр 121.01 позволяет передавать информацию в виде 24-разрядного кода от внешних устройств на линии магистрали крейта. Код вводят через разъем на передней панели модуля. С помощью выходных регистров можно управлять режимом работы генераторов.

Для ввода в интерфейс результатов измерений в аналоговой форме предназначены модули АЦП.

На базе интерфейса КАМАК созданы двухуровневые системы с использованием в качестве нижнего уровня системы с интерфейсом МЭК. Такому построению ГИС в ряде случаев отвечают свойства объектов измерений, среди которых можно выделить медленные и быстрые. Естественно, что для обслуживания медленных объектов целесообразно применять интерфейс МЭК, а для быстрых — КАМАК.

## 6.5. МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

**Функции микропроцессорной системы.** Микропроцессорная система может выполнять сервисные и вычислительные функции, а также самодиагностику прибора в целом.

К сервисным функциям относят выбор диапазона измерений, определение полярности входного напряжения, коммутацию входных цепей. В осциллографах автоматически выбирается длительность развертки, осуществляется ее синхронизация, выбор масштаба по оси ординат. К сервисным функциям можно отнести и некоторые операции по коррекции погрешностей: калибровку прибора, коррекцию смещения нулевого уровня в УПТ. Автоматическое выполнение сервисных функций делает прибор более удобным и избавляет оператора от некоторых рутинных операций по настройке прибора.

Вычислительные функции заключаются в статистической обработке результатов измерений: определении среднего значения и СКО. Существует возможность получения математических функций измеряемой величины: ее умножение и деление на константу, вычитание констант, что удобно при введении поправок, представлении измеряемой величины в логарифмическом масштабе. Заметим, что часть сервисных функций можно реализовать и без микропроцессора на жесткой логике, вычислительные же функции могут быть выполнены только с помощью микропроцессоров.

В некоторых микропроцессорных приборах осуществляется самодиагностика, что повышает их метрологическую надежность.

**Условия применения и ограничения использования микропроцессоров.** Микропроцессорные приборы позволяют решать программным методом часть задач, решаемых в обычных приборах аппаратными средствами. Например, для измерений амплитудного, средневыпрямленного и среднего квадратического значений напряжения аппаратными методами необходимы соответствующие преобразователи (см. гл. 11). Эту же задачу можно решить микропроцессорным прибором, преобразовав сначала аналоговый входной сигнал в цифровой с помощью АЦП, а затем по соответствующим программам вычислив требуемые параметры измеряемого сигнала. Возможности прибора можно расширить, нарастив программное обеспечение, например введя программы для статистической обработки и спектрального анализа. При этом аппаратная часть, содержащая АЦП, не усложняется, а меняется только программное обеспечение.

Поэтому микропроцессорные приборы легче сделать многофункциональными, что позволит сократить парк средств измерений, необходимых для научных и производственных целей.

Однако использование микропроцессоров имеет и негативные стороны, в первую очередь сложность аппаратуры и довольно высокая стоимость ее. В перспективе, учитывая быстрое снижение цен на элементы микропроцессорных систем, можно ожидать значительного удешевления микропроцессорных приборов.

В некоторых случаях быстродействия АЦП и микропроцессора оказываются недостаточными для проведения измерений или расчетов в реальном масштабе времени. При этом иногда оказы-

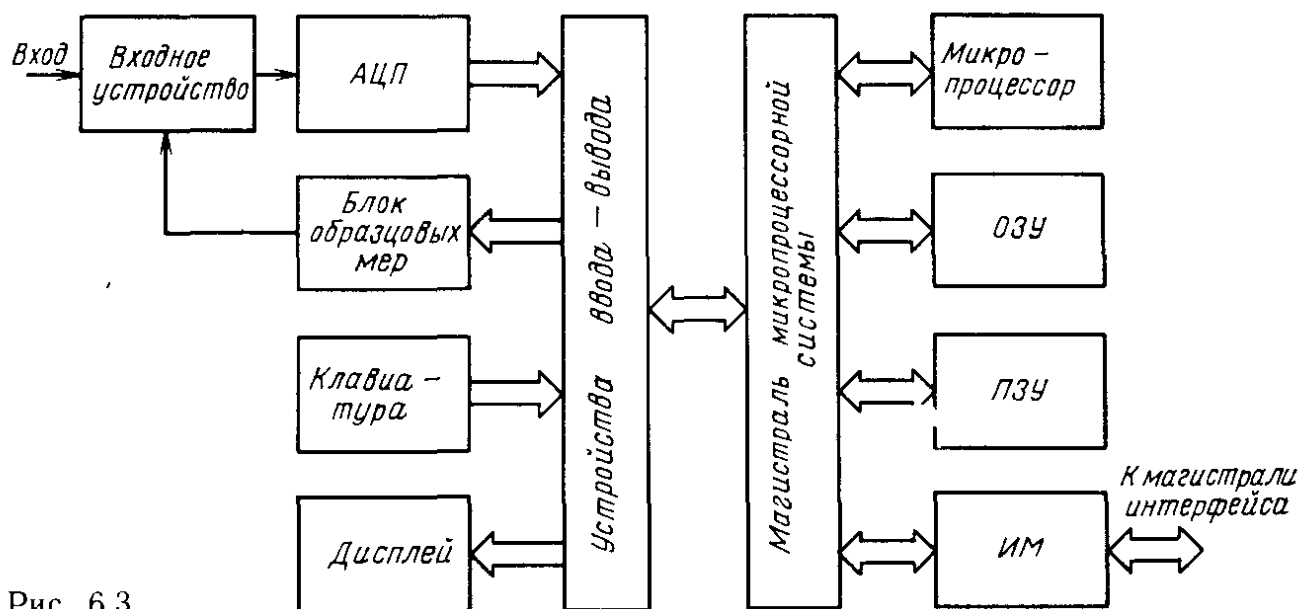


Рис. 6.3

вается целесообразным применить масштабно-временное преобразование исследуемого сигнала, сделав его более медленным. Методика такого преобразования на основе стробоскопического эффекта анализируется в гл. 7. Повышение быстродействия и разрядности выпускаемых промышленностью микропроцессоров расширяет возможности микропроцессорных приборов.

При разработке микропроцессорных приборов наиболее трудоемким оказывается программное обеспечение, стоимость которого может значительно превышать стоимость аппаратных средств.

**Пример структурной схемы микропроцессорного прибора.** Рассмотрим структурную схему вольтметра (рис. 6.3), на которой можно условно выделить три структурных элемента: функциональную часть, микропроцессорную систему и интерфейс.

Функциональная часть — это цифровой вольтметр, состоящий из входного устройства, аналого-цифрового преобразователя (АЦП), цифрового дисплея (отсчетного устройства), блока образцовых мер и клавиатуры, с помощью которой оператор управляет работой вольтметра. Элементы функциональной части соединены между собой и с микропроцессором с помощью устройства ввода-вывода.

Взаимодействие между устройствами ввода-вывода, микропроцессором, оперативным запоминающим устройством (ОЗУ) и постоянным запоминающим устройством (ПЗУ) осуществляется по линиям магистрали микропроцессора. Интерфейсный модуль (ИМ) предназначен для сопряжения прибора с магистралью интерфейса, например КОП.

## 6.6. КОМПЬЮТЕРНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Новый тип средств измерений — КИС — представляет собой микроЭВМ со встроенной в нее измерительной платой. В отличие от микропроцессорных приборов в КИС пользователь получает доступ к обширным фондам прикладных программ, может исполь-

зовать внешнюю память большой емкости и различные устройства документирования результатов измерений.

**Структурная схема КИС.** Взаимодействие между отдельными элементами КИС осуществляется с помощью внутренней шины микроЭВМ (рис. 6.4), к которой подключены как внешние устройства ЭВМ (дисплей, внешняя память, печатающее устройство), так и измерительная схема, состоящая из коммутатора, АЦП и блока образцовых мер напряжения и частоты. С помощью ЦАП можно вырабатывать управляющие аналоговые сигналы, интерфейсный модуль подключает прибор к магистрали приборного интерфейса.

Измерительные схемы могут быть размещены на одной плате, встраиваемой в микроЭВМ. Существуют и более сложные структуры КИС, в которых в соответствии с решаемой задачей по программе коммутируются необходимые измерительные элементы, т. е. меняется архитектура.

Программы работы КИС заранее составляются и отлаживаются, но могут быть использованы программы, составленные оператором для решения конкретных задач.

**Особенности КИС.** Широкие вычислительные возможности КИС позволяют реализовать программными методами многие способы повышения точности измерений и повышения их эффективности.

В качестве встроенных мер напряжения в КИС, как и в большинстве других измерительных приборов, используют стабилизиро-

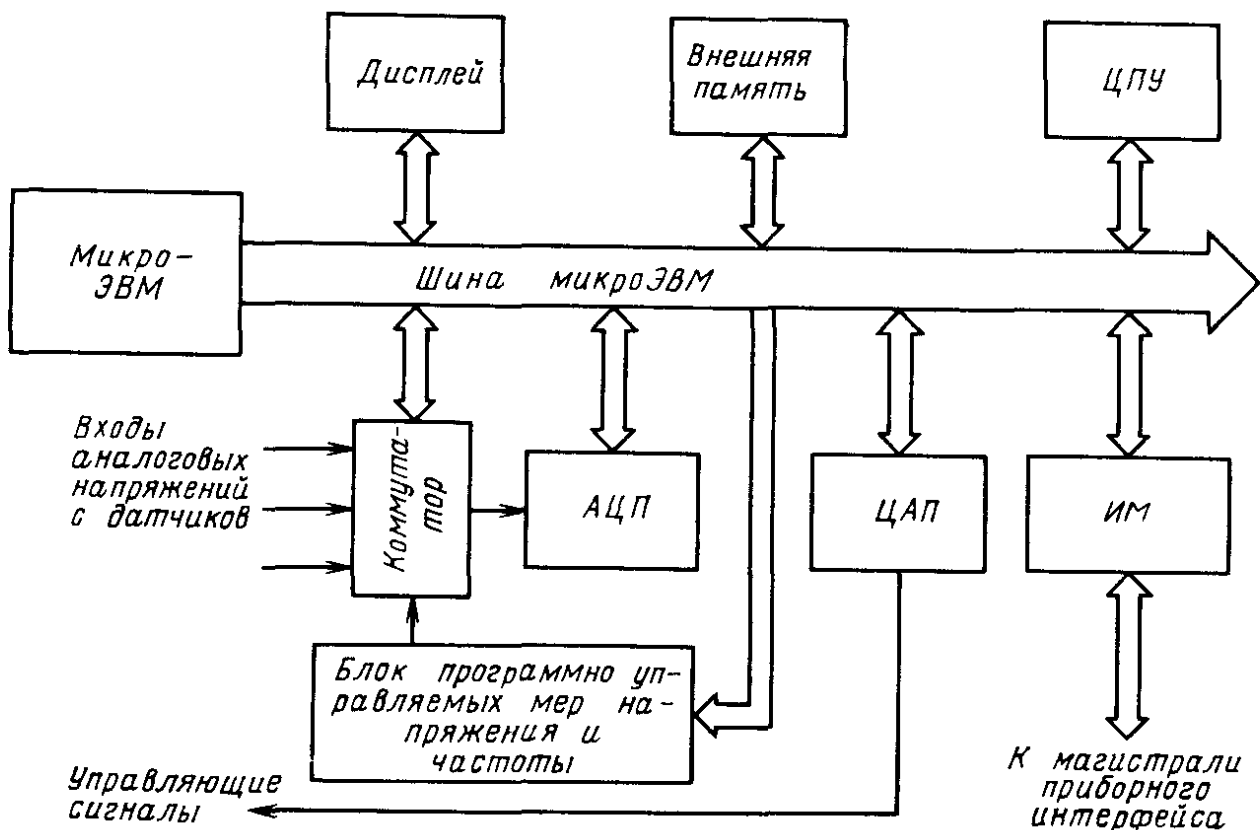


Рис. 6.4

ны, температурный коэффициент напряжения которых составляет около  $5 \cdot 10^{-5}$ . Обычный способ стабилизации опорного напряжения заключается в термостатировании блока стабилитронов. В термостате поддерживают температуру около 310 К со стабильностью 0,1 К. Недостатком такой схемы являются длительный прогрев термостата (до 1 ч), а также большие скачки температуры при включении термостата. Под влиянием температурных перепадов усиливается процесс старения стабилитронов, а следовательно, снижается их долговременная стабильность.

В КИС появилась возможность учесть температурную нестабильность программными методами. Для этого в блок стабилитронов вводят датчик температуры, например терморезистор, и экспериментально определяют зависимость опорного напряжения от температуры. Эту зависимость записывают в ПЗУ или во внешней памяти. В процессе эксплуатации прибора периодически измеряют температуру стабилитронов и по этой зависимости вводят поправку в значение образцового напряжения. При работе стабилитронов без дополнительного подогрева значительно возрастает их долговременная стабильность.

Подобным же образом измеряют и учитывают нестабильность частоты кварцевого генератора — меры частоты: сигнала с датчика температуры воздействует на варикап, подстраивающий генератор на номинальную частоту. Погрешность установки частоты может составлять до  $10^{-8}$ .

В КИС имеется возможность определять индивидуальные функции влияния температуры на различные параметры прибора: сопротивление переключателей, уход нуля, коэффициенты передачи различных структурных элементов. Непрерывный контроль температуры блоков позволяет корректировать возникающие погрешности.

Большие вычислительные возможности позволяют реализовать в КИС анализ полученной информации в ходе эксперимента и менять алгоритм обработки в зависимости от предварительных данных. Например, если полученная при эксперименте гистограмма, наблюдаемая оператором на дисплее, имеет выпавшие результаты и сглаженную форму, то можно предположить существование выбросов и наличие дрейфа измеряемой величины или погрешности. Для устранения выбросов можно использовать одну из статистических программ. Методом тренда можно сделать вывод о наличии дрейфа, а методом наименьших квадратов получить формулу, описывающую дрейф.

В ряде случаев, если вид математической модели исследуемого процесса задан, вычислительные методы позволяют сократить время измерений. Пусть, например, температура нагреваемого от источника постоянной мощности тела с начальной температурой изменяется по закону  $T = T_1 - (T_1 - T_0) e^{-t/\tau}$ , где  $T_1$  — установившаяся температура,  $\tau$  — тепловая постоянная времени. В этом

случае можно, не дожидаясь окончания процесса, определить две постоянные:  $T_1$  и  $\tau$ . Для этого в принципе достаточно двух измерений, а увеличив их число, можно применить метод наименьших квадратов и получить более точный результат.

Возможности КИС можно использовать для прогнозирования отказов некоторых элементов аппаратуры. Как известно, отказам некоторых элементов, например стабилитронов, предшествует увеличение шума. Шум возрастает при ухудшении качества контактов и нарушении нормального режима работы кварцевых генераторов. Контроль спектра шума, выполняемого КИС, позволяет обнаружить перечисленные дефекты. По спектральным составляющим на частотах 50 и 100 Гц можно судить о качестве работы блоков питания.

### Выводы

Автоматизация электрорадиоизмерений достигается сочетанием средств вычислительной техники и измерительных приборов. Задачу автоматизации решают как построением средств измерений со встроенными микропроцессорами, так и созданием автоматизированных систем научных исследований, включающих средства измерений, сопряженные с ЭВМ.

Измерительно-вычислительные комплексы допускают гибкое программирование эксперимента и обработки опытных данных, микропроцессорные средства измерений работают по жестким программам, составленным при разработке устройства.

Средства измерений и другие элементы в пределах ИВК сопрягаются стандартными интерфейсами.

Интерфейс МЭК 625.1 предназначен для создания небольших локальных ИВК на основе выпускаемых промышленностью средств измерений, снабженных интерфейсными картами. Достоинство интерфейса — невысокая цена создаваемых на его основе ИВК. На обращение к одному прибору расходуется до единиц миллисекунд, общее же быстродействие интерфейса определяется главным образом инерционными свойствами измерительных приборов. Передача данных происходит побайтно в асинхронном режиме.

Интерфейс КАМАК служит для построения мощных ИВК разной сложности, число крейтов в одной системе может достигать 62. Прием и передача данных осуществляются в параллельном двоичном коде в синхронном режиме, что обеспечивает высокое быстродействие интерфейса. Интерфейс КАМАК допускает подсоединение к крейту цифровых и аналоговых средств измерений и работу совместно с интерфейсом МЭК.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Перечислите основные составные части ИВК и расскажите об их назначении.
2. Что такое интерфейс и какие функции он выполняет?
3. Какие функции выполняет встроенный в измерительный прибор микропроцессор и как его программирует?
4. Расскажите о структуре и назначении интерфейса МЭК.
5. Каким образом передается информация по шине данных? Сколько байт необходимо для передачи десятичного числа 25725?
6. Каковы основные характеристики интерфейса МЭК: число подсоединяемых к КОП устройств, длина КОП, время передачи обращения к измерительным приборам?
7. Для чего предназначена магистраль крейта КАМАК, какие функции выполняет контроллер?
8. Каким образом можно обеспечить работу интерфейса КАМАК со стандартными средствами измерений, не имеющими интерфейсного модуля МЭК?
9. Перечислите возможные конфигурации ИВК на основе интерфейса КАМАК. Приведите пример двухуровневой системы.

## Глава 7. ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМЫ КОЛЕБАНИЙ

---

Как известно, колебания можно определить как во временной области, так и в частотной. Во временной области колебание характеризуют его формой — зависимостью мгновенного значения от времени.

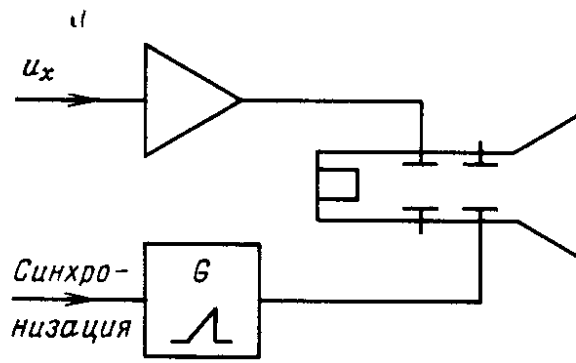
Воспроизведение формы колебаний является важной задачей радиоизмерений, поскольку по форме можно оценить сразу многие параметры колебаний. Для воспроизведения формы колебаний и измерений их параметров предназначены осциллографы. В некоторых современных осциллографах, включающих встроенные микропроцессоры, предусмотрена возможность точного измерения параметров и характеристик колебаний.

### 7.1. ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ОСЦИЛЛОГРАФА

Хотя структурные схемы осциллографов достаточно сложны, для изучения принципа действия этих приборов достаточно рассмотреть простейшую схему, состоящую из трех элементов: усилителя вертикально отклоняющего напряжения, генератора развертки  $G$  и ЭЛТ (рис. 7.1).



Рис. 7.1



**Формирование осциллограммы.** Исследуемое напряжение  $u_x$  подводят ко входу усилителя и затем на вертикально отклоняющие пластины ЭЛТ. Под действием этого напряжения луч отклоняется по оси ординат на  $Y = K S_Y u_x(t)$ , где  $K$  — коэффициент усиления усилителя;  $S_Y$  — чувствительность трубки по оси ординат.

Отклонение луча по оси абсцисс обусловлено действием напряжения развертки  $u_p$ , которое изменяется во времени по линейному закону  $u_p = at$ , где  $a$  — постоянный коэффициент. Отклонение луча по оси абсцисс также является линейной функцией времени:  $X = S_X u_p = S_X at$ , где  $S_X$  — чувствительность трубки по оси абсцисс.

В результате совместного воздействия на ЭЛТ вертикально и горизонтально отклоняющих напряжений луч будет двигаться по траектории, заданной в параметрической форме приведенными соотношениями. Исключив время, получим уравнение траектории в декартовых координатах  $Y = K S_Y u_x (X / S_X a)$ . Траекторию луча называют осциллограммой исследуемого колебания. Поскольку отклонение луча по оси ординат пропорционально мгновенному значению колебания, а отклонение по оси абсцисс — времени, то на экране ЭЛТ в некотором масштабе воспроизводится зависимость  $u_x(t)$ .

Размеры экрана и отклоняющее напряжение ограничены, поэтому напряжение развертки возрастает до определенного уровня, при котором луч, двигаясь вправо, достигает границы рабочей части экрана. Продолжительность возрастающего участка напряжения развертки оценивают длительностью  $T_n$  прямого хода развертки. По окончании прямого хода напряжение развертки уменьшается до начального уровня. Пятно при этом перемещается справа налево, совершая обратный ход развертки. За время  $T_o$  обратного хода напряжение развертки уменьшается по нелинейному закону, поэтому траектория луча не несет полезной информации и лишь искажает осциллограмму. Во избежание этого на время обратного хода на модулятор ЭЛТ подают запирающее напряжение, так что луч гасится. Генераторы развертки строят так, чтобы длительность обратного хода была меньше длительности прямого хода развертки, т. е. чтобы выполнялось условие  $T_o \ll \ll T_n$ . Поскольку период развертки  $T_p = T_n + T_o$ , то приближенно можно принять  $T_p \approx T_n$ .

**Синхронизация.** При осциллографировании периодических колебаний необходимо, чтобы за каждый период исследуемого напряжения луч перемещался по одной и той же траектории. Для этого синхронизируют период развертки с периодом повторения исследуемого сигнала: период развертки устанавливают равным целому числу периодов повторения исследуемого сигнала.

Если  $T_p = T$ , т. е. имеет место режим синхронизации (рис. 7.2, а), то началу первого периода развертки  $t_0$  соответствует  $Y = 0$ , затем луч прочерчивает почти полный период синусоиды. К моменту  $t_1$  начала второго периода развертки входное напряжение обращается в нуль, поэтому луч попадает в ту же точку, что и при  $t = t_0$ , и в дальнейшем движется по той же траектории. Такое движение луча создает неподвижную осциллограмму периода колебания  $u_x(t)$ . Если необходимо получить на экране  $n$  периодов, то период развертки должен быть в  $n$  раз больше периода исследуемого колебания.

При нарушении синхронизации ( $T_p > T$ , рис. 7.2, б) в момент  $t_2$  начала второго периода развертки  $Y > 0$  и луч отклоняется вверх. Синусоидальная траектория луча при этом не будет совпадать с траекторией, полученной за первый период сдвинутых по фазе синусоидальных кривых, обычно наблюдаемых на экране как светлый прямоугольник.

Для исследования непериодических импульсных напряжений применяется ждущая развертка. В этом режиме генератор развертки запускается перед каждым пришедшим импульсом. К моменту начала каждого импульса напряжение развертки имеет определенное значение, поэтому начало каждого импульса соответствует одной и той же точке на экране. Поскольку скорость нарастания напряжения развертки в каждом цикле постоянна, то траектории луча, вызванные всеми импульсами, совпадают, и на экране возникает неподвижная осциллограмма импульса. Длительность прямого хода ждущей развертки выбирают несколько

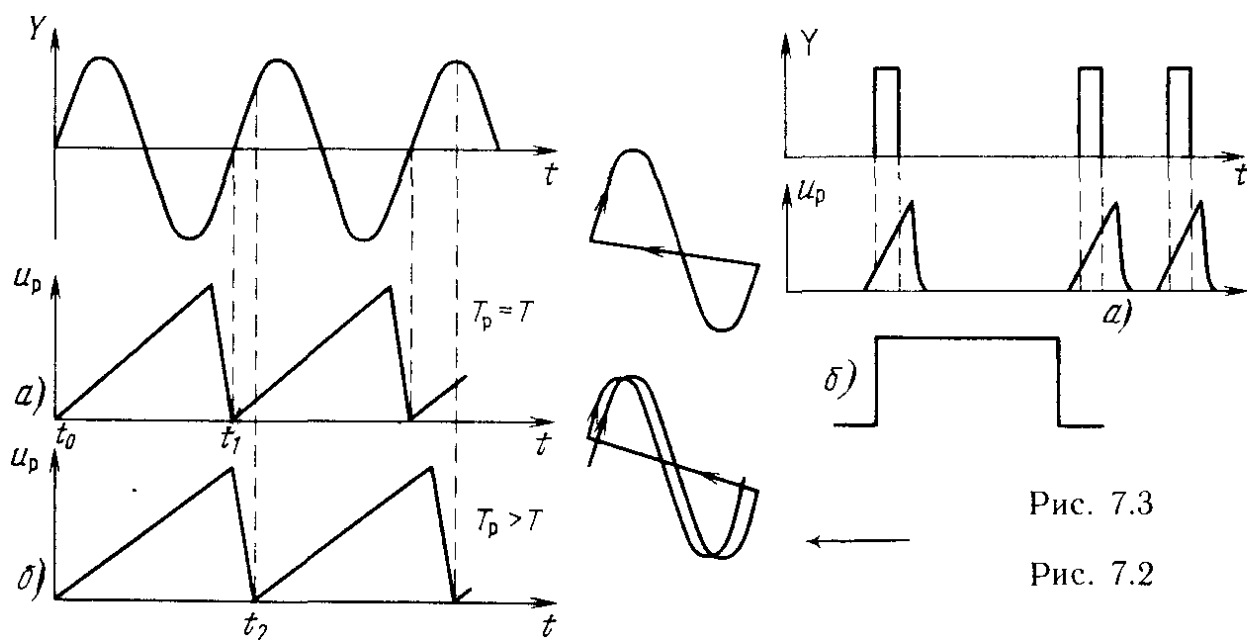


Рис. 7.3

Рис. 7.2

большей длительности импульса (рис. 7.3, а), поэтому осциллограмма импульса (рис. 7.3, б) занимает большую часть экрана. Режим ждущей развертки целесообразен при периодических импульсных напряжениях с большой скважностью, поскольку, изменяя скорость развертки, можно установить удобный для наблюдения размер импульса по горизонтали.

Кроме линейной развертки, предусмотренной во всех выпускаемых промышленностью осциллографами, существуют и другие типы разверток, например круговая или спиральная, применяемые при измерении фазовых соотношений. В этих развертках луч движется с постоянной угловой скоростью по кругу или по спирали, что позволяет получать большую по сравнению с диаметром экрана длину линии развертки.

## 7.2. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ОСЦИЛЛОГРАФА

Структурная схема осциллографа состоит из трех каналов (Y, X и Z), калибратора и устройства отображения информации, в качестве которого обычно используют ЭЛТ (рис. 7.4). Такая структура свойственна всем осциллографам, но каждый тип прибора характеризуется особенностями построения каналов.

**Каналы осциллографа.** Канал вертикального отклонения (канал Y) предназначен для формирования вертикально отклоняющего напряжения и в основном выполняет функции усиления колебаний, подведенных ко входу Y прибора. Канал состоит из аттенюатора A1, предварительного усилителя A2, линии задержки и оконечного усилителя A3. Линия задержки позволяет запускать генератор развертки фронтом исследуемого импульса до того, как

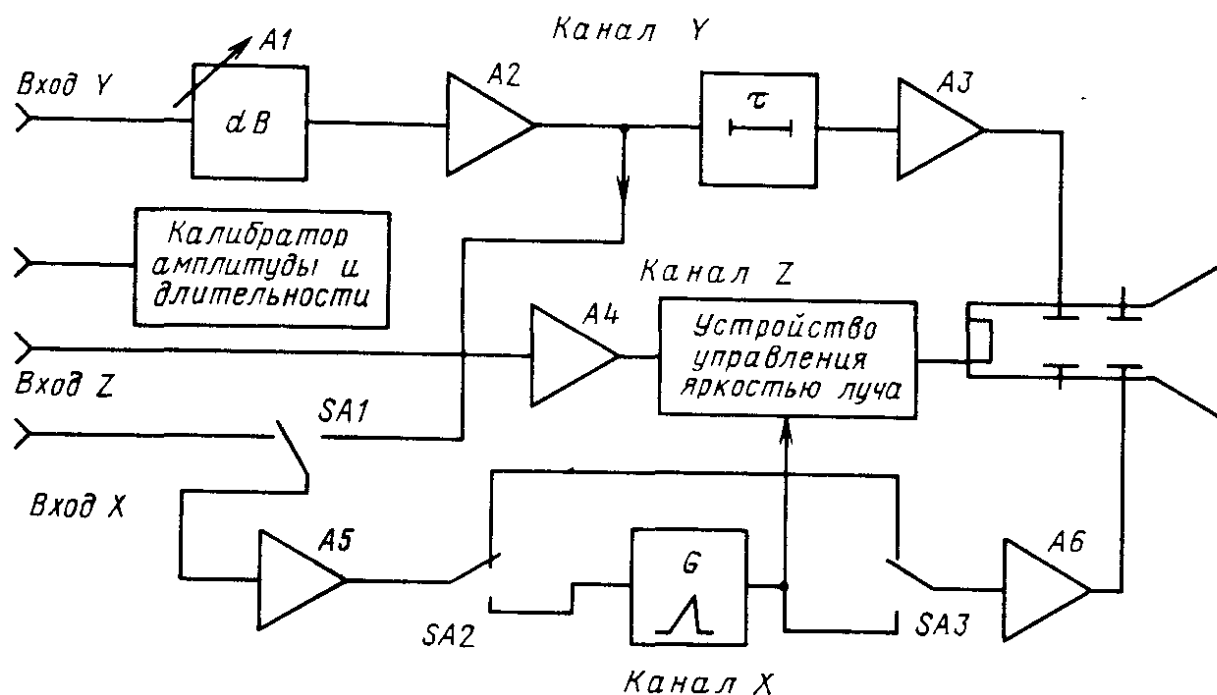


Рис. 7.4

начнется отклонение луча по вертикали под действием этого импульса, что позволяет в режиме внутренней синхронизации наблюдать фронт импульса.

В канале горизонтального отклонения (канал  $X$ ) формируется пилообразное напряжение, вырабатываемое генератором развертки  $G$ . Переключателем  $SA1$  выбирают вид синхронизации: внешнюю или внутреннюю. Внешний синхронизирующий сигнал подводят ко входу  $X$  осциллографа.

В некоторых осциллографах предусмотрена подача исследуемого напряжения, подведенного ко входу  $X$ , на горизонтально отклоняющие пластины. Для этого переключателями  $SA2$  и  $SA3$  отключают генератор развертки.

Иногда исследуемые напряжения необходимо подвести непосредственно к отклоняющим пластинам, минуя усилители. Для этого предназначены специальные клеммы на задней стенке осциллографа, к которым переключателями (не показанными на рисунке) подключают пластины.

Канал управления яркостью луча (канал  $Z$ ) служит для создания на осциллограмме яркостных меток или гашения луча на время обратного хода развертки и режима ожидания при ждущей развертке. Внешний сигнал для управления яркостью подводят ко входу  $Z$  осциллографа. Канал содержит усилитель-ограничитель  $A4$  и устройство управления яркостью луча, выходное напряжение которого поступает на катод или управляющий электрод ЭЛТ.

В некоторых осциллографах имеется калибратор амплитуды и времени. Калибратор представляет собой генератор образцовых сигналов, например прямоугольных импульсов с заданной амплитудой и частотой повторения. Импульсы подводят ко входу  $Y$  осциллографа и используют для калибровки каналов  $Y$  и  $X$  осциллографа.

**Канал  $Y$  осциллографа.** Первым каскадом канала является аттенюатор, который служит для ступенчатого изменения уровня входного напряжения. Аттенюатор выполняют по схеме компенсированного делителя напряжения, коэффициент передачи которого не зависит от частоты (рис. 7.5,  $a$ ). Для этого постоянные времени  $R_1C_1$  и  $R_2C_2$  звеньев аттенюатора делают одинаковыми. Коэффициент передачи аттенюатора меняют, переключая оба звена, при этом входное сопротивление осциллографа остается постоянным.

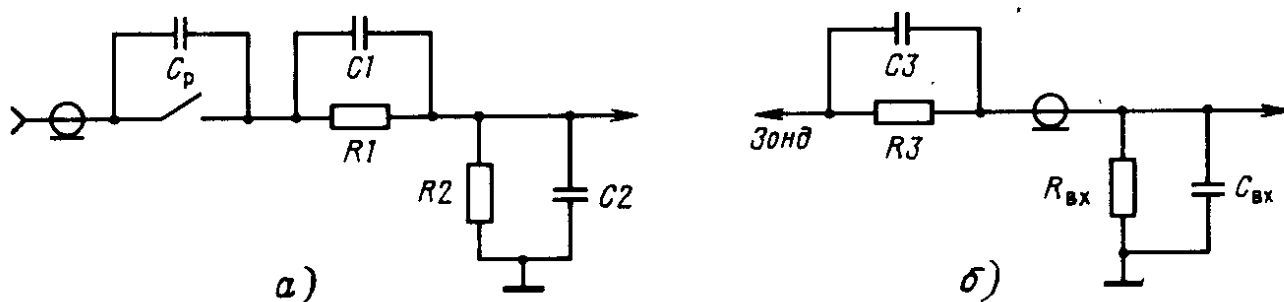


Рис. 7.5

Для большинства приборов входное сопротивление  $R_{вх} = 1 \text{ МОм}$ , а входная емкость  $C_{вх} = 30 \dots 70 \text{ пФ}$ . Обычно делитель гальванически связан с входным разъемом канала  $Y$  (режим с открытым входом). Если исследуется сумма малых переменных и больших постоянных напряжений, то входной сигнал подводят через разделительный конденсатор  $C_p$  (режим с закрытым входом). Для изменения режима служит переключатель, управляемый с передней панели прибора.

Входное напряжение подводят к осциллографу с помощью коаксиального кабеля, так что в зависимости от его длины входная емкость осциллографа возрастает до  $50 \dots 150 \text{ пФ}$ . В некоторых случаях, особенно при исследовании коротких импульсов, подключение такой емкости к исследуемому устройству недопустимо.

Влияние осциллографа ослабляют, используя аттенюатор, расположенный в выносном пробнике и подключаемый зондом непосредственно к схеме (рис. 7.5, б). Параметры элементов аттенюатора выбирают так, чтобы выполнялось условие  $R_3 C_3 = R_{вх} C_{вх}$ , где  $R_{вх}$  — входное сопротивление прибора;  $C_{вх}$  — входная емкость с учетом емкости кабеля, соединяющего пробник с осциллографом. Коэффициент передачи делителя  $K = R_{вх} / (R_3 + R_{вх})$  обычно составляет  $10^{-1} \dots 10^{-2}$ , следовательно  $C_3 \ll C_{вх}$  и входная емкость пробника может составлять единицы пикофарад.

**Пример 7.1.** Осциллограф с входным сопротивлением  $R_{вх} = 1 \text{ МОм}$  и входной емкостью  $C'_{вх} = 50 \text{ пФ}$  без учета кабеля соединен с пробником коаксиальным кабелем с погонной емкостью  $100 \text{ пФ/м}$  длиной  $0,5 \text{ м}$ . Определим емкость  $C_3$  пробника с коэффициентом передачи  $K = 0,1$ . Общая входная емкость  $C_{вх} = 50 + 50 = 100 \text{ пФ}$ . Сопротивление пробника  $R_3 = R_{вх}(1 - K)/K = 9 \text{ МОм}$ , емкость  $C_3 = R_{вх} C_{вх} / R_3 = 11 \text{ пФ}$ .

Если длительность фронта исследуемого импульса соизмерима с задержкой сигнала в кабеле, то во избежание искажений, вызванных отражениями от его концов, кабель приходится согласовывать на входе или выходе. Некоторые осциллографы имеют специальный вход с входным сопротивлением  $R_{вх} = 50 \text{ Ом}$ , равным волновому сопротивлению кабеля. В этом случае кабель согласован на выходе. В большинстве приборов низкоомного входа нет и кабель согласовывают на входе аттенюатором с выходным сопротивлением, равным волновому сопротивлению кабеля.

Основное усиление вертикально отклоняющего напряжения происходит в предварительном усилителе. Предварительные усилители строят по схеме балансного УПТ с повышенной устойчивостью к изменениям температуры и питающих напряжений. В предварительном усилителе выполняют некоторые регулировочные операции: плавное изменение коэффициента усиления, балансировку по постоянному напряжению. Первый каскад усилителя реализуют по схеме истокового повторителя, обеспечивающей высокое входное сопротивление и переход на балансную схему.

В зависимости от требуемого запаздывания исследуемого колебания линию задержки выполняют в виде искусственной линии задержки с сосредоточенными параметрами, спиральной кабельной линии или коаксиальных кабелей.

Оконечные усилители формируют два противофазных напряжения, питающие отклоняющие пластины ЭЛТ. Усилители нагружены емкостью до десятков пикофард и для получения широкой полосы пропускания приходится выбирать малые сопротивления нагрузки и применять мощные транзисторы.

**Характеристики каналов осциллографа.** Общий коэффициент передачи канала вертикального отклонения в средней части полосы пропускания оценивают коэффициентом отклонения, определяемым по отношению отклоняющего напряжения к отклонению луча и имеющему размерность вольт на деление или вольт на сантиметр. Необходимое значение коэффициента отклонения устанавливают с помощью ступенчатого аттенюатора. Для большинства осциллографов коэффициент отклонения лежит в пределах  $10^{-3} \dots 20$  В/дел.

Частотную характеристику канала вертикального отклонения характеризуют нижней  $f_n$  и верхней  $f_v$  граничными частотами, определяемыми по спаду АЧХ до уровня 0,707 от среднего значения. Если в канале использовалась только гальваническая связь между каскадами, то спад АЧХ на низких частотах отсутствует и  $f_n = 0$ .

Для оценки искажений импульсного сигнала удобнее пользоваться не частотными характеристиками канала вертикального отклонения, а его откликом на прямоугольный импульс, который в пределах длительности импульса  $\tau_n$  совпадает с переходной характеристикой  $g(t)$  (рис. 7.6). Форму переходной характеристики оценивают установившимся значением  $g_y$ , временем нарастания  $\tau_n$  и выбросом на вершине прямоугольного импульса  $g_v$ . Если в усилителях канала есть разделительные емкости, то  $f_n \neq 0$  и появляется неравномерность  $g_{cn}$  вершины воспроизводимого прямоугольного импульса.

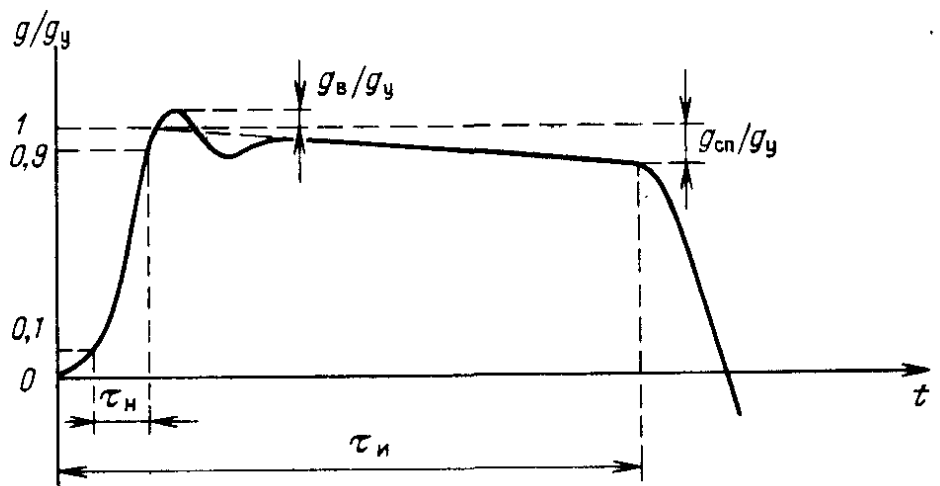


Рис. 7.6

Как известно из курса усилительных устройств, параметры переходной характеристики  $\tau_n$  и  $g_{сп}$  связаны с параметрами АЧХ приближенными соотношениями:

$$\tau_n \approx 0,35/f_v, \quad (7.1)$$

$$g_{сп} \approx 2\pi f_n \tau_n g_y. \quad (7.2)$$

Нелинейность амплитудной характеристики канала вертикального отклонения и нелинейность трубки описывают нелинейностью отклонения

$$\beta_y = [(K_{y_{макс}} - K_{y_{ср}}) / K_{y_{ср}}] \cdot 100\%,$$

где  $K_{y_{макс}}$  — наибольшее значение коэффициента отклонения из определяемых на различных участках экрана вдоль центральной вертикальной оси;  $K_{y_{ср}}$  — среднее значение коэффициента отклонения.

Канал горизонтального отклонения характеризуют нелинейностью развертки осциллографа

$$\beta_x = [(l_{T_{ср}} - l_{T_{макс}}) / l_{T_{ср}}] \cdot 100\%,$$

где  $l_{T_{ср}}$  и  $l_{T_{макс}}$  — длина отрезков горизонтальной оси экрана в его средней части и длина наибольшего ее отрезка, соответствующие одному и тому же временному интервалу  $T$ .

### 7.3. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ АМПЛИТУДНЫХ И ВРЕМЕННЫХ СООТНОШЕНИЙ

Погрешности измерений параметров колебаний по осциллограмме зависят от двух основных причин: неточности воспроизведения формы колебания на экране ЭЛТ, обусловленной искажениями колебаний во входных цепях и в канале  $Y$  осциллографа, а также нелинейностью развертки и погрешностью при отсчитывании параметров по осциллограмме.

**Влияние входных цепей.** Входное сопротивление осциллографа и его входная емкость могут существенно нарушить режим работы устройства, к которому подключают осциллограф и, следовательно, привести к появлению методической погрешности. Хотя эту погрешность в принципе можно учесть в каждом конкретном случае и ввести соответствующую поправку, обычно стараются просто уменьшить ее до малого значения и не исключать.

В простейших случаях влияние входных цепей можно оценить. Например, если выходное сопротивление  $R_i$  источника импульсного сигнала активно, а подключение осциллографа не изменяет режима работы источника, то входную цепь можно рассматривать как интегрирующую с постоянной времени  $\tau = R_{э}(C_k + C_{вх})$ , где  $R_{э} = R_i R_{вх} / (R_i + R_{вх})$ .

Как известно из курса теории радиотехнических цепей, время нарастания переходной характеристики такой цепи  $\tau_{вх} = 2,2\tau$ , и под ее влиянием увеличивается время нарастания осциллографа.

Если исследуемый сигнал, содержащий резкие перепады напряжений, подводят ко входу осциллографа не полностью согласованным коаксиальным кабелем, то на осциллограмме появляются специфические искажения за счет многократных отражений от концов кабеля. Эти искажения имеют форму затухающих отражений с периодом, равным удвоенному времени запаздывания сигнала в кабеле. Например, для коаксиального кабеля с полиэтиленовым заполнением длиной 1 м это время составляет около 5 нс.

**Влияние каналов Y и X осциллографа и ЭЛТ.** Из-за неидеальности характеристик канала вертикального отклонения и ЭЛТ осциллограмма отличается от формы исследуемого колебания. Основными источниками искажения являются ограниченная ширина полосы пропускания усилителей и ЭЛТ, а также нелинейность их амплитудных характеристик. Проявляются эти факторы по-разному в зависимости от свойств исследуемых колебаний.

Если исследуются узкополосные колебания, например АМ сигнал с малой частотой модулирующих колебаний, то при любых средних частотах в пределах ширины спектра коэффициент отклонения можно считать постоянным, так что такие колебания будут воспроизводиться практически без искажения. Естественно, что с ростом средней частоты коэффициент отклонения будет уменьшаться, и это уменьшение можно учесть.

При оценке искажения широкополосных сигналов, например импульсов с короткими фронтами, пользуются переходной характеристикой осциллографа. Обычно искажения импульсных сигналов оценивают по времени нарастания переходной характеристики.

Длительность фронта  $\tau_{\phi}$  наблюдаемого на экране импульса оценивают приближенным соотношением  $\tau_{\phi} \approx (\tau_n^2 + \tau_{вх}^2 + \tau_{\phiи}^2)^{1/2}$ , где  $\tau_{\phiи}$  — длительность фронта исследуемого импульса. В принципе искажения этого вида можно оценить, вычислив

$$\tau_{\phiи} = (\tau_{\phi}^2 - \tau_n^2 - \tau_{вх}^2)^{1/2}, \quad (7.3)$$

но на практике обычно просто выбирают осциллограф с достаточно малым временем нарастания, при котором  $(\tau_{вх}^2 + \tau_n^2)^{1/2} < 0,3\tau_{\phiи}$  и длительность фронта исследуемого импульса увеличивается не более чем на 5 %.

**Пример 7.2.** К осциллографу с входной емкостью  $C_{вх} = 50$  пФ, входным сопротивлением  $R_{вх} = 1$  МОм и частотой  $f_{в} = 10$  МГц кабелем с погонной емкостью 100 пФ/м длиной 0,5 м подведен трапецидальный импульс. Определим длительность его фронта, если выходное сопротивление генератора импульса  $R_i = 2$  кОм, а  $\tau_{\phi} = 0,7$  мкс. Время нарастания сигнала во входной цепи  $\tau_{вх} = 2,2(C_k + C_{вх})R_i R_{вх} / (R_i + R_{вх}) = 2,2 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10^6 / (2 \cdot 10^3 + 10^6) \approx 0,44$  мкс. Время нарастания  $\tau_n = 0,35 / 10^6 = 0,35$  мкс.



Длительность фронта импульса

$$\tau_{\text{фи}} = (0,7^2 - 0,44^2 - 0,35^2)^{1/2} = 0,36 \text{ мкс.}$$

Поскольку все три длительности ( $\tau_{\text{ф}}$ ,  $\tau_{\text{вх}}$  и  $\tau_{\text{н}}$ ) близки по значениям, то полученный результат сильно зависит от погрешностей измерений  $\tau_{\text{ф}}$  и определения  $\tau_{\text{вх}}$ . Например, если предельная погрешность измерений  $\tau_{\text{ф}}$  равна 10 %, то  $\tau_{\text{фи}}$  будет лежать в пределах 0,2...0,48 мкс, в чем легко убедиться, вычислив  $\tau_{\text{фи}}$  для предельных значений  $\tau_{\text{ф}}$ .

Искажения, обусловленные выбросом на переходной характеристике, аналитически учесть не удастся. Эти искажения уменьшаются по мере увеличения длительности фронтов исследуемых импульсов и, начиная с некоторых длительностей, заметно не проявляются.

Влияние нелинейности амплитудных характеристик канала У, ЭЛТ и развертки устранить не удастся из-за сложной формы нелинейности и индивидуального характера этих искажений. Для большинства осциллографов нелинейность амплитудной характеристики и нелинейность развертки лежат в пределах 1...3 %.

**Погрешности.** Визуальный отсчет параметров колебаний по осциллограмме приводит к появлению погрешности из-за параллакса, конечной ширины луча и дискретности отсчета по шкале. Параллакс может возникать при отсчете по шкалам, помещенным на некотором расстоянии перед экраном ЭЛТ. В современных осциллографах применяют безпараллаксные экраны со шкалой на внутренней поверхности экрана. Погрешность, обусловленную шириной луча, оценивают половиной его ширины, а погрешность дискретности — половиной цены деления шкалы.

Систематические погрешности обусловлены неточностью задания коэффициентов отклонения и развертки. Основная погрешность этих коэффициентов обычно составляет 3...7 %.

Таким образом, общая погрешность измерения амплитуды и временных интервалов складывается из большего числа составляющих, имеющих в основном систематический характер и приближенно заданных предельными значениями. К суммированию этих составляющих обычно не прибегают и измерения амплитуды и временных интервалов оценивают пределами допускаемых погрешностей, приводимыми в паспортных данных. Для осциллографов с аналоговой обработкой сигнала эти погрешности составляют 3...10 %.

В некоторых осциллографах предусмотрено измерение амплитуды и временных интервалов с помощью встроенных цифровых измерителей. В этом случае общая погрешность значительно уменьшается.

## 7.4. СТРОБОСКОПИЧЕСКОЕ ОСЦИЛЛОГРАФИРОВАНИЕ

Повторяющиеся электрические процессы можно исследовать стробоскопическим методом, особенно плодотворным при наблюдении широкополосных сигналов и колебаний СВЧ. Стробоскопические осциллографы позволяют воспроизводить форму колебаний со спектрами, простирающимися до десятков гигагерц, что на один-два порядка больше частотного предела обычных осциллографов.

**Метод преобразования.** В основу метода положен стробоскопический эффект, возникающий при взаимодействии двух близких по частоте повторений периодических колебаний. Одно из колебаний представляет собой последовательность коротких стробирующих импульсов  $u_n$ , вырабатываемых генератором  $G$  (рис. 7.7, а). Вместе с исследуемым напряжением стробирующие импульсы поступают на преобразователь. Период повторения стробирующих импульсов  $T_c$  (рис. 7.7, б) выбирают несколько большим периода повторения  $T_x$  импульсов исследуемого напряжения, чтобы разность  $\Delta t_c = T_c - T_x$  оставалась постоянной. Следовательно, положение очередного стробирующего импульса относительно начала соответствующего импульса исследуемого напряжения меняется: за период  $T_x$  стробирующий импульс смещается на интервал времени  $\Delta t_c$ , называемый шагом считывания.

В моменты прихода стробирующих импульсов преобразователь модулирует их напряжением  $u_x$ , т. е. происходит считывание значения  $u_x$ . Кроме того, модулированные по амплитуде стробирующие импульсы в преобразователе несколько расширяются. Амплитуды импульсов напряжения  $u_n$  на выходе преобразователя пропорциональны значениям  $u_x$  при очередном считывании. Так, первый из стробирующих импульсов на рис. 7.7, б соответствует  $u_x = U_1 = 0$ , второй (его положение на временной оси показано

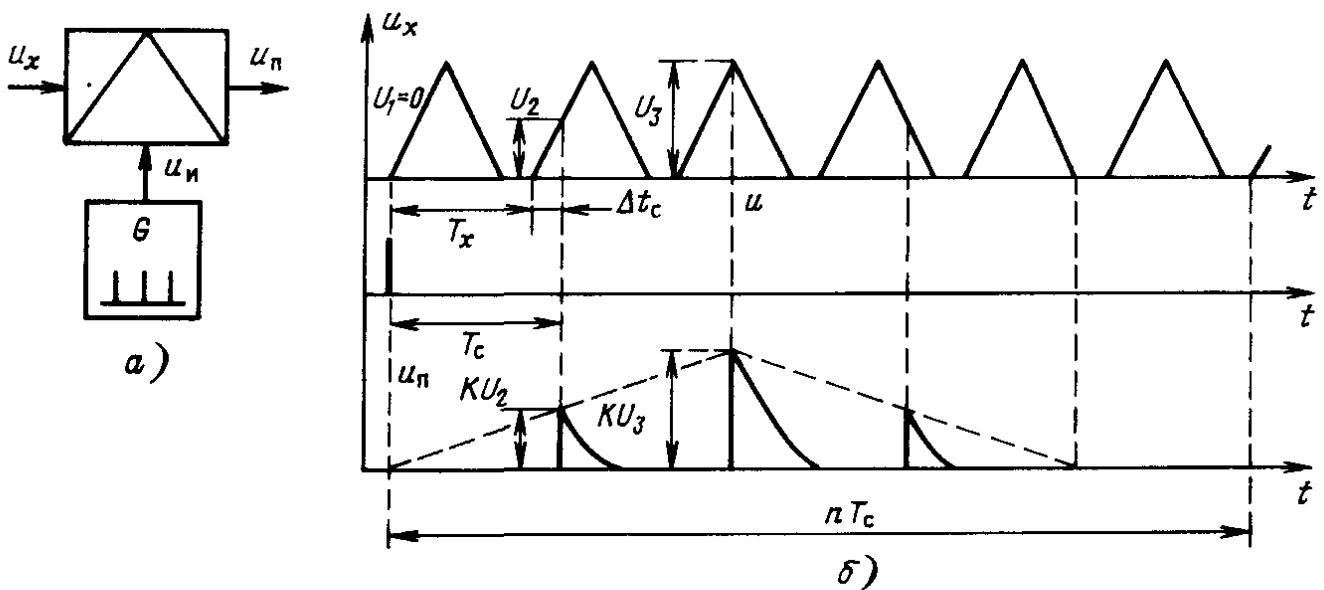


Рис. 7.7

штриховой линией) пришел в момент, когда  $u_x = U_2$ , а третий — при  $u_x = U_3$ . Соответствующие импульсы напряжения  $u_n$  имеют амплитуды, равные 0,  $KU_2$  и  $KU_3$ , где  $K$  — коэффициент преобразования.

Таким образом, значениям  $u_x$ , считанным с постоянным шагом  $\Delta t_c$ , соответствуют равноотстоящие во времени импульсы напряжения  $u_n$ , следующие с периодом  $T_c$ . Поскольку коэффициент преобразования постоянен, то огибающая импульсов на выходе преобразователя будет повторять форму исследуемых импульсов, как показано на рис. 7.7, б штриховой линией. Огибающую наблюдают на экране осциллографа и по ней измеряют параметры исследуемого импульса.

Как следует из рис. 7.7, для периодических исследуемых импульсов период повторения огибающей составит  $nT_c = (n + 1)T_x$ , где  $n$  — число считываний за период огибающей. Отношение периода огибающей к периоду исследуемых импульсов называют коэффициентом трансформации времени:

$$K_T = nT_c / T_x = n + 1. \quad (7.4)$$

При стробоскопическом преобразовании происходит и преобразование спектра: эффективная ширина спектра огибающей в  $n + 1$  раз уже спектра сигнала.

В современных осциллографах  $K_T$  может достигать десятков тысяч.

Стробирующие импульсы не обязательно должны следовать за каждым импульсом исследуемого напряжения. При анализе входных напряжений с большой частотой повторения оказывается удобным производить считывание через некоторое целое число  $m$  импульсов входного напряжения. В результате период стробирующих импульсов увеличивается до  $T_c = mT + \Delta t_c$ , а коэффициент трансформации возрастет приблизительно в  $m$  раз.

**Пример 7.3.** Определим необходимую продолжительность анализа периодической последовательности импульсов длительностью 1 мкс и периодом 10 мкс, если для надежного воспроизведения формы импульса надо сделать  $10^2$  считываний. Шаг считывания  $\Delta t_c = 10^{-6} / 10^2 = 10$  нс, период стробирующих импульсов  $T_c = T + \Delta t_c \approx 10$  мкс, время измерений, необходимое для выполнения  $10^2$  отсчетов,  $T_{изм} = 10^2 T_c = 1$  мс. Для импульсов с большим периодом время измерений может оказаться порядка секунды и более.

**Стробоскопический осциллограф.** В стробоскопическом осциллографе (рис. 7.8, а) автоматически поддерживают постоянство шага считывания при непериодическом входном сигнале. Для этого импульсами синхронизирующего напряжения  $u_{синх}$  (рис. 7.8, б), предшествующими импульсам исследуемого сигнала  $u_x$ , одновременно запускают генераторы  $G1$  быстрого пилообразного напряжения и  $G2$  ступенчатого напряжения развертки. В момент

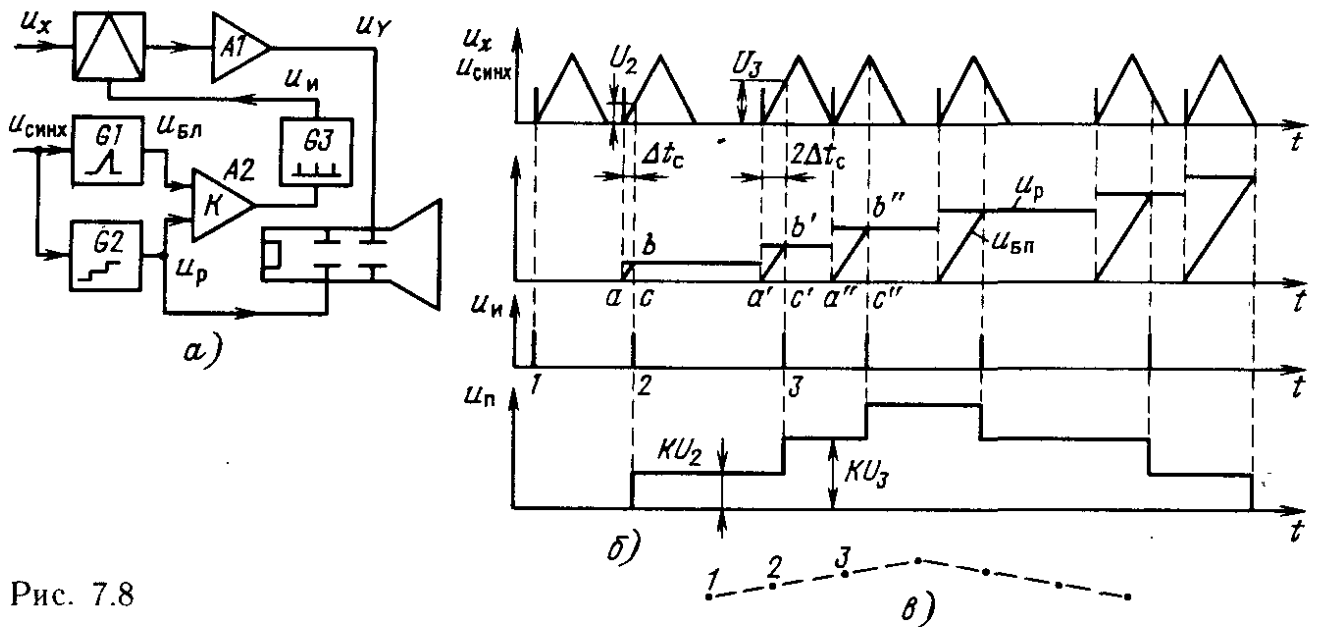


Рис. 7.8

равенства их выходных напряжений  $u_{бп}$  и  $u_{р}$  компаратор  $A2$  запускает генератор  $G3$  стробирующих импульсов.

Высота  $U_{ст}$  ступенек напряжения развертки постоянна, а начало ступенек соответствует моментам прихода синхронизирующих импульсов. Поэтому катеты  $bc$ ;  $b'c'$ ;  $b''c''$  подобных треугольников  $abc$ ;  $a'b'c'$ ;  $a''b''c''$  увеличиваются на высоту ступеньки с приходом очередного стробирующего импульса независимо от длительности паузы между исследуемыми импульсами. Катеты  $ac$ ;  $a'c'$ ;  $a''c''$  также увеличиваются на шаг считывания  $\Delta t_c$  с приходом очередного импульса, т. е. шаг считывания постоянный. Стробоскопический преобразователь функционально объединен со схемой памяти, хранящей значения амплитуды выходного импульса преобразователя в течение паузы между стробирующими импульсами. Поэтому выходное напряжение преобразователя  $u_{п}$  имеет ступенчатую форму. Значения  $U_1=0$ ;  $KU_2$ ;  $KU_3$  вертикально отклоняющего напряжения  $u_{у}$  на выходе усилителя  $A1$  пропорциональны значениям  $U_1=0$ ;  $U_2$ ;  $U_3$  исследуемого напряжения при считывании.

Под действием ступенчатого напряжения развертки луч поочередно занимает равноотстоящие дискретные положения по оси абсцисс. При смещении луча на один шаг напряжение  $u_{у}$  изменяется и на экране ЭЛТ возникают светящиеся точки, совокупность которых воспроизводит форму исследуемого напряжения (рис. 7.8, в, где цифры обозначают номер стробирующего импульса, при котором данная точка получена). В каждой точке луч находится в течение почти всей паузы между стробирующими импульсами, что позволяет получить высокую яркость осциллограммы.

**Случайное считывание.** Формирование синхронизирующего импульса, предшествующего исследуемому, не всегда возможно. В этом случае развертку приходится запускать фронтом исследуе-

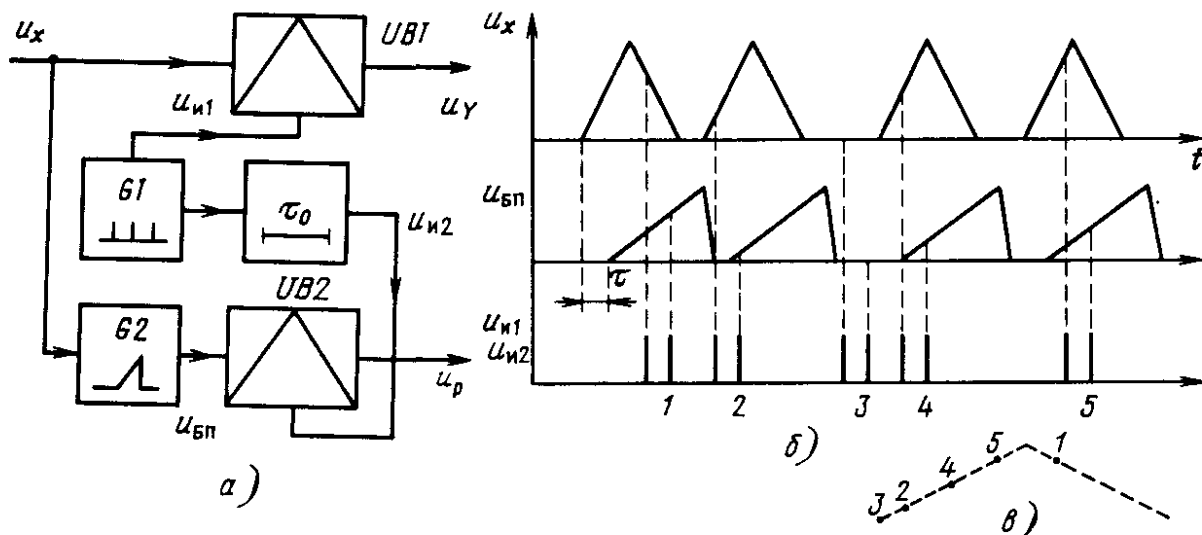


Рис. 7.9

мого импульса, а сам импульс задерживать, как это делают в обычных осциллографах в режиме ждущей развертки. Короткие исследуемые импульсы из-за недостаточной полосы пропускания линии задержки могут сильно искажаться. Устранить этот недостаток можно посредством случайного считывания (рис. 7.9, а, б). Генератор  $G1$  стробирующих импульсов в автоколебательном режиме вырабатывает импульсы  $u_{н1}$  по случайным интервалам следования. Эти импульсы попадают на стробоскопический преобразователь  $UB1$ , а после задержки на время  $\tau_0$ , осуществляемой линией задержки, — на преобразователь  $UB2$ . В преобразователе  $UB1$  считывается исследуемое напряжение, а в преобразователе  $UB2$  — напряжение развертки  $u_{бп}$ . Последнее вырабатывает генератор быстрого пилообразного напряжения  $G2$ , запускаемый фронтом исследуемого импульса с задержкой  $\tau$ , меньшее  $\tau_0$ . Напряжения  $u_y$  и  $u_p$  с выхода преобразователей после усиления подаются на отклоняющие пластины ЭЛТ. Полученное на экране изображение (рис. 7.9, в) образовано совокупностью точек, случайным образом расположенными на штриховой линии, отражающей форму исследуемого импульса. Некоторые стробирующие импульсы, например третий, приходят во время паузы между исследуемыми импульсами, что приводит к увеличению времени анализа.

**Стробоскопические преобразователи.** Преобразователь является важнейшим узлом стробоскопического осциллографа, в основном определяющим полосу пропускания прибора. В современных осциллографах применяют преобразователи различных типов, выполняемые на быстродействующих диодах. Широко распространена схема преобразователя (рис. 7.10, а), основу которой составляет мостовая схема из диодов  $VD1, \dots, VD4$ , подобранных по прямому сопротивлению, проходной емкости и времени восстановления обратного сопротивления. Полезный сигнал снимают с выхо-

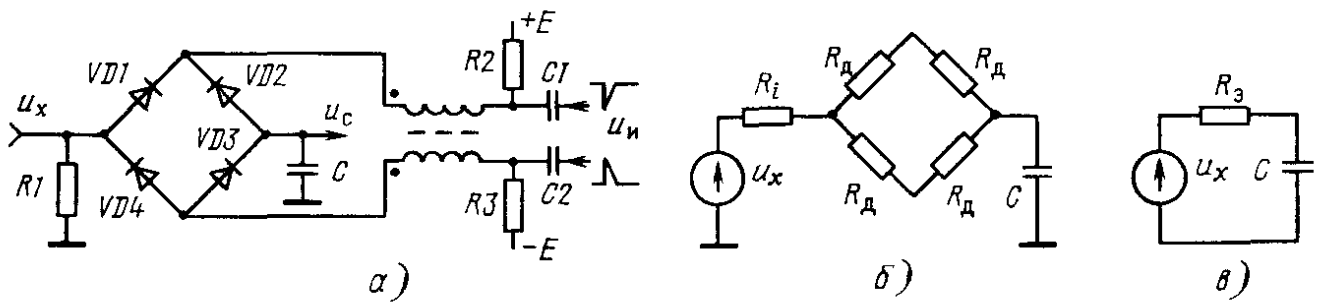


Рис. 7.10

да моста, нагруженного емкостью  $C$ , образованной емкостью монтажа и входной емкостью последующего усилительного каскада. Иногда к выходу моста подключают конденсатор небольшой емкости, так что  $C$  составляет единицы пикофарад.

С помощью постоянных напряжений  $+E$  и  $-E$ , подключаемых к мосту через развязывающие резисторы  $R2$  и  $R3$ , рабочую точку диодов смещают в область небольших отрицательных напряжений. Строблирующий импульс подводят к мосту с помощью симметрирующего трансформатора. Если строблирующий импульс отсутствует, то входное напряжение, допускаемая амплитуда которого ограничена долями вольта, не может открыть диоды и входное напряжение  $u_x$  не попадает на выход моста.

Под действием строблирующего импульса, амплитуда которого составляет несколько вольт, рабочие точки диодов смещаются в область положительных напряжений, и диоды отпираются. Для относительно небольших входных напряжений сопротивления диодов можно считать не зависящими от мгновенного значения входного напряжения и равными  $R_d$ . Следовательно, на время действия строблирующего импульса схему замещения преобразователя можно представить в виде, показанном на рис. 7.10, б, в, где  $R_i$  — входное сопротивление источника сигнала;  $R_3 = R_i + R_d$ .

За время действия строблирующего импульса конденсатор заряжается до некоторого напряжения, которое и является полезным сигналом — мерой мгновенного значения входного сигнала.

**АЧХ преобразователя.** Рассмотрим АЧХ стробоскопического преобразователя. Для этого оценим полезный сигнал, обусловленный входным гармоническим напряжением  $u_x = U_m \cos \omega t$ . Воспользовавшись эквивалентной схемой преобразователя, запишем значение выходного полезного сигнала

$$P(T) = u_c(T) = \frac{1}{C} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} i(t+T) dt,$$

где  $T$  — изменяющийся временной сдвиг между строблирующим импульсом и входным сигналом;  $\tau_c$  — длительность строблирующего импульса. При стробоскопическом преобразовании сдвиг

принимает дискретные значения, отличающиеся на шаг считывания.

Предположим, что напряжение на конденсаторе за время действия стробирующего импульса изменяется мало, оставаясь значительно меньше напряжения сигнала. Тогда

$$i = u_x(t + T)/R_э \text{ и } P(T) = \frac{1}{R_э C} \int_{-\tau_c/2}^{\tau_c/2} U_m \cos \omega(t + T) dt = \\ = \frac{U_m \tau_c}{\tau_э} \frac{\sin 0,5 \omega \tau_c}{0,5 \omega \tau_c} \cos \omega T = P \cos \omega T,$$

где  $\tau_э = R_э C$ .

Следовательно, полезный сигнал представляет собой гармоническое напряжение с амплитудой  $P$ .

Эффективность преобразователя оценивают коэффициентом преобразования

$$K_n = \frac{P}{U_m} = \frac{\tau_c}{R_э C} \frac{\sin 0,5 \omega \tau_c}{0,5 \omega \tau_c}. \quad (7.5)$$

На низкой частоте ( $0,5 \omega \tau_c < 0,1$ )  $K_{n0} = \tau_c / \tau_э$ , где  $\tau_э = R_э C$ .

Зависимость отношения  $|K_n / K_{n0}|$  от частоты, описываемая функцией вида  $|\sin x / x|$ , показана на рис. 7.11.

Верхняя граница полосы пропускания  $f_v$  на уровне 0,707 определяется длительностью стробирующего импульса:  $f_v = 0,45 / \tau_c$ . Так, для получения полосы 10 ГГц требуется стробирующий импульс длительностью 45 пс. Заметим, что уменьшение  $\tau_c$  ведет к уменьшению коэффициента передачи преобразователя  $K_{n0}$ , составляющего у широкополосных осциллографов порядка 0,01. Возможности увеличения  $K_{n0}$  за счет уменьшения постоянной времени заряда конденсатора  $C$  ограничены. Сопротивление  $R_э$  не может быть меньше внутреннего сопротивления диода  $R_d$ . Емкость  $C$  должна быть намного больше проходной емкости диода  $C_d$  во избежание прямого прохождения исследуемого напряжения на выход преобразователя.

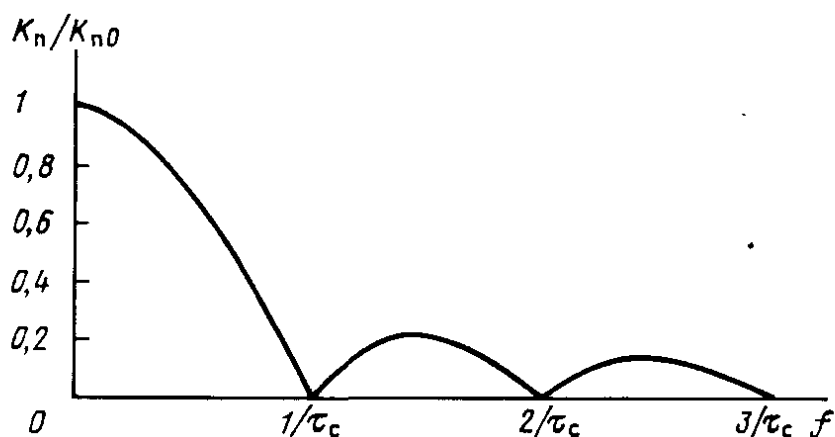


Рис. 7.11

Существует и режим преобразования, когда в течение стробирующего импульса конденсатор заряжается почти до значения входного напряжения. В этом случае  $\tau_c > \tau_z$  и полоса пропускания преобразователя зависит от постоянной времени заряда  $\tau_z$ .

**Преобразователь с памятью.** В современных стробоскопических осциллографах применяют преобразователи с устройством памяти, выходное напряжение которых имеет ступенчатую форму. Такой преобразователь (рис. 7.12) включает преобразователь мостового типа и цепь обратной связи, обеспечивающую формирование ступенчатого напряжения. Пусть перед первым считыванием исследуемого напряжения  $u_c = 0$ . Тогда в результате первого считывания на конденсаторе возникает экспоненциальный импульс с амплитудой  $u_x(t)K_{п0}$ . Этот импульс после усилителя импульсов рассогласования попадает на вход ключевой схемы, которая представляет собой диодный мост, аналогичный используемому в симметричном преобразователе. Мостом управляют прямоугольные импульсы  $u_{упр}$ , совпадающие во времени с экспоненциальными импульсами напряжения  $u_c$ . За время действия управляющих импульсов ключевая схема открыта и усиленные экспоненциальные импульсы попадают на схему памяти. Постоянное выходное напряжение  $u_{вых}$  поступает на конденсатор  $C$ . Коэффициент усиления цепи обратной связи выбирается из соотношения  $K_y = 1/K_{п0}$ , так что входное напряжение оказывается равным  $u_x(t)$ . До такого же напряжения заряжается и конденсатор  $C$ . По окончании действия управляющего импульса ключевая схема разрывает цепь обратной связи и выходное напряжение схемы не изменяется до прихода следующего стробирующего импульса.

При следующем считывании входное напряжение станет равным  $u_x(t + T_c)$ , и на конденсаторе возникает импульс напряжения с амплитудой  $[u_x(t + T_c) - u_x(t)]K_{п0}$ . Под воздействием обратной связи постоянное напряжение на выходе схемы получит приращение  $[u_x(t + T_c) - u_x(t)]K_{п0}K_y$ . При многократном считывании исследуемого напряжения на выходе схемы памяти возникает ступенчатое напряжение, повторяющее форму входного.

Преобразователи со схемой памяти имеют ряд достоинств. При каждом считывании схема с памятью реагирует лишь на при-

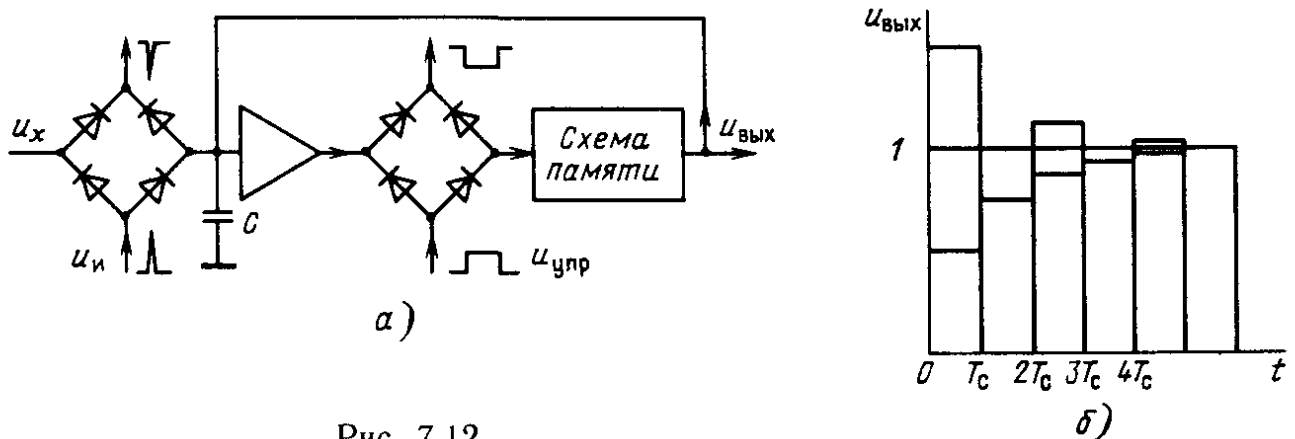


Рис. 7.12



ращение исследуемого напряжения за шаг считывания, благодаря чему амплитудная характеристика схемы обладает высокой линейностью. В моменты прихода стробирующих импульсов напряжение на конденсаторе оказывается близким к исследуемому, поэтому преобразователь мало нагружает исследуемую схему.

На процесс нарастания выходного напряжения существенно влияет общий коэффициент усиления схемы  $K = K_{п0}K_y$ . Рассмотрим этот процесс при входном напряжении в форме скачка единичной амплитуды в момент  $t = 0$ . Пусть первое считывание также происходит при  $t = 0$ , тогда по окончании стробирующего импульса на конденсаторе появится импульс с амплитудой  $K_{п0}$ , а в результате действия положительной обратной связи это напряжение увеличится до  $K$ . Такое напряжение сохранится до второго считывания, после чего напряжение на конденсаторе возрастет от начального уровня  $K$  на значение  $(1 - K)K_{п0}$ . Импульс с амплитудой  $(1 - K)K_{п0}$  будет усилен и по окончании действия обратной связи напряжение на конденсаторе станет равным  $K + (1 - K)K = 1 - (1 - K)^2$ . В результате третьего считывания на конденсаторе возникает импульс с амплитудой  $(1 - K)^2K_{п0}$ , и выходное напряжение будет равным  $(1 - K)^2K + 1 - (1 - K)^2 = 1 - (1 - K)^3$ . После  $n$  считываний

$$u_{\text{вых}} = 1 - (1 - K)^n. \quad (7.6)$$

Отсюда следует, что при  $K > 2$  слагаемое в скобках по модулю больше единицы, и с ростом  $n$  выходное напряжение образует расходящийся знакпеременный ряд. При  $K < 2$  ряд сходится к единице (рис. 7.12, б). Преобразователь не вносит искажений при  $K = 1$ . Такую настройку называют оптимальной. Режим  $K > 1$  дает переходную характеристику с выбросом, а главные возрастают искажения под влиянием собственных шумов схемы. Этот режим на практике не используют. Иногда для уменьшения уровня шумов преобразователя выбирают режим  $K < 1$ , что приводит к затягиванию фронта исследуемых импульсов. Длительность переходного процесса в преобразователе определяется значением  $K$  и числом точек считывания, поэтому при заданном  $K$  искажения можно уменьшить, увеличив  $n$ .

**Пример 7.4.** К преобразователю подведена последовательность прямоугольных импульсов с амплитудой 1 В, периодом повторения 0,1 мкс и длительностью  $\tau_n = 10$  нс (рис. 7.13, а). Оценим искажения импульса, обусловленные процессом установления выходного напряжения при  $K = 0,5$ . Шаг считывания  $\Delta t_c = 1$  нс и 0,2 нс.

Прежде всего, согласно (7.6) вычислим уровни ступеней выходного напряжения: 0,5; 0,75; 0,88; 0,94; 0,97 В. Следовательно, после пятого считывания выходное напряжение практически достигнет установившегося значения (рис. 7.13, б). Длительность ступенек одинакова и равна  $T + \Delta t_c \approx 100$  нс, поэтому

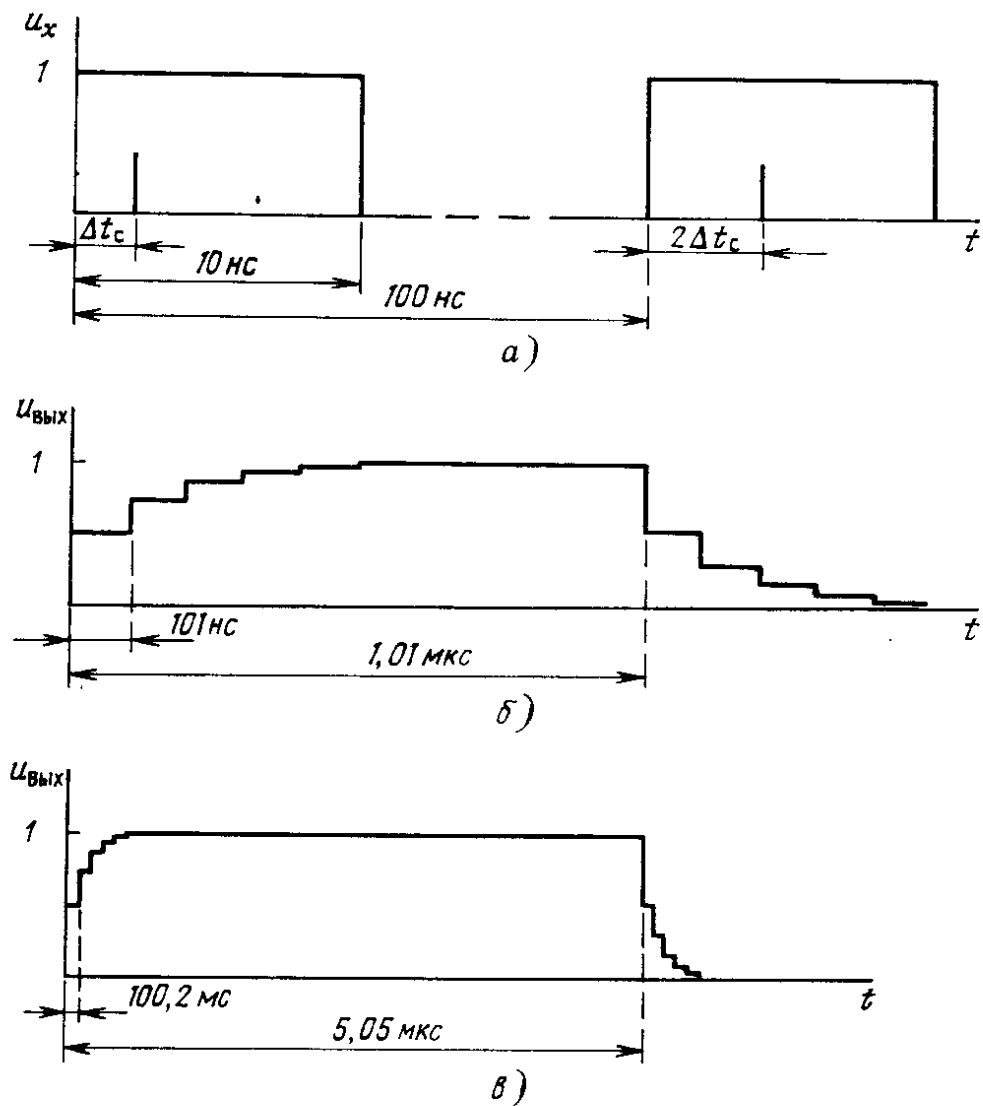


Рис. 7.13

время установления в обоих случаях составляет 500 нс. Длительность же импульса выходного напряжения  $(T + \Delta t_c)\tau / \Delta t_c$  увеличивается с уменьшением шага считывания и составляет 1,01 и 5,05 мкс (рис. 7.13, б, в), а коэффициенты трансформации времени  $K_T = 1010/10 \approx 100$  и  $K_T = 5050/10 \approx 500$ . Следовательно, с учетом коэффициента трансформации время установления составит 5 и 1 нс при  $\Delta t_c = 1$  нс и 0,2 нс.

## 7.5. ЦИФРОВЫЕ ОСЦИЛЛОГРАФЫ

В таких осциллографах исследуемый аналоговый сигнал преобразуют в цифровой. Дальнейшая обработка информации в цифровой форме позволяет получать практически любые характеристики сигнала: временные, спектральные, статистические. Современные цифровые осциллографы — многофункциональные приборы с высокой степенью автоматизации процесса измерений.

**Особенности преобразования сигналов.** Для получения малой погрешности измерений в цифровых осциллографах приходится применять АЦП, имеющие не менее десяти двоичных разрядов.

Такие АЦП могут быть выполнены по параллельной схеме, и их время преобразования составит  $0,1 \dots 1$  мкс, причем на протяжении части этого интервала входное напряжение не должно меняться. Поэтому часто АЦП применяют совместно с устройствами выборки и хранения. В этих устройствах, подобных по структуре стробоскопическим преобразователям, за время выборки быстро заряжается накопительный конденсатор, подключенный ко входу АЦП. За время преобразования напряжение на конденсаторе практически не изменяется, что обеспечивает нормальный режим работы.

Быстродействие существующих АЦП ограничивает полосу пропускания осциллографа до единиц мегагерц. Если такая полоса недостаточна, то прибегают к стробоскопическому преобразованию измеряемого сигнала, что в принципе позволяет получать эффективную полосу пропускания до  $10 \dots 25$  ГГц.

Обычно обработку информации не удается осуществить в темпе ее поступления, и цифровой сигнал запоминают в ОЗУ. Адрес каждой ячейки памяти соответствует временному положению выборки, а содержимое — значению напряжения. При такой структуре прибора теряется информация о сигнале за время, когда происходит считывание данных из ОЗУ. Во избежание потерь используют два буферных ОЗУ, в один из которых производят запись, а из другого — считывание. По мере окончания записи режимы ОЗУ меняют. Таким образом информацию о сигнале непрерывно записывают в одно из ОЗУ.

В цифровых осциллографах расчеты производят по программам, хранимым в ПЗУ и вызываемым оператором с клавиатуры.

Для отображения результатов преобразования обычно применяют ЭЛТ, отклоняющие напряжения формируют с помощью цифро-аналоговых преобразователей (ЦАП), на вход которых подают результат вычислений в цифровой форме. Существуют и матричные индикаторы. Такой индикатор может быть образован, например, двумя ортогональными системами прямолинейных равноотстоящих электродов. С помощью дешифраторов к определенным электродам каждой системы подводят напряжение, вызывающее свечение газа возле точки перекрещивания электродов. Такие индикаторы довольно инерционны и могут применяться только в осциллографах с памятью.

**Возможности цифровых осциллографов.** Введение промежуточной памяти цифрового сигнала позволяет строить запоминающие осциллографы. Такие приборы без стробоскопического преобразования входного сигнала могут анализировать одиночные импульсы. Наличие памяти позволяет наблюдать на экране несколько осциллограмм сигналов, выборки из которых хранят в памяти.

Цифровые осциллографы позволяют измерять амплитудные и временные параметры сигналов, а также их некоторые характеристики, например спектры. Имеется возможность статистической обработки сигналов: усреднения, построения гистограмм.

## Выводы

Для неискаженного воспроизведения формы сигнала на экране ЭЛТ осциллографа необходимо, чтобы отклонение луча по оси ординат было пропорционально мгновенному значению сигнала, а по оси абсцисс — времени. Временная развертка должна быть синхронизирована с сигналом.

Структурная схема осциллографа состоит из трех каналов:  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Канал  $Y$  предназначен для усиления сигнала, в канале  $X$  формируют напряжение развертки, канал  $Z$  служит для управления яркостью луча. Канал  $Y$  осциллографа характеризуют коэффициентом отклонения, нелинейностью отклонения, верхней и нижней граничными частотами полосы пропускания, а также входными сопротивлением и емкостью. Канал  $X$  характеризуют коэффициентом развертки и нелинейностью развертки.

Погрешность измерений временных и амплитудных соотношений по осциллограмме обычно составляет 3...10 %. Полоса пропускания канала  $Y$  осциллографа может достигать сотен мегагерц.

С помощью стробоскопического преобразования сигнала полосу пропускания расширяют до 10...25 ГГц. Полоса пропускания стробоскопических осциллографов зависит от параметров преобразователя и длительности стробирующего импульса.

В цифровых осциллографах исследуемый аналоговый сигнал превращают в цифровой и всю его обработку проводят в цифровой форме. В таких приборах, применяя соответствующие программы, можно получить любые параметры и характеристики сигнала.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте условия неискаженного воспроизведения временной диаграммы сигнала на экране ЭЛТ.

2. Как осуществляется синхронизация? Какие виды синхронизации существуют? Что такое ждущая развертка и когда ее применяют?

3. Изобразите упрощенную структурную схему осциллографа. Поясните взаимодействие ее элементов и сформулируйте предъявляемые к ним требования.

4. Ко входу осциллографа подведено гармоническое колебание, а на его экране возник светлый прямоугольник. О чем это свидетельствует и что надо сделать, чтобы наблюдать неискаженную осциллограмму?

5. Что отразится на экране ЭЛТ, если ко входу подведено АМ колебание с гармоническим модулирующим сигналом? Частота развертки много меньше несущей частоты, синхронизация отсутствует. Можно ли в этом случае измерить коэффициент модуляции?

6. Ко входу  $Y$  осциллографа подведено шумовое напряжение, спектр которого попадает в полосу пропускания канала  $Y$ . Какое изображение появится, если развертка выключена, и как по нему измерить плотность вероятности?

Указание: можно считать, что яркость экрана в данной точке прямо пропорциональна времени пребывания луча.

7. Что характеризуют коэффициент отклонения и коэффициент развертки и как их регулируют?

8. Как связаны погрешности при измерении амплитудных и временных соотношений с характеристиками каналов осциллографа? Как влияют входные цепи осциллографа на погрешность измерений параметров сигнала?

9. Расскажите о принципе стробоскопического преобразования сигналов. Что такое коэффициент трансформации времени и как он зависит от параметров преобразования?

10. Изобразите структурную схему стробоскопического осциллографа со ступенчатым напряжением развертки. Как можно изменить число точек считывания? Ко входу осциллографа подведена последовательность треугольных видеоимпульсов. Как исказится осциллограмма, если быстрое пилообразное напряжение нелинейно и скорость его нарастания убывает?

11. Что такое случайное считывание и как его можно реализовать?

12. Изобразите упрощенную схему преобразователя стробоскопического осциллографа и поясните ее действие. Чем определяется АЧХ преобразователя и каким образом можно повысить верхнюю граничную частоту?

13. Как работает стробоскопический преобразователь со схемой памяти? Из каких соображений выбирают коэффициент передачи  $K$ ? Постройте зависимость  $u_{\text{вых}}(t)$  для  $K=1,2$  и  $0,3$ , если ко входу подведены прямоугольные импульсы.

### ЗАДАЧИ

1. Отклонение луча  $Y$  связано с входным напряжением  $u_x$  осциллографа соотношением  $Y = a_1 u_x + a_2 u_x^2$ , где  $a_1 = 1$  см/В;  $a_2 = 0,02$  см/В<sup>2</sup>. Определите нелинейность отклонения, если высота рабочей части экрана составляет 5 см.

2. Отклонение  $X$  луча по горизонтали  $X = a_1 t + a_2 t^2$ , где  $a_1 = 1$  см/мкс;  $a_2 = -0,01$  см/мкс<sup>2</sup>. Определите нелинейность развертки, если длина рабочей части экрана 10 см. Как изменится нелинейность, если длина рабочей части экрана составит 5 см?

3. К пластинам  $Y$  и  $X$  ЭЛТ подведены два гармонических напряжения с одинаковой амплитудой  $u_Y = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ ;  $u_X = U_m \cos \omega t$ . Считая чувствительность ЭЛТ по осям одинаковой, графически построьте траектории луча для  $\varphi = 0$ ;  $45^\circ$ ;  $90^\circ$ .

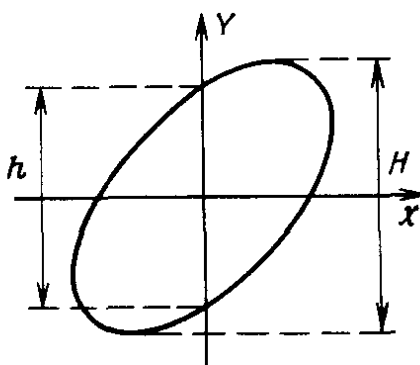


Рис. 7.14

4. Ко входам  $Y$  и  $X$  осциллографа подведены напряжения  $u_Y = U_1 \sin(\omega t + \varphi)$  и  $u_X = U_2 \sin \omega t$ . Как по размерам  $h$  и  $H$ , измеренным по осциллограмме (рис. 7.14), рассчитать разность фаз  $\varphi$ ? Указание:  $h$  соответствует значению  $Y$  при  $t=0$ , а  $H$  — максимальное отклонение по оси  $Y$ .

5. Размеры  $h$  и  $H$  осциллограммы (п. 4), составляющие 2 см и 4 см, измерены с одинаковыми СКО  $\sigma_h = \sigma_H = 1$  мм. Получите формулу для расчета СКО разности фаз. Чем обусловлен рост СКО при  $\varphi \sim 90^\circ$ ?

6. На экране ЭЛТ создана круговая развертка, частота развертывающего напряжения  $f = 1$  МГц. К модулятору трубки подведено гармоническое напряжение с частотой  $f_x$ , такой, что при положительных полупериодах луч подсвечивается, а при отрицательных — гасится. Какое изображение будет, если  $f_x = mf$  и если  $f_x$  несколько (на доли герца) отличается от  $mf$ . Чему равна разность частот  $f_x - 3f$ , если осциллограмма повторяется каждую секунду?

7. На экране ЭЛТ наблюдают осциллограмму АМ колебания с модулирующим гармоническим колебанием. Запишите результат измерений коэффициента модуляции  $M$ , если размах колебаний в минимуме  $h = 1$  см, а в максимуме  $H = 3$  см. Предел допускаемой погрешности измерений  $h$  и  $H$  составляет 10 %.

8. Ко входу  $Y$  осциллографа с входным сопротивлением  $R_{вх} = 1$  МОм и входной емкостью  $C_{вх} = 20$  пФ от генератора с входным активным сопротивлением  $R_i = 20$  кОм подведено импульсное напряжение. Запишите результаты измерений амплитуды импульса  $U_m$  и его фронта  $\tau_f$  с учетом влияния входной цепи, если  $f_b = 1$  МГц. Основные погрешности измерений амплитудных и временных соотношений составляют 10 %. По осциллограмме отсчитаны  $U_m = 10$  В и  $\tau_f = 1$  мкс.

9. Ко входу  $Y$  осциллографа с входным сопротивлением 1 МОм и входной емкостью 20 пФ от генератора напряжения с выходным сопротивлением  $R_i = 1$  кОм через переходный конденсатор  $C = 1$  мкФ подводят последовательность трапецеидальных импульсов с длительностью  $\tau_n = 10$  мс и длительностью фронта и спада  $\tau_f = 0,05$  мкс. Канал  $Y$  имеет полосу пропускания от  $f_n = 0$  до  $f_b = 10$  МГц. Как будет искажена осциллограмма?

10. С помощью осциллографа измерена длительность фронта  $\tau_{фн}$  импульса. Определите предельную погрешность измерений, если  $\tau_f = 0,1$  мкс;  $\tau_n = 0,07$  мкс;  $\tau_{вх} = 0$ . Значения  $\tau_f$  и  $\tau_n$  определены с пределом допускаемой погрешности 10 %.

11. Ко входу стробоскопического осциллографа подведена последовательность импульсов с периодом  $T_x = 1$  мкс и длительностью 0,1 мкс. Длительность огибающей на выходе стробоскопического преобразования должна составлять 0,1 мс. Какое число считываний надо произвести, если считывают каждый импульс последовательности?

12. Стробоскопический преобразователь мостового типа имеет следующие параметры:  $C = 10$  пФ;  $R_s = 100$  Ом. Какой должна быть длительность стробирующего импульса, чтобы обеспечить  $f_b = 5$  ГГц и какой коэффициент передачи  $K_{п0}$  будет получен?

## Глава 8. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ

---

Спектры являются формой задания колебаний в частотной области. Как известно из курса теории радиотехнических цепей, спектры сигналов и их временные зависимости связаны прямым и обратным преобразованиями Фурье, и поэтому в принципе можно перейти от одного способа задания к другому расчетным путем. Однако на практике такой переход не всегда возможен или нецелесообразен из-за недостаточной точности или полноты задания исходных параметров.

### 8.1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

**Области применения спектрального и временного анализа.** Прежде всего заметим, что, как правило, аппаратные методы спектрального анализа позволяют получать лишь модуль спектральной плотности или амплитудный спектр. Не имея информации о фазовых соотношениях, в принципе нельзя осуществить обратное преобразование Фурье. Поэтому в зависимости от целей исследования прибегают к спектральным или временным измерениям.

Так, в диапазоне СВЧ, где анализировать сигнал во временной области трудно или невозможно, спектральный анализ является эффективным методом оценки параметров колебаний. Некоторые параметры, например малые нелинейные искажения гармонических колебаний, можно оценивать как по осциллограмме, так и по спектральному составу. Однако спектральный метод оказывается предпочтительным из-за более высокой точности измерений.

Спектральные характеристики сигнала в ряде случаев удобнее временных, например при анализе происхождения колебаний через линейные цепи, заданные комплексным коэффициентом передачи.

**Методы спектрального анализа.** Спектральный анализ обычно осуществляют в аналоговой форме методом фильтрации или в цифровой форме посредством дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Возможен анализ с использованием дисперсионных линий задержки (ДЛЗ). Существуют и другие менее употребительные методы, например на основе селективных ферритовых устройств, используемых на СВЧ.

Наиболее распространен метод фильтрации, состоящий в выделении отдельных спектральных составляющих с помощью узкополосных фильтров. Исследуемое колебание поступает на вход фильтра, а по напряжению на его выходе судят об амплитуде спектральной составляющей, попавшей в полосу пропускания, или о спектральной плотности на частоте настройки фильтра.

Метод фильтрации реализуют путем последовательного или одновременного анализа. Последовательный анализ осуществляют с помощью перестраиваемого по частоте фильтра или гетеродинного преобразования исследуемого сигнала. В последнем случае изменяется частота гетеродина, а анализатор по своей структуре подобен супергетеродинному приемнику.

При одновременном анализе исследуемый сигнал подают на систему узкополосных фильтров с перекрывающимися АЧХ. Выходные напряжения фильтров после детектирования поочередно подводят к ЭЛТ, на экране которой наблюдают спектр. Из-за необходимости использовать большое число фильтров метод находит ограниченное применение.

В последнее время появилась возможность реализовать дисперсионно-временной метод спектрального анализа. Основу анализатора составляет ДЛЗ, в которой запаздывание гармонического сигнала зависит от его частоты. Исследуемое колебание подводят ко входу линии, а спектр измеряют по форме огибающей выходного напряжения, наблюдаемой на экране ЭЛТ. Такой метод обладает определенными преимуществами по сравнению с методом фильтрации и поэтому перспективен при решении ряда задач, возникающих при измерении спектров.

Спектральный анализ проводят и в цифровой форме на основе преобразования Фурье дискретных значений исследуемого колебания. Расчеты по алгоритму быстрого преобразования Фурье (БПФ) проводят с помощью универсальных ЭВМ или специализированных процессоров БПФ. Диапазон исследуемых частот определяется, главным образом, быстродействием АЦП и структурной схемой анализатора и может составлять до единиц мегагерц.

## 8.2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СПЕКТРОВ С ПОМОЩЬЮ ГЕТЕРОДИННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

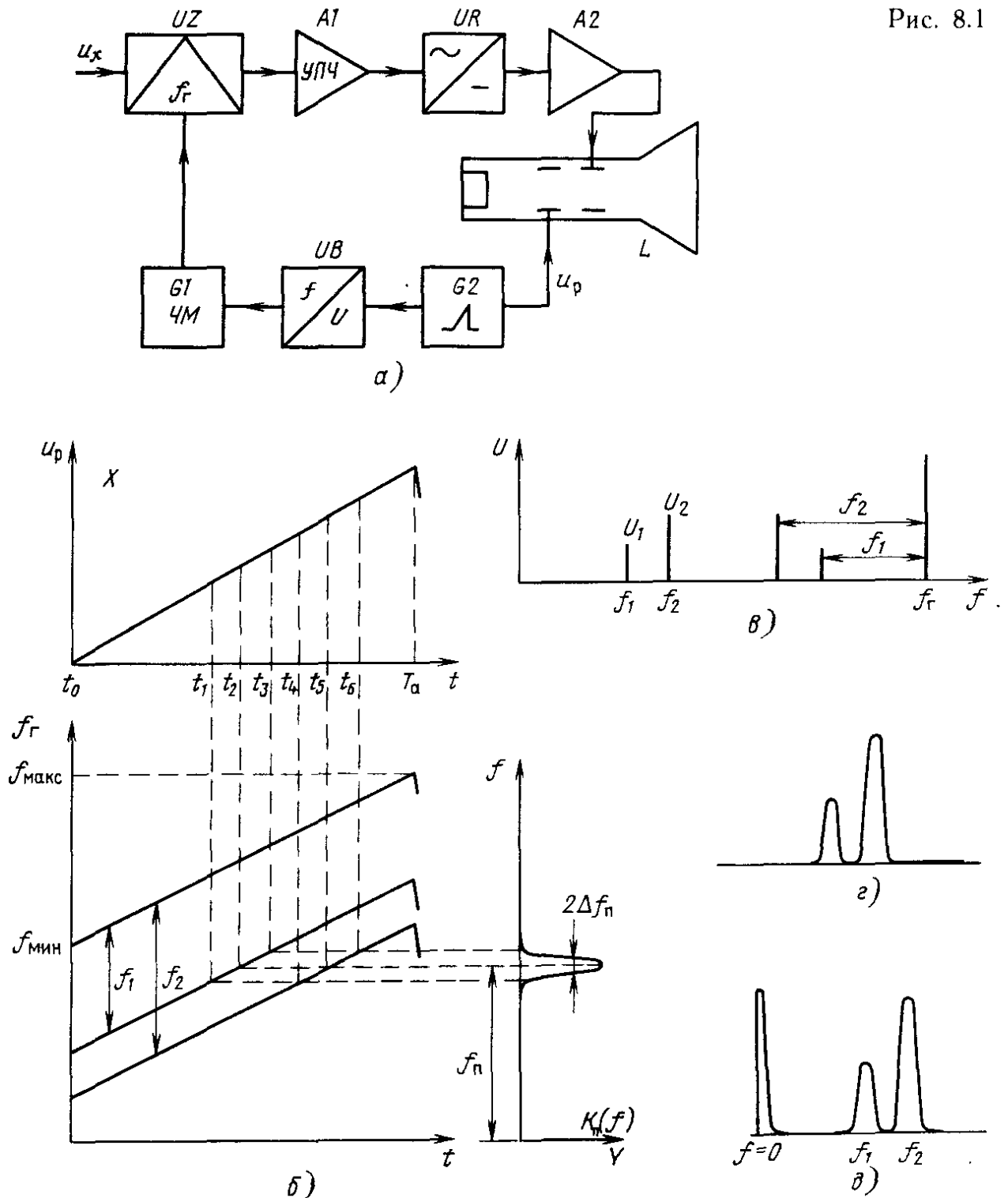
Последовательный анализ спектров реализуют чаще всего путем гетеродинного преобразования исследуемого колебания с помощью узкополосных фильтров. Последовательную настройку фильтров осуществляют изменением частоты гетеродина, т. е. смещением исследуемого спектра. Анализаторы такого типа применяют в широком диапазоне частот.

**Структурная схема анализатора.** Рассмотрим работу гетеродинного анализатора спектра с помощью упрощенной структурной схемы на рис. 8.1, а. Генератор развертки  $G_2$  вырабатывает пилообразное напряжение  $u_p$ , которое воздействует на горизонтально отклоняющие пластины ЭЛТ, вызывая отклонение луча по оси  $X$ . Кроме того, это же напряжение поступает на управляю-



щий элемент  $UB$  ЧМ гетеродина  $G1$ . При линейной модуляционной характеристике частота колебаний линейно меняется во времени (рис. 8.1, б). Постоянное по амплитуде напряжение ЧМ гетеродина вместе с исследуемым колебанием подается на смеситель  $UZ$ .

Пусть спектр колебания состоит из двух спектральных составляющих с амплитудами  $U_1$  и  $U_2$  на частотах  $f_1$  и  $f_2$ , причем по амплитуде эти составляющие много меньше напряжения  $u_r$  ЧМ гетеродина (рис. 8.1, в). Тогда в области частот, меньших  $f_r$ , ток смесителя будет содержать составляющие разностных частот



$f_r - f_1$  и  $f_r - f_2$  с амплитудами, пропорциональными  $U_1$  и  $U_2$ . При перестройке гетеродина эти составляющие также будут смещаться по частоте по линейному закону, как показано на рис. 8.1, б. Колебание со смесителя попадает на усилитель промежуточной частоты  $A1$  — узкополосный фильтр, настроенный на частоту  $f_n$  с амплитудно-частотной характеристикой  $K_n(f)$  (рис. 8.1, б). Выходной сигнал УПЧ после детектирования детектором  $UR$  и усиления усилителем  $A2$  поступает на вертикально отклоняющие пластины ЭЛТ.

Построим траекторию луча на экране ЭЛТ. Для этого найдем несколько точек траектории для разных моментов времени. В начальный момент  $t_0$  ни один из сигналов не попадает в полосу пропускания УПЧ, так что луч не отклоняется по оси  $Y$ . В момент  $t_1$  сигнал с частотой  $f_r - f_1$  начинает усиливаться УПЧ, вызывая некоторое отклонение луча по оси  $Y$ . Это отклонение достигает максимума в момент  $t_2$  и спадает до нуля при  $t = t_3$ . На экране ЭЛТ возникает выброс, высота которого пропорциональна амплитуде  $U_1$ . Под действием сигнала разностной частоты  $f_r - f_2$  процесс будет протекать аналогично, в момент  $t_4$  луч начнет отклоняться по оси  $Y$ , при  $t = t_5$  отклонение будет максимальным, а при  $t = t_6$  оно спадет до нуля. Высота выброса будет пропорциональна  $U_2$  (рис. 8.1, з). Следовательно, по высоте выбросов можно судить об амплитудах спектральных составляющих, а их частоты определять по положению выбросов по горизонтальной оси на экране ЭЛТ.

**Пример 8.1.** Пусть необходимо анализировать спектры сигналов в полосе частот 1...10 МГц. В этом случае необходимо перестраивать ЧМ гетеродина на 9 МГц. Пусть  $f_{\min} = 40$  МГц, тогда  $f_{\max} = f_{\min} + 9$  МГц = 49 МГц, а  $f_n = 40 - 1 = 39$  МГц.

При исследовании спектра низкочастотного колебания для удобства отсчета спектральных линий минимальную частоту ЧМ гетеродина  $f_{\min}$  следует выбрать равной  $f_n$ . Тогда первый выброс, обусловленный напряжением ЧМ гетеродина, происходит в момент  $t_0$ , а значения частот  $f_1$  и  $f_2$  отсчитываются по шкале, нуль которой совмещен с началом развертки (рис. 8.1, д).

**Основные характеристики анализатора.** Для отсчета частот спектральных составляющих необходимо знать масштаб по оси  $X$ , определяемый как приращение  $\Delta f_r$  частоты гетеродина, отнесенное к смещению  $\Delta X$  луча по оси абсцисс. Поскольку смещение пропорционально изменению напряжения развертки  $\Delta u_p$ , то масштаб пропорционален отношению  $\Delta f_r / \Delta u_p$ . Но зависимость  $f_r(u_p)$  — модуляционная характеристика ЧМ гетеродина, поэтому масштаб обусловлен видом этой зависимости. Если модуляционная характеристика линейна, то отношение  $\Delta f_r / \Delta u_p$  постоянно и масштаб тоже линейный.

Линейный масштаб характерен для большинства анализаторов спектра. В этом случае модуляционная характеристика ЧМ гетеродина имеет вид  $f_r = f_{\text{мин}} + au_p$ , где  $a$  — крутизна модуляционной характеристики. Напряжение развертки определяет отклонение луча по оси абсцисс  $X = S_x u_p$ . Под действием колебания с частотой  $f_r - f_1$  отклонение луча по оси ординат  $Y = S_y KU_1 K_n (f_r - f_1)$ , где  $K_n$  — коэффициент передачи преобразователя, детектора и усилителя. Исключив из приведенных соотношений  $u_p$ , получим уравнение траектории луча:

$$Y = S_y KU_1 K_n (f_{\text{мин}} - f_1 + aX/S_x).$$

Таким образом, траектория, а следовательно и наблюдаемые на экране ЭЛТ выбросы, в некотором масштабе соответствуют форме амплитудно-частотной характеристики  $K_n(f)$ .

Заметим, что траектория луча не зависит от закона изменения напряжения развертки во времени. Следовательно, развертка в принципе может отличаться от линейной. Отклонение развертки от пилообразной приведет к изменению постоянства скорости перемещения луча по оси  $X$ , но сама траектория не изменится. Однако, как будет показано далее, линейная развертка все же предпочтительна.

Ранее мы предполагали, что напряжение на выходе УПЧ пропорционально его коэффициенту передачи на частоте воздействующего на него колебания. Такой подход справедлив только в статическом режиме, когда частота ЧМ гетеродина изменяется так медленно, что переходные процессы в УПЧ успевают полностью закончиться. На практике приходится учитывать влияние переходных процессов, за счет которых частотная характеристика может сильно деформироваться. При этом на экране ЭЛТ наблюдают динамическую частотную характеристику УПЧ.

Вид динамической частотной характеристики определяется статической частотной характеристикой УПЧ и скоростью изменения частоты воздействующего на УПЧ сигнала. Некоторые динамические характеристики для УПЧ с простым колебательным контуром показаны на рис. 8.2, а. По оси ординат отложено отноше-

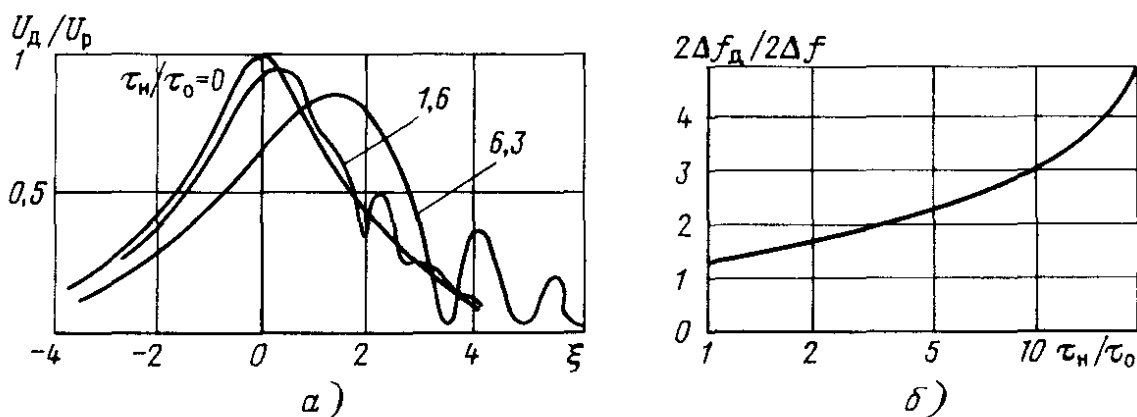


Рис. 8.2

ние амплитуды напряжения  $U_d$  на контуре в динамическом режиме к резонансному напряжению  $U_p$ , а по оси абсцисс — обобщенная расстройка  $\xi$ . Параметром семейства является отношение  $\tau_n/\tau_0$ , где  $\tau_0$  — время пребывания спектральной составляющей в пределах полосы пропускания УПЧ,  $\tau_n$  — время нарастания колебаний на выходе фильтра УПЧ. Как следует из рис. 8.1, б, скорость смещения частоты сигнала ЧМ гетеродина равна  $(f_{\max} - f_{\min})/T_a$ , где  $T_a$  — время анализа спектра, определяемое как длительность прямого хода развертки. Время пребывания  $\tau_0 = T_a 2\Delta f_p / (f_{\max} - f_{\min})$ . Поскольку  $\tau_n = 1/2\Delta f_p$ , то

$$\tau_n/\tau_0 = (f_{\max} - f_{\min}) / (2\Delta f_p)^2 T_a.$$

График, соответствующий  $\tau_n/\tau_0 = 0$ , является резонансной кривой контура. При увеличении скорости развертки частотные характеристики деформируются. Их максимумы смещаются вправо от резонанса, причем смещение возрастает с увеличением скорости нарастания частоты. Это объясняется тем, что на частотах, меньших резонансной, из-за инерционности контура амплитуда колебания не успевает нарасти до установившегося значения и при дальнейшем увеличении частоты продолжает увеличиваться. Форма падающего участка динамической частотной характеристики обусловлена биениями между внешним сигналом изменяющейся частоты и собственными колебаниями контура. Анализ показывает, что росту отношения  $\tau_n/\tau_0$  соответствует расширение полосы пропускания динамической характеристики  $2\Delta f_d$ , как показано на рис. 8.2, б.

В анализаторах спектра нет необходимости точно воспроизводить частотную характеристику УПЧ, так как информация о спектре заложена в положении выбросов по оси  $X$  и в их амплитуде. Здесь вполне допустимо небольшое отклонение формы выбросов от АЧХ УПЧ, поэтому для анализатора спектра можно принять  $\tau_n/\tau_0 = 1$ . Тогда время анализа

$$T_a = (f_{\max} - f_{\min}) / (2\Delta f_p)^2. \quad (8.1)$$

При узкой полосе пропускания УПЧ  $T_a$  достигает десятков секунд, поэтому в анализаторах спектра используют трубки с послесвечением.

Разрешающую способность анализатора спектра оценивают удвоенной полосой пропускания УПЧ. В динамическом режиме полоса пропускания УПЧ расширяется, что ухудшает разрешающую способность. Для фильтра в виде одиночного контура это ухудшение можно оценить по графику, приведенному на рис. 8.2, б, из которого следует, что, например, значению  $\tau_n/\tau_0 = 20$  соответствует пятикратное расширение полосы. С переходом в динамический режим разрешающая способность ухудшается. На практике всегда имеет место динамический режим, поэтому анализатор характеризуют динамической разрешающей способностью

$\Delta f_{рд} = 2(2\Delta f_d)$ . Если время анализа выбрано из соотношения (8.1), то динамическая полоса пропускания УПЧ  $2\Delta f_d$  лишь незначительно превышает статическую. Уменьшение времени анализа приводит к ухудшению разрешающей способности.

**Пример 8.2.** Пусть необходимо анализировать сигналы с эффективной шириной спектра 10 кГц;  $\Delta f_p = 20$  Гц. Полоса пропускания УПЧ  $2\Delta f_p = \Delta f_p/2 = 10$  Гц, а время анализа  $T_a = 10 \cdot 10^3 / 10^2 = 100$  с. Если время анализа уменьшить до 10 с, то для фильтра в виде одиночного контура разрешающая способность увеличится в три раза (рис. 8.2, б) и составит 60 Гц.

Как уже указывалось, в статическом режиме форма напряжения развертки в принципе может отличаться от линейной. При этом будет меняться не масштаб по оси частот, а лишь скорость перестройки частоты ЧМ гетеродина. В динамическом же режиме, свойственном анализаторам спектра, непостоянство скорости приводит к искажению спектра: колебания постоянной амплитуды вызывают выбросы разной высоты в зависимости от частоты. Поэтому развертку делают линейной.

**Особенности спектрального анализа последовательности импульсов с большой скважностью.** Спектры последовательностей импульсов с большой скважностью содержат число составляющих порядка скважности. Для их отдельного наблюдения требуется очень много времени. Поэтому при анализе подобных спектров обычно следует выделять не отдельные спектральные составляющие, а огибающую спектра. Соответственно изменяются и требования к разрешающей способности: полосу пропускания УПЧ выбирают значительно уже лепестка спектра. При такой полосе постоянная времени контура УПЧ оказывается намного меньше периода повторения исследуемых импульсов. По окончании каждого импульса, воздействующего на контур, в последнем происходят свободные колебания, полностью затухающие к моменту прихода очередного импульса. Следовательно, ход процесса в контуре не изменится, если рассматривать воздействие на него не периодической последовательности импульсов, а ряда одиночных импульсов со сплошным спектром.

Пусть исследуемый сигнал имеет вид последовательности радиоимпульсов, например с колоколообразной огибающей, как показано на рис. 8.3, а. После прихода первого импульса в момент  $t_0$  на выходе смесителя появится импульс с непрерывным спектром колоколообразной формы (рис. 8.3, б). Поскольку ширину полосы пропускания контура выбирают много меньше ширины лепестка спектра, то в ее пределах спектральную плотность приближенно можно считать постоянной, поэтому воздействие на контур такого импульса подобно воздействию  $\delta$ -импульса с равномерным спектром. Форма отклика контура приблизительно соответствует форме импульсной характеристики контура, а максимальная

амплитуда отклика пропорциональна спектральной плотности импульса на выходе преобразователя частоты на центральной частоте контура. После прихода первого импульса напряжение на контуре УПЧ увеличится до амплитуды, пропорциональной спектральной плотности на частоте  $f_n$ , а затем колебания в контуре затухнут. На экране ЭЛТ появится первый выброс (рис. 8.3, а). В момент прихода второго импульса также возникает непрерывный спектр, но из-за изменения частоты ЧМ гетеродина он окажется сдвинутым относительно спектра первого импульса. Напряжение на контуре также будет пропорциональным спектральной плотности на промежуточной частоте, а на экране ЭЛТ появится второй

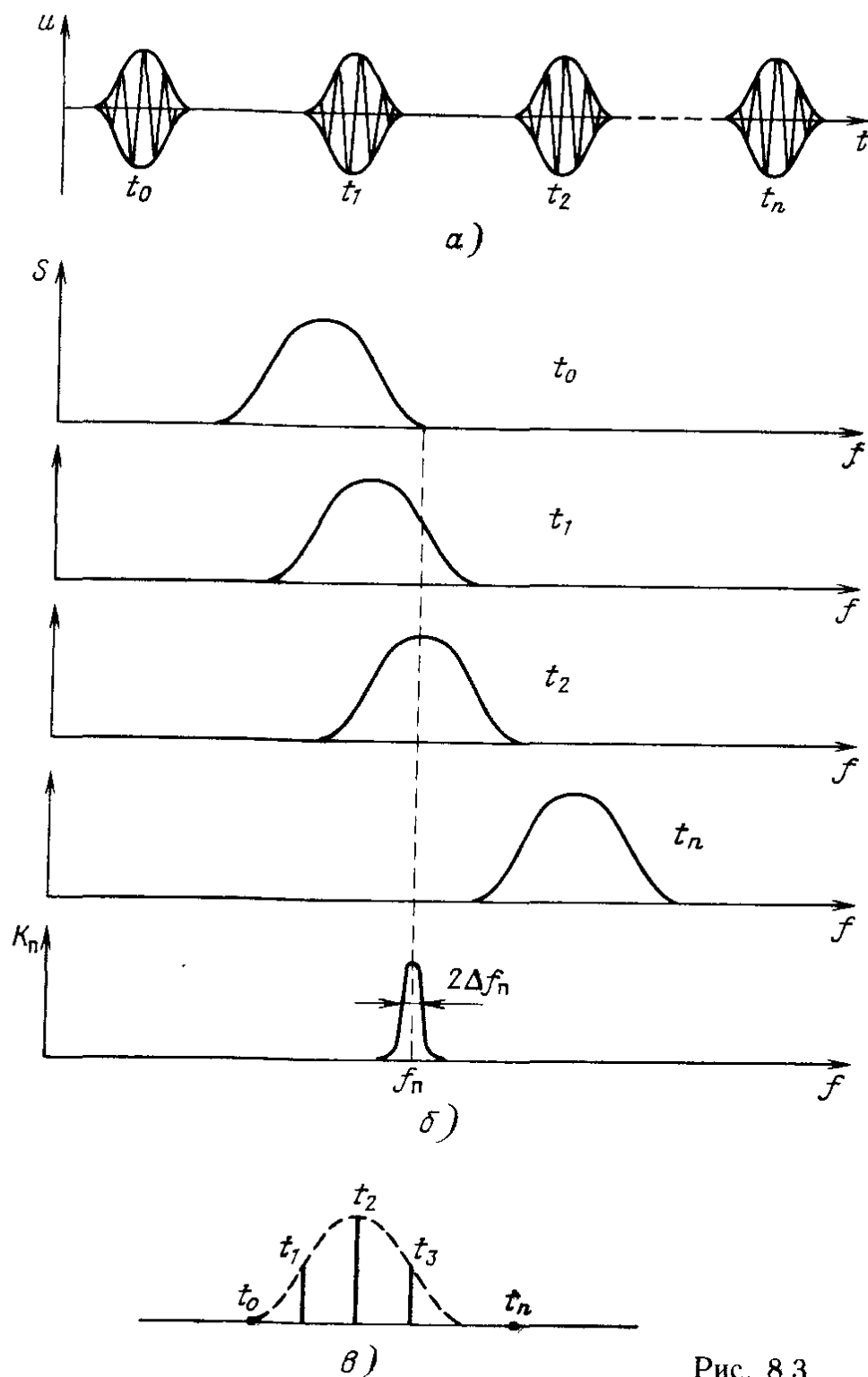
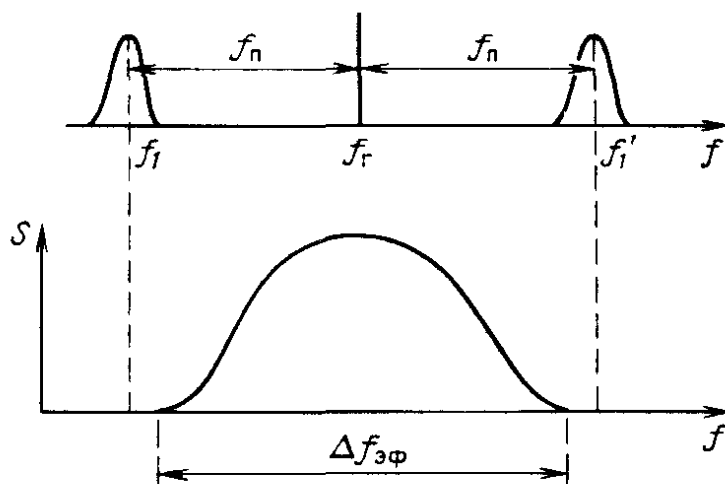


Рис. 8.3.

Рис. 8.4



выброс. За период развертки  $T_a$  на экране ЭЛТ возникает ряд выбросов, а их огибающая, показанная штриховой линией, соответствует спектру входного импульса. Возникновение каждого выброса обусловлено появлением импульса на входе анализатора, поэтому общее число выбросов равно числу импульсов, следующих с периодом  $T$  за время  $T_a$ , т. е.  $T_a/T$ . Огибающую спектра можно воспроизвести тем точнее, чем больше выбросов произошло за время развертки. Обычно достаточным считается несколько десятков выбросов.

При рассмотрении принципа работы анализатора предполагалось, что в полосу пропускания УПЧ попадает лишь сигнал с разностной частотой вида  $f_r - f_1 = f_n$ . Однако в полосу пропускания УПЧ может попасть также сигнал с частотой  $f_1' = f_r + f_n$  (рис. 8.4).

Частоту  $f_1'$ , расположенную симметрично  $f_1$  относительно частоты гетеродина, называют частотой зеркального канала. Чтобы выполнить анализ спектра только на одной частоте  $f_1$  или  $f_1'$ , необходимо выбрать промежуточную частоту, удовлетворяющую неравенству  $2f_n > \Delta f_{эф}$ , где  $\Delta f_{эф}$  — эффективная ширина исследуемого спектра, в которой сосредоточена практически вся энергия импульса.

Как известно из курса теории радиотехнических цепей, эффективная ширина спектра связана с длительностью импульса  $\tau_n$  соотношением  $\Delta f_{эф} = K/\tau_n$ , где  $K$  — коэффициент, зависящий от формы импульса, способа определения его длительности и отношения энергии, заключенной в пределах  $\Delta f_{эф}$ , к общей энергии импульса. Так, для прямоугольного импульса  $K = 6$ , при этом в полосе частот сосредоточено 95 % энергии импульса.

**Пример 8.3.** К гетеродинному анализатору спектра подведена последовательность радиоимпульсов длительностью  $\tau_n = 1$  мкс, периодом повторения  $T = 10$  мс и несущей частотой 100 МГц.

Эффективная ширина спектра  $\Delta f_{эф} = 6/\tau_n = 6$  МГц, а число спектральных составляющих  $n = \Delta f_{эф} T = 6 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 6 \cdot 10^4$ . Наблюдать на экране такое

число составляющих не удастся, поэтому в данном случае приходится ограничиться анализом огибающей спектра. Во избежание приема по зеркальному каналу выберем  $f_n \geq \Delta f_{эф}/2 = 6 \text{ МГц}/2 = 3 \text{ МГц}$ , откуда примем  $f_n = 5 \text{ МГц}$ , полосу пропускания УПЧ выберем в 20 раз уже главного лепестка спектра:  $2\Delta f_n = 0,05 \cdot 2/\tau_n = 100 \text{ кГц}$ . Если анализатор работает на разностной частоте  $f_n = f_r - f_c$ , то гетеродин следует перестраивать в пределах 102...108 МГц. Если принять  $T_a = 1 \text{ с}$ , то за время анализа придет  $T_a/T = 100$  импульсов, что достаточно для воспроизведения огибающей спектра.

Для сигналов с широким спектром приходится выбирать высокую промежуточную частоту. В этих условиях полоса пропускания УПЧ может оказаться чрезмерно широкой, а разрешающая способность недостаточной. Разрешающую способность повышают, применяя двойное или тройное преобразование с понижением частоты. Узкополосная фильтрация исследуемого колебания происходит в УПЧ, следующим за последним смесителем.

**Особенности спектрального анализа случайных процессов.** Эргодические случайные процессы характеризуют энергетическим спектром, который оценивают по средней мощности, приходящейся на единицу полосы частот. Следовательно, для измерений энергетического спектра необходимо решить две задачи: произвести фильтрацию исходного процесса, а затем измерить дисперсию узкополосного случайного процесса на выходе фильтра. Поэтому анализаторы спектра случайных процессов строят подобно анализаторам детерминированных сигналов, но после узкополосного усилителя в схему вводят квадратичный детектор и усредняющее устройство, обычно выполняемое в виде фильтра нижних частот ФНЧ. Напряжение с усредняющего устройства после усиления поступает на ЭЛТ.

Как известно, относительное значение дисперсии оценки дисперсии узкополосного случайного процесса

$$\gamma_D^2 = B / (2\Delta f_s T),$$

где  $T$  — время интегрирования;  $2\Delta f_s$  — энергетическая ширина спектра;  $B$  — постоянный коэффициент, зависящий от формы спектра случайного процесса, а следовательно, от формы АЧХ узкополосного фильтра. Так,  $B = 1$  для процесса со спектром прямоугольной формы,  $B = 0,707$  для процесса на выходе фильтра с гауссовской АЧХ и  $B = 0,5$  для процесса на выходе колебательного контура.

Продолжительность последовательного анализа спектра случайного процесса

$$T_a = \frac{B}{\gamma_D^2} \frac{f_{\max} - f_{\min}}{(2\Delta f_s)^2}$$



приблизительно в  $1/\gamma_D^2$  раз больше времени анализа детерминированного сигнала. Это связано с необходимостью усреднения узкополосного процесса, интервал корреляции которого обратно пропорционален ширине его спектра.

**Пример 8.4.** Пусть необходимо исследовать спектр эргодического случайного процесса в полосе частот 1...10 МГц, полоса УПЧ  $2\Delta f_n = 10$  кГц с погрешностью  $\gamma_D = 0,1$ . Учитывая, что приближенно можно считать  $2\Delta f_n \approx 2\Delta f_s$  и  $B = 1$ , получаем  $T_a = 9 \cdot 10^6 / 0,01 \cdot 10^8 = 9$  с. Если бы исследуемый процесс был детерминированным, то согласно (8.1)  $T_a = 0,09$  с.

**Измерение параметров спектра.** Частоты спектральных составляющих можно грубо измерить по их положению на оси частот с помощью масштабной сетки. При этом погрешность может достигать 5...10 %. Для повышения точности ось частот калибруют: на вход прибора вместе с сигналом подают сигнал с генератора меток с дискретным спектром. В простейшем случае для создания меток используют перестраиваемый оператором генератор гармонического напряжения, частоту которого считывают со шкалы. Напряжение калибровочного генератора вызывает выброс на экране ЭЛТ — частотную метку. Совмещая метку с выбросами, соответствующими спектральным составляющим, измеряют частоты последних.

Погрешность измерений частоты зависит от неточности совмещения и погрешности определения частоты по шкале генератора и может составить 1...5 %. Более высокую точность получают, восстанавливая сигналы спектральных составляющих путем обратного преобразования и измеряя их частоты цифровым частотомером. Для этого в схему анализатора вводят смеситель  $UZ2$ , фильтр  $Z$  и частотомер (рис. 8.5, а). Частотно-модулированный гетеродин, смеситель  $UZ1$  и УПЧ являются элементами структурной схемы анализатора.

Частоту гетеродина  $G$  изменяют по линейному закону (рис. 8.5, б). Горизонтальный участок, положение которого можно менять вручную, соответствует некоторому постоянному напряжению развертки, так что в пределах длительности ступеньки перемещение луча по экрану прекращается и образуется яркостная метка. Измерение частоты  $f_x$  спектральной составляющей заключается в совмещении метки и выброса (рис. 8.5, в). Пусть частота гетеродина  $f_{r1} = f_x - f_n$ . Сигнал с выхода УПЧ с частотой  $f_r - f_x$  подают на преобразователь  $UZ2$ , а затем с помощью фильтра  $Z$  выделяют разностную частоту  $f_x - f_{r1} + f_{r1} = f_x$ , которую измеряют частотомером.

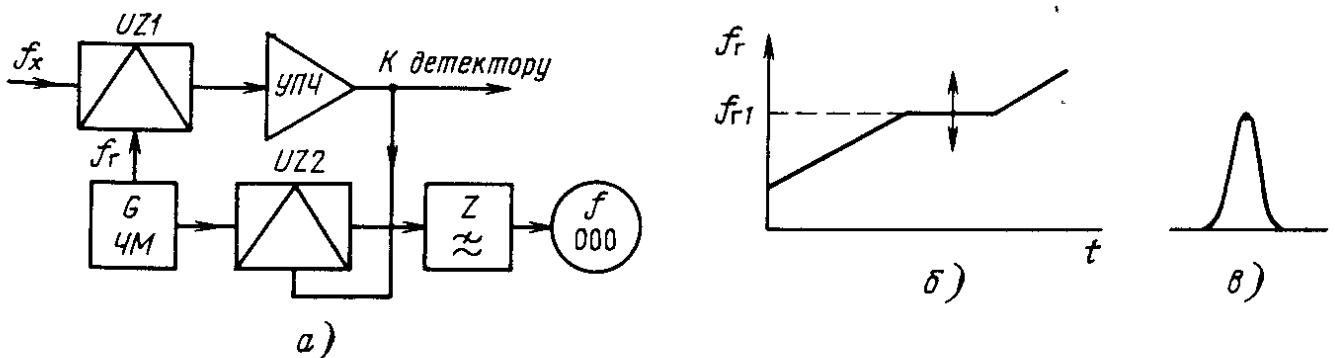


Рис. 8.5

В данном случае удастся значительно уменьшить погрешность из-за неточности совмещения метки и центра выброса. Погрешность измерения частоты спектральных составляющих в основном определяется погрешностью частотомера и может составлять до  $10^{-4}$  от измеряемой частоты.

### 8.3. ДИСПЕРСИОННО-ВРЕМЕННОЙ МЕТОД СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Спектральный анализ колебаний можно выполнить с помощью дисперсионных линий задержки (ДЛЗ). Существует несколько типов ДЛЗ, но лучшие параметры имеют линии на поверхностных акустических волнах (ПАВ).

**Понятие ПАВ.** Как известно из курса физики, твердое тело можно рассматривать как совокупность упруго связанных материальных частиц. Для тел с кристаллической структурой частицы образуют правильную решетку, как, например, показано на рис. 8.6, а.

Если одну или несколько частиц отклонить от равновесного состояния внешней силой, то за счет упругих связей колебания будут передаваться соседним частицам и в твердом теле возникнут волны, называемые акустическими. Существуют различные типы волн, например объемные волны, распространяющиеся в глубине подложки, и ПАВ, распространяющиеся по ее поверхности (рис. 8.6, б) и быстро затухающие по мере удаления от поверхности. Акустоэлектронные устройства на ПАВ широко используются для обработки сигнала, в том числе и для создания ДЛЗ.

Скорость распространения волны зависит от свойств материала. Для обычно используемых подложек из кварца или ниобата лития она составляет  $(3..4) \cdot 10^3$  м/с, амплитуда волны не превышает нескольких ангстрем. Устройства на ПАВ применяют в диапазоне частот 10 МГц...1 ГГц, что соответствует длинам акустических волн от 0,3 мм до 3 мкм. Следовательно, на подложках небольшого размера укладывается большое число волн, что позволяет реализовать пространственную обработку колебаний.

Поскольку устройство на ПАВ работает в электронных схемах, то на его входе необходимо преобразовать электрическое колебание в акустическую волну, а на выходе — снова получить электрическое колебание. Для возбуждения ПАВ используют встречно-штыревые преобразователи (ВШП) — две группы встречно распо-

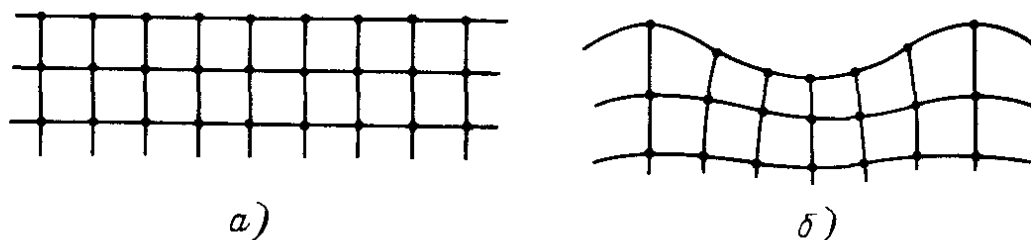


Рис. 8.6

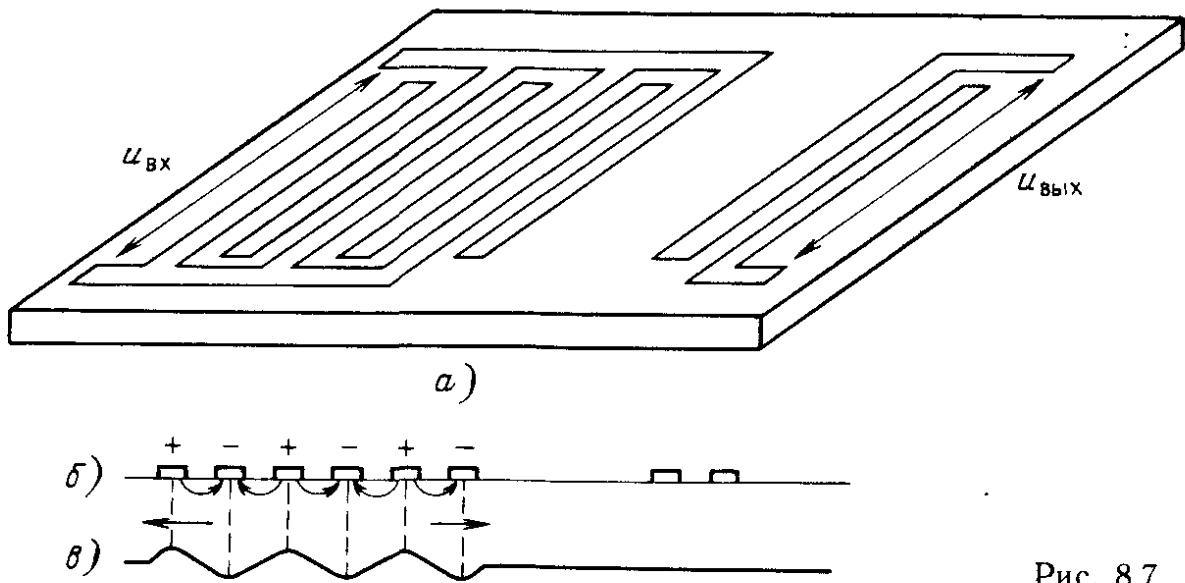


Рис. 8.7

ложенных тонких металлических полос, наносимых методами фотолитографии на подложку (рис. 8.7, а). Шаг между штырями одной группы выбирают приблизительно равным длине волны ПАВ  $\lambda = V/f$ , где  $V$  — скорость ПАВ,  $f$  — частота. Преобразование акустической волны в электрический сигнал осуществляют также с помощью ВШП.

Определим импульсную характеристику акустоэлектронного устройства, показанного на рис. 8.7, а. Для этого к передающим ВШП подведем  $\delta$ -импульс и оценим отклик. На время действия  $\delta$ -импульса на группах штырей передающего преобразователя установятся напряжения разного знака и в подложке возникнет электрическое поле, силовые линии которого показаны на рис. 8.7, б. В силу обратного пьезоэффекта под действием электрического поля на поверхности подложки появится рельеф, зависящий от формы ВШП. Форма рельефа в поперечной плоскости оказывается близкой к синусоидальной, как показано на рис. 8.7, в. Кратковременное возникновение рельефа приведет к возбуждению двух встречно направленных акустических волн. Волна, распространяющаяся влево, поглощается в специальном поглотителе, расположенном на левом конце подложки (на рисунке поглотитель не показан). Распространяющаяся направо волна с некоторой задержкой достигнет приемного ВШП и в силу пьезоэффекта превратится в электрическое колебание. В рассматриваемом примере на выходе приемного преобразователя возникнет колебание, состоящее из трех периодов синусоиды, — импульсная характеристика устройства. Таким образом, импульсная характеристика и связанная с ней преобразованием Фурье частотная характеристика полностью определяются конфигурацией ВШП, в данном случае передающего. Этим свойством широко пользуются, создавая устройства с импульсной характеристикой требуемой формы, в том числе и ДЛЗ.

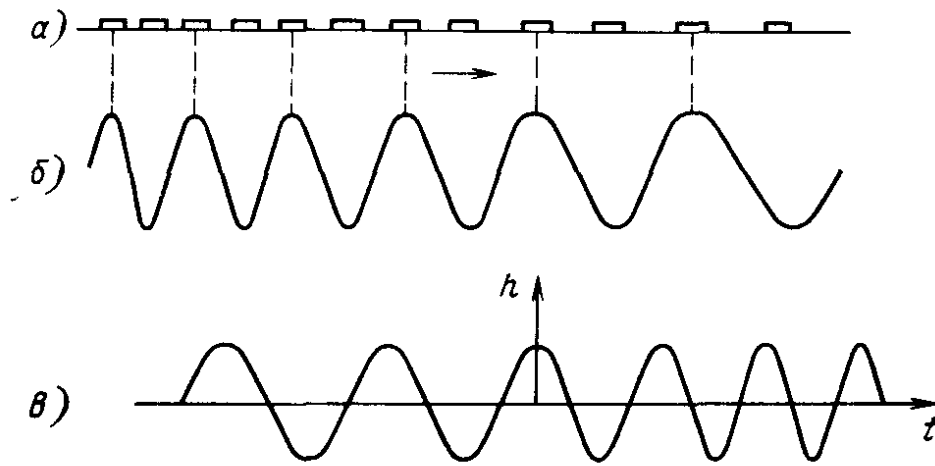


Рис. 8.8

**ДЛЗ и ее характеристики.** Для создания ДЛЗ можно взять передающий ВШП со штырями с изменяющимся по линейному закону шагом (рис. 8.8, а). Если к такому ВШП подвести  $\delta$ -импульс, то рельеф поверхности подложки в поперечной плоскости, а следовательно, и акустическая волна будут иметь форму, близкую к синусоидальной с линейно изменяющимся периодом (рис. 8.8, б). Импульсная характеристика, снимаемая приемным ВШП, представляет собой радиоимпульс с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ, рис. 8.8, в).

$$h(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < \tau_n/2, \\ A \cos(\omega_0 t + \mu t^2/2) & \text{при } -\tau_n/2 \leq t \leq \tau_n/2, \\ 0 & \text{при } t > \tau_n/2, \end{cases} \quad (8.2)$$

где  $\tau_n$  — длительность импульса  $h(t)$ ;  $\omega_0$  — средняя частота;  $\mu$  — скорость изменения частоты;  $A$  — постоянный коэффициент, характеризующий вносимое линией затухание.

В соотношении (8.2) не учтена задержка между приходом  $\delta$ -импульса и появлением импульса  $h(t)$ , вызванная прохождением акустической волной расстояния между передающим и приемным преобразователями.

В теории радиотехнических сигналов импульсный сигнал с ЛЧМ принято характеризовать его базой  $B = \mu \tau_n^2$ . Можно показать, что при большой базе  $B > 100$  полоса пропускания линии  $\Delta\omega = \mu \tau_n$ , а в пределах полосы модуль частотной характеристики постояен, а фазочастотная характеристика квадратична:  $\psi(\omega) = (\omega - \omega_0)^2 / 2\mu$ .

**Пример 8.5.** Определим основные параметры ДЛЗ со следующими характеристиками:  $f = 100$  МГц;  $\Delta f = 1$  МГц;  $\tau_n = 50$  мкс. Средняя длина волны  $\lambda = V/f = 3 \cdot 10^3 / 100 \cdot 10^6 = 30 \cdot 10^{-6}$  м = 30 мкм, скорость изменения частоты  $\mu = 2\pi \Delta f / \tau_n = 2\pi \cdot 10^6 / 50 \cdot 10^{-6} = 1,3 \cdot 10^{11}$ , база сигнала  $B = \mu \tau_n^2 = 1,3 \cdot 10^{12} \cdot 30^2 \times$

$\times 10^{-12} = 1,1 \cdot 10^2$ . Протяженность передающего ВШП  $L \approx V\tau_n = 3 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-6} = 0,09$  м = 9 см, а число штырей  $n \approx 2L/\lambda = 9 \cdot 10^{-2} / 30 \cdot 10^{-6} = 3 \cdot 10^3$ . Учитывая, что передающий ВШП в основном определяет геометрические размеры ДЛЗ, можно считать, что общая длина ДЛЗ составит около 10 см.

**Понятие о спектральном анализе с помощью ДЛЗ.** Возможность спектрального анализа с помощью ДЛЗ обусловлена линейной частотной зависимостью задержки  $\tau_z = d\psi/d\omega = (\omega - \omega_0)/\mu$  гармонического сигнала, прошедшего линию (рис. 8.9).

Поясним сначала качественную сторону спектрального анализа. Пусть ко входу линии подведен единичный радиоимпульс, спектральная плотность  $S(\omega)$  которого лежит в полосе пропускания линии, как показано на рис. 8.9. Для определения выходного напряжения линии можно рассмотреть, как проходят через ДЛЗ отдельные спектральные составляющие исследуемого импульса. Из рис. 8.9 следует, что задержка спектральных составляющих возрастает с ростом их частот. Следовательно, на выходе последовательно во времени появятся сначала низкочастотные, а затем и высокочастотные составляющие спектра. В силу линейной зависимости задержки от частоты отклики ДЛЗ на отдельные спектральные составляющие расположатся на временной оси так же, как и соответствующие спектральные составляющие на оси частот. Следовательно, огибающая выходного напряжения воспроизведет модуль спектральной плотности исследуемого импульса, а по огибающей можно измерять параметры спектра импульса.

Как показано в курсе теории радиотехнических цепей, длительность отклика оказывается наименьшей, если исследуемый радиоимпульс модулируется по частоте по линейному закону с та-

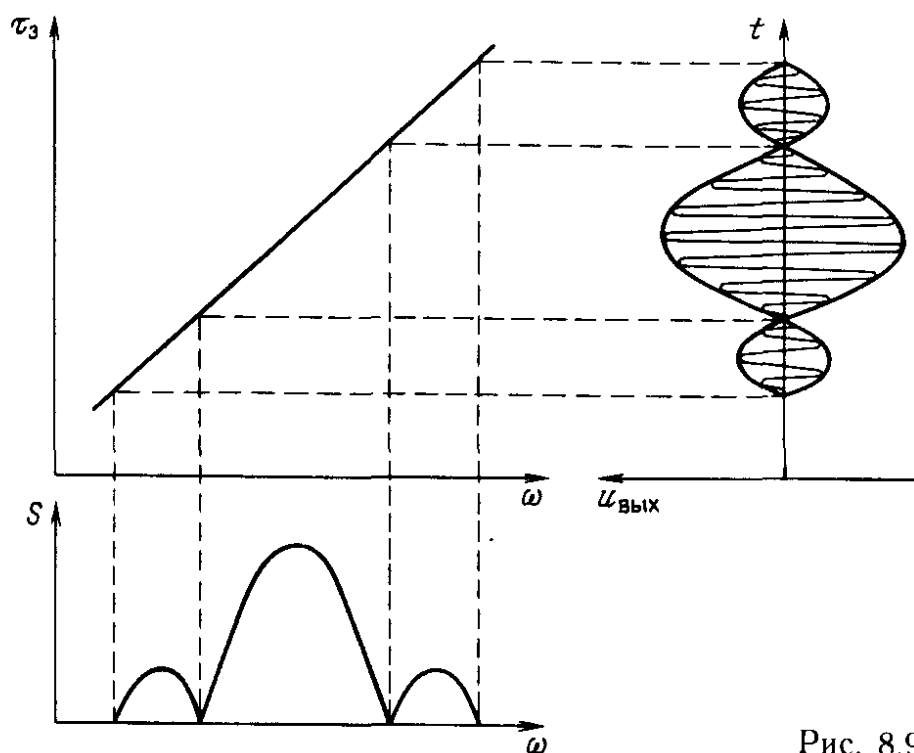


Рис. 8.9

кой же скоростью изменения частоты, что и импульсная характеристика, но с противоположным знаком изменения. Так, в рассматриваемом случае частота должна уменьшаться со скоростью  $\mu$ .

Укорочение отклика по сравнению с исследуемым импульсом, называемое сжатием импульса, широко используют в радиолокации для подавления шумов в отраженном сигнале и увеличения разрешающей способности по дальности.

При спектральном анализе также прибегают к линейной частотной модуляции исследуемого колебания при его предварительной обработке в анализаторе спектра.

**Основные соотношения при спектральном анализе.** Пусть на ДЛЗ с импульсной характеристикой (8.2) воздействует исследуемый радиоимпульс

$$u_{\text{вх}} = \begin{cases} 0 & \text{при } t < \tau/2, \\ U(t) \cos(\omega_0 t - \mu t^2/2) & \text{при } -\tau/2 \leq t \leq \tau/2, \\ 0 & \text{при } t > \tau/2, \end{cases}$$

где  $U(t)$  — огибающая импульса.

Выходное напряжение ДЛЗ

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{вх}}(\tau) h(t - \tau) d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} U(\tau) A \cos\left(\omega_0 \tau - \frac{\mu \tau^2}{2}\right) \cos\left[\omega_0(t - \tau) + \frac{\mu(t - \tau)^2}{2}\right] d\tau. \end{aligned}$$

Раскрывая в подынтегральном выражении произведение косинусов и учитывая, что  $\omega_0 \ll \Delta\omega = \mu\tau$ , после преобразования получаем

$$u_{\text{вых}}(t) = 0,5 A S U(\Omega) \cos(\omega_0 t + \mu t^2/2 - \varphi), \quad (8.3)$$

где  $\varphi = \text{arctg } \text{Im}(S_U(\Omega)) / \text{Re}(S_U(\Omega))$ ,  $\Omega = \mu t$ ,  $S_U(\Omega)$  — спектральная плотность выходного сигнала.

Таким образом, выходное напряжение ДЛЗ представляет собой радиоимпульс со смешанной модуляцией по амплитуде и фазовому углу. Огибающая импульса  $0,5 A S_U(\Omega)$  воспроизводит во временном масштабе  $\mu t$  модуль спектральной плотности входного сигнала. Фазовый угол  $\varphi$  характеризует фазу спектральной плотности. Следовательно, по выходному напряжению ДЛЗ можно измерить как модуль, так и фазу спектральной плотности исследуемого импульса. Однако из-за сложности фазовых измерений в условиях изменяющейся во времени частоты обычно ограничиваются измерениями только модуля спектральной плотности.

**Структурная схема анализатора спектра.** Упрощенная структурная схема анализатора спектра с ДЛЗ показана на рис. 8.10, а. Исследуемый радиоимпульс

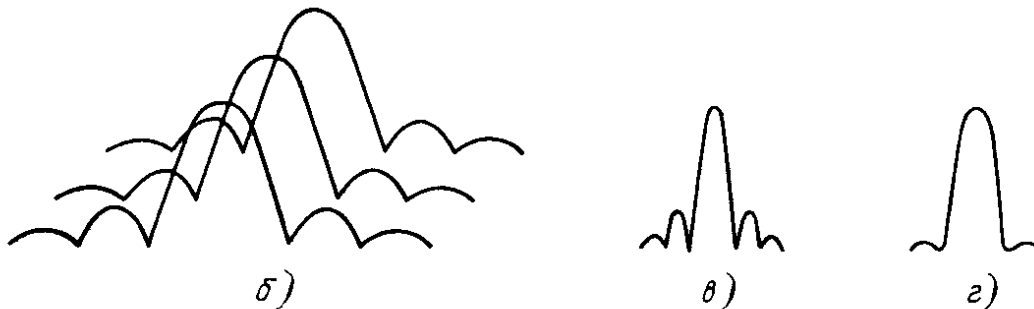
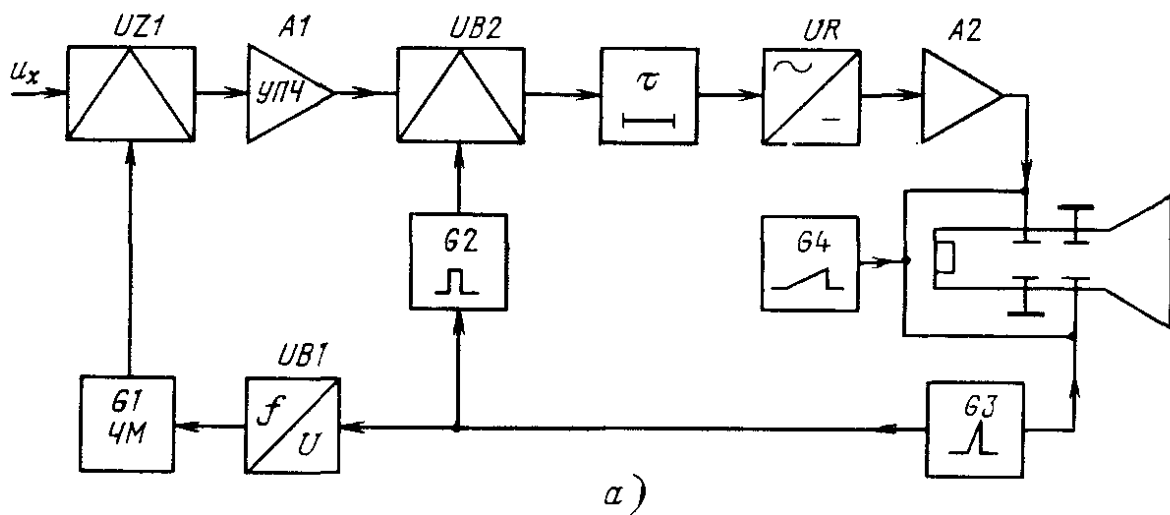


Рис. 8.10

поступает на преобразователь  $UZ1$ . Частотно-модулированный гетеродин  $G1$  с линейно изменяющейся частотой осуществляет частотную модуляцию радиоимпульса с заданной скоростью  $\mu$  изменения частоты. Изменяя вручную среднее значение частоты гетеродина, спектр исследуемого импульса с ЛЧМ переносят в пределы полосы пропускания ДЛЗ.

После усиления в УПЧ  $A1$  импульс попадает на ДЛЗ. Модулятор  $UB2$  при входном импульсном сигнале не действует, его используют только при анализе непрерывных колебаний. Выходное напряжение ДЛЗ после детектора  $UR$  и усилителя  $A2$  поступает на вертикально отклоняющие пластины ЭЛТ. Развертку луча производят с помощью генератора линейной развертки  $G3$ , напряжение развертки воздействует также на управляющий элемент ЧМ гетеродина  $UB1$ .

По наблюдаемой на экране ЭЛТ огибающей импульса посредством масштабной сетки измеряют параметры спектра исследуемого импульса.

С помощью ДЛЗ непосредственно можно анализировать спектры только импульсных сигналов. Если же сигнал непрерывный, до подачи на ДЛЗ его модулируют по амплитуде. Модулирующий сигнал поступает с генератора импульсов  $G2$ , синхронизируемого от генератора развертки.

На экране ЭЛТ некоторых анализаторов можно одновременно наблюдать спектры сразу нескольких повторяющихся радиоимпульсов. Для этого в схему анализатора вводят генератор медленного пилообразного напряжения  $G4$ , выходное напряжение которого поступает как на вертикально отклоняющие пластины ЭЛТ, так и на горизонтально отклоняющие пластины, суммируясь с соответствующими отклоняющими напряжениями (рис. 8.10, а).

За время паузы между исследуемыми импульсами это напряжение немного возрастает, и изображение спектра каждого очередного импульса несколько смещается вверх и вправо. Под действием нескольких импульсов на экране возникает изображение временного рельефа спектра. Для трех импульсов такой рельеф показан на рис. 8.10, б. По рельефу удобно судить об изменениях спектральной плотности импульсов анализируемой последовательности.

**Основные характеристики анализатора спектра с ДЛЗ.** Спектральный анализ с помощью ДЛЗ происходит за очень малый промежуток времени, определяемый длительностью импульса выходного напряжения ДЛЗ. Предельная его длительность составляет  $\tau_n$ , этим же значением можно оценить и время анализа.

Метод накладывает ограничения на длительность анализируемых радиоимпульсов. Например, прямоугольный импульс длительности  $\tau$  после преобразования превратится в импульс с ЛЧМ, ширина спектра которого  $\Delta\omega = \mu\tau$ , т. е. пропорциональна длительности. Заметим, что такая зависимость характерна только для сигналов с большой базой.

Поскольку спектр исследуемого импульса с ЛЧМ должен попасть в пределы полосы пропускания  $\mu\tau_n$  ДЛЗ, то необходимо выполнение условия  $\mu\tau < \mu\tau_n$  или  $\tau < \tau_n$ . Следовательно, длительность исследуемого импульса не должна превышать  $\tau_n$ .

С уменьшением длительности исследуемого импульса его база резко уменьшается пропорционально  $\tau^2$ . С уменьшением базы постепенно начинают нарушаться условия, при которых справедливо соотношение (8.3), и форма выходного напряжения ДЛЗ начинает все в большей мере отклоняться от формы огибающей спектральной плотности. Начиная с определенной длительности, эти отклонения настолько велики, что по выходному напряжению уже нельзя судить об огибающей спектральной плотности. Следовательно, диапазон длительностей анализируемых импульсов определяется полосой пропускания ДЛЗ. Так, для промышленного анализатора спектра С4-47 диапазон длительностей составляет 0,4...6 мкс.

Рассмотрим теперь особенности спектрального анализа непрерывных колебаний. Как уже указывалось, такие колебания сначала модулируют по амплитуде, превращая их в последовательность импульсов. Если, например, модулирующий импульс прямоугольный, то на экране ЭЛТ изображается его спектральная плотность (рис. 8.10, в). Частоту исследуемого колебания определяют по положению центрального лепестка спектральной плотности на оси абсцисс. Разрешающую способность анализатора можно оценить удвоенной шириной центрального лепестка на уровне 0,707 от максимального. Ширина главного лепестка на этом уровне составляет  $0,45/\tau$ , так что разрешающая способность равна  $0,9/\tau_n$ . Для повышения разрешающей способности следует выбирать возможно большую длительность импульса, ограниченную значением  $\tau_n$ , что соответствует разрешающей способности  $0,9/\tau_n$ .

Спектр импульса длительности  $\tau_n$  занимает всю полосу пропускания ДЛЗ, и при изменении частоты исследуемого колебания спектр сместится и выйдет за пределы полосы. Поэтому на практике длительность прямоугольного модулирующего импульса  $\tau < \tau_n$ , что приводит к некоторому ухудшению разрешающей способности.



Боковые лепестки, возникающие на экране ЭЛТ при модуляции прямоугольными импульсами, не несут полезной информации об амплитуде и частоте исследуемого гармонического колебания и лишь затрудняют наблюдение спектра. Поэтому предпочтительны другие формы модулирующих импульсов с меньшими боковыми лепестками, например косинусоидальные, спектр которых показан на рис. 8.10, з.

## 8.4. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ С ПОМОЩЬЮ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Для осуществления такого анализа сначала исследуемый сигнал дискретизируют, а затем с помощью ЭВМ рассчитывают спектр. Остановимся только на особенностях структурной схемы анализатора и погрешностях спектрального анализа.

**Основные соотношения.** Если имеются  $N$  дискретных значений сигнала  $u(iT)$  ( $i=0, \dots, N-1$ ), взятых в моменты  $0, T, \dots, (N-1)T$  (рис. 8.11, а), то эти значения мысленно можно повторить бесконечное число раз, в результате чего получится периодический сигнал, как показано штриховой линией на рис. 8.11, а.

Такой сигнал можно разложить в ряд Фурье, совокупность коэффициентов которого

$$C_n = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} u(iT) \exp\left(-j2\pi n \frac{i}{N}\right)$$

определяет спектр дискретизированного периодического сигнала. Спектральная плотность

$$S(n\Omega) = T \sum_{i=0}^{N-1} u(iT) \exp\left(-j2\pi n \frac{i}{N}\right). \quad (8.4)$$

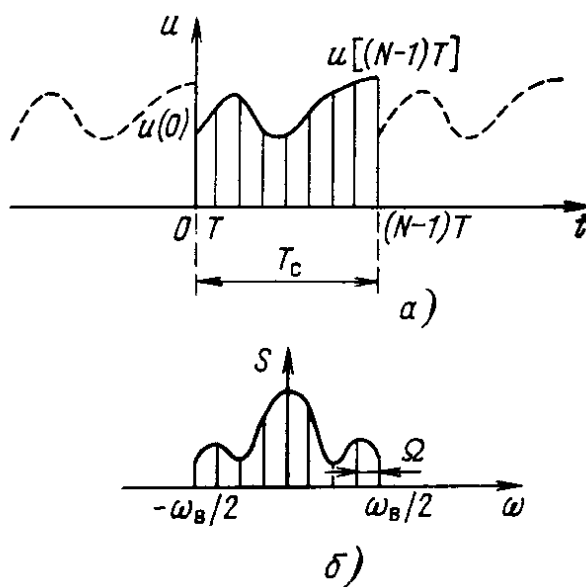


Рис. 8.11

Это соотношение является дискретным преобразованием Фурье, по которому вычисляют спектр.

Спектральная плотность дискретного сигнала представляет собой совокупность спектральных составляющих, отстоящих друг от друга на  $\Omega = 2\pi/T$  (рис. 8.11, б). Общее число составляющих равно числу отсчетов  $N$  сигнала.

**Особенности структурной схемы анализатора. Погрешности.** Квантование сигнала приводит к погрешности, называемой шумом квантования. Эта погрешность ограничивает динамический диапазон прибора значением  $D = 10 \lg 3N2^n/4$  дБ. Для  $N = 256 \dots 1024$  отсчетов и  $n = 8, \dots, 10$  разрядов двоичного АЦП динамический диапазон может составлять 70...90 дБ. Однако из-за погрешностей при вычислениях, внутренних шумов схемы и некоторого непостоянства периода отсчета он снижается до 60 дБ.

Возможны различные варианты построения устройств дискретизации. Как правило, прибор должен обеспечивать непрерывную обработку сигнала без потери отсчетов. Поэтому в простейшем случае сначала в ОЗУ накапливают  $N$  отсчетов, а затем в течение паузы происходит их обработка, которая заканчивается к моменту появления очередного отсчета. Расчеты обычно производят по алгоритму быстрого преобразования Фурье, применение которого позволяет на два порядка сократить число операций по сравнению с алгоритмом преобразования Фурье при  $N > 1000$ . Из-за значительного времени, необходимого для расчетов, в рассмотренном случае время дискретизации может составлять до сотых долей секунды.

Быстродействие существенно увеличивают, используя буферную память, состоящую из двух поочередно подключаемых к вычислительному устройству блоков.

Некоторые погрешности обусловлены свойствами ДПФ. Как следует из (8.4), спектр дискретного сигнала периодический с периодом  $2\pi/T$ . Следовательно, если период превышает ширину спектра  $2\omega_b$ , то соседние спектры не перекрываются (рис. 8.12, а),

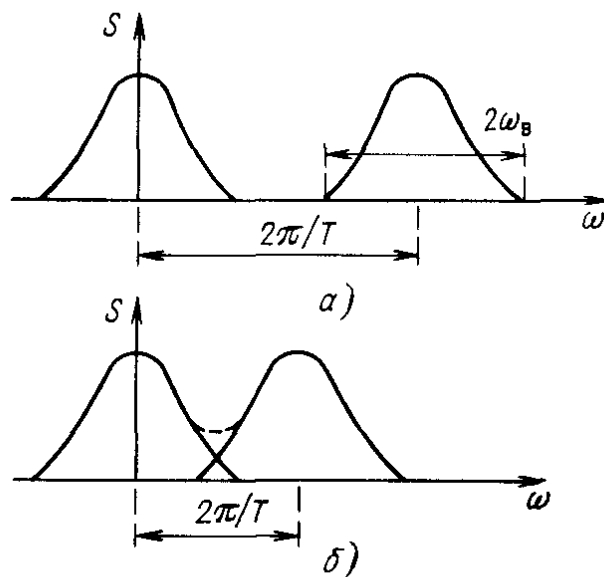


Рис. 8.12

в противном же случае из-за их перекрытия возникает погрешность вычисления спектра (рис. 8.12, б). Для сигналов с ограниченной частотой  $f_B$  можно избежать перекрытия, выбрав интервал  $T < 1/2f_B$  в соответствии с теоремой Котельникова.

Если исследуемый сигнал непрерывный, то с помощью ДПФ анализируют участок сигнала конечной длительности  $T_c$ , что приводит к искажению спектра. Такие искажения зависят от формы импульса. Пусть, например, анализируется импульс вида  $\sin x/x$ , спектр которого имеет прямоугольную форму (рис. 8.13, а). Если дискретизировать не весь импульс, а его часть длительностью  $T_c$ , то это вызовет пульсацию вычисленного по ДПФ спектра. Такие искажения называют явлением Гиббса. Как следует из

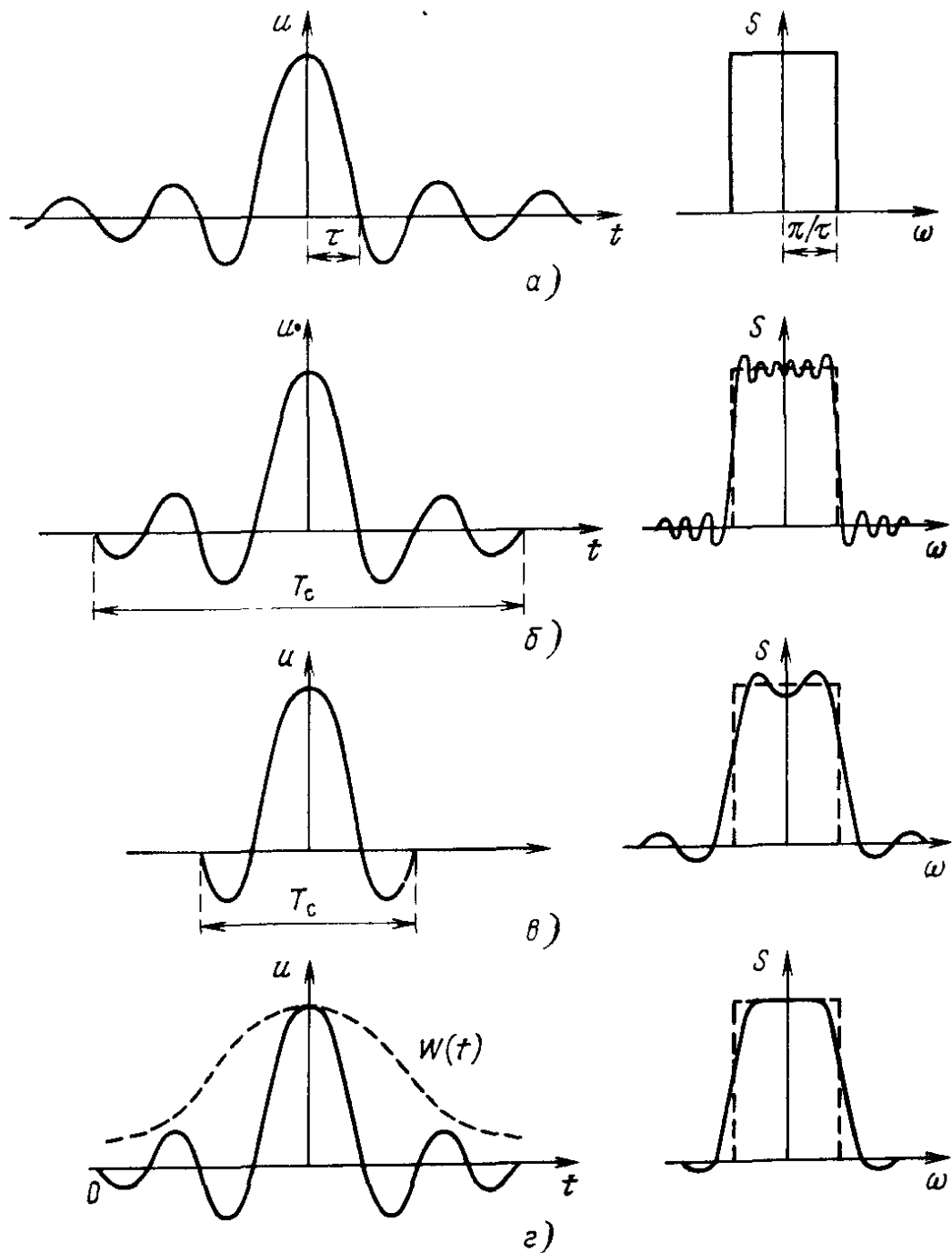


Рис. 8.13

рис. 8.13, б, в, частота пульсаций возрастает с ростом  $T_c$ . Амплитуда пульсаций изменяется мало, составляя около десяти процентов от максимального значения спектральной плотности.

Для уменьшения пульсаций входной сигнал умножают на оконную функцию  $W(t)$ , плавно спадающую от центра импульса к его краям, например функцию Хемминга  $W(t) = 0,54 - 0,46 \cos(2\pi t/T_c)$ . Вид функции и соответствующий спектр, в котором пульсация отсутствует, показаны на рис. 8.13, г.

Возможность реализации БПФ предусмотрена во многих выпускаемых промышленностью цифровых осциллографах и цифровых анализаторах спектра. Число анализируемых выборок может составлять 32...4096, обычно в приборах подобного типа предусмотрена возможность определения и других характеристик сигнала, в том числе и статистических. Если анализируемый сигнал повторяющийся, то дискретизацию проводят стробоскопическим методом, при этом полоса исследуемых частот может составлять до 25 ГГц.

## Выводы

Основные способы спектрального анализа — фильтрация спектральных составляющих и дискретное преобразование Фурье исследуемого сигнала. Ограниченное применение имеет дисперсионно-временной метод.

Метод фильтрации основан на выделении спектральных составляющих узкополосными фильтрами одновременно с помощью системы фильтров с перекрывающимися АЧХ или последовательно с помощью одного фильтра.

Наиболее распространен метод последовательного анализа, заключающийся в гетеродинном преобразовании исследуемого спектра с перестраиваемым по частоте гетеродином и в выделении спектральных составляющих УПЧ.

Разрешающая способность, в статическом режиме равная удвоенной полосе пропускания УПЧ, возрастает с увеличением скорости перестройки частоты. Время анализа детерминированных сигналов может составлять десятки секунд и возрастает при анализе случайных процессов.

При анализе импульсов с большой скважностью наблюдаемые на экране ЭЛТ выбросы являются откликами на отдельные импульсы.

Спектральный анализ с помощью ДЛЗ основан на возрастающей или убывающей с частотой задержке спектральных составляющих подведенного к линии радиоимпульса. Импульс должен подвергаться ЛЧМ, причем скорость изменения частоты должна иметь противоположный знак по сравнению со скоростью изменений частоты в импульсной характеристике линии.

Анализаторы спектра с ДЛЗ характеризуются очень малым временем анализа, равным полной задержке сигнала в линии.

Спектральный анализ на основе ДПФ состоит в дискретизации участка исследуемого колебания и в расчете спектра с помощью БПФ. Режим спектрального анализа предусмотрен в цифровых осциллографах и анализаторах спектра.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Постройте структурную схему анализатора спектра одновременного анализа с системой фильтров. В схеме следует предусмотреть ЭЛТ, генератор ступенчатой развертки и коммутатор. Чем определяется разрешающая способность и время анализа? Какую следует выбрать длительность ступени напряжения развертки?

2. Чем определяется масштаб по оси частот в гетеродинном анализаторе спектра последовательного анализа? Какие требования предъявляют к форме развертывающего напряжения в гетеродинном анализаторе спектра последовательного анализа?

3. Постройте диаграммы, подобные показанным на рис. 8.2, б, для случая, когда преобразование ведут по сигналу суммарной частоты:  $f_n = f_r + f_1$ .

4. Чем различаются статическая и динамическая разрешающие способности гетеродинного анализатора спектра? Как можно избежать динамических искажений?

5. Выведите соотношение для вычисления времени анализа гетеродинного анализатора спектра.

6. Сравните природу выбросов на экране, полученных при анализе гармонического напряжения, и импульсов с большой скважностью.

7. Чем может быть вызвано постепенное перемещение по горизонтали выбросов при анализе АМ колебания?

8. Чем может быть вызвано перемещение по горизонтали, выбросов при анализе импульсов с большой скважностью? Какие условия надо выполнить, чтобы выбросы не смещались?

9. Ко входу гетеродинного анализатора спектра подведены импульсы с большой скважностью. Как изменится число выбросов, если увеличить время развертки вдвое?

10. Из каких соображений выбирают промежуточную частоту гетеродинного анализатора спектра? Чем определяется необходимость двойного преобразования частоты?

11. Поясните методику создания яркостной метки и измерений частоты спектральной линии электронно-счетным частотомером. Чем определяется необходимая точность совмещения метки с центром выброса?

12. Как возбуждают ПАВ? Из каких соображений выбирают шаг между штырями ВШП? Каким образом надо построить ДЛЗ для получения импульсной характеристики с линейно убывающей частотой?

13. Пользуясь рис. 8.9, качественно поясните связь отклика ДЛЗ  $u_{вых}(t)$  со спектром входного сигнала.

14. Поясните смысл формулы (8.3). Какую размерность имеет аргумент  $\mu t$ ? Предложите структурную схему для определения фазового угла  $\varphi$ .

15. Расскажите о методике анализа спектров непрерывных сигналов с помощью ДЛЗ. Для чего в анализатор спектра (см. рис. 8.10) вводят модулятор? Из каких соображений выбирают длительность и форму модулирующего импульса?

### ЗАДАЧИ

1. Ко входу анализатора спектра одновременного анализа подведено гармоническое напряжение с неизвестной амплитудой, не совпадающее по частоте с резонансной частотой ни одного из фильтров. На экране получено несколько выбросов разной высоты. Составьте уравнение для расчета точного значения частоты сигнала, если фильтры имеют одинаковую известную добротность  $Q$ , а высота выбросов  $h_i = K/(1 + \xi_i^2)^{1/2}$ , где  $\xi_i = 2Q(f_c - f_{pi})/f_{pi}$ ,  $K$  — постоянный коэффициент, зависящий от амплитуды сигнала,  $f_c$  — частота сигнала,  $f_{pi}$  — резонансная частота контура;  $i$  — номер наблюдаемого выброса. Сколько выбросов необходимо измерить?

2. Коэффициент модуляции  $M$  АМ колебания с гармоническим модулирующим сигналом можно измерить двумя способами: по осциллограмме и по спектру. Напишите соотношение для расчета  $M$ , если измерены две составляющие спектра: на несущей частоте  $U_n$  и на боковой  $U_6$ . Определите относительную предельную погрешность измерений коэффициента модуляции  $M=0,8$ , если отношение  $U_n/U_6$  измерено с предельной погрешностью 10%. Сравните полученный результат с погрешностью измерений по осциллограмме. Указание:  $M = (H - h)/(H + h)$ , где  $H$  и  $h$  — максимальный и минимальный размахи колебаний, наблюдаемые по осциллограмме. Предельная погрешность измерений отношения  $H/h$  составляет 10%.

3. Частота ЧМ гетеродина гетеродинного анализатора спектра изменяется в пределах 50...60 МГц,  $f_n = 40$  МГц. Определите, в каких диапазонах будет анализироваться спектр, если  $f_n = f_c - f_r$ ;  $f_n = f_i - f_c$ . Как надо изменить параметры анализатора, чтобы иметь возможность анализировать сигналы с частотами 0...20 МГц?

4. При линейной модуляционной характеристике  $f_r(u_p)$  (рис. 8.14, а) на экране гетеродинного анализатора спектра получено изображение спектра, показанное на рис. 8.14, б. Время анализа выбрано в соответствии с (8.1). Как изменится изображение, если модуляционная характеристика будет нелинейной, как показано на рис. 8.14, в.

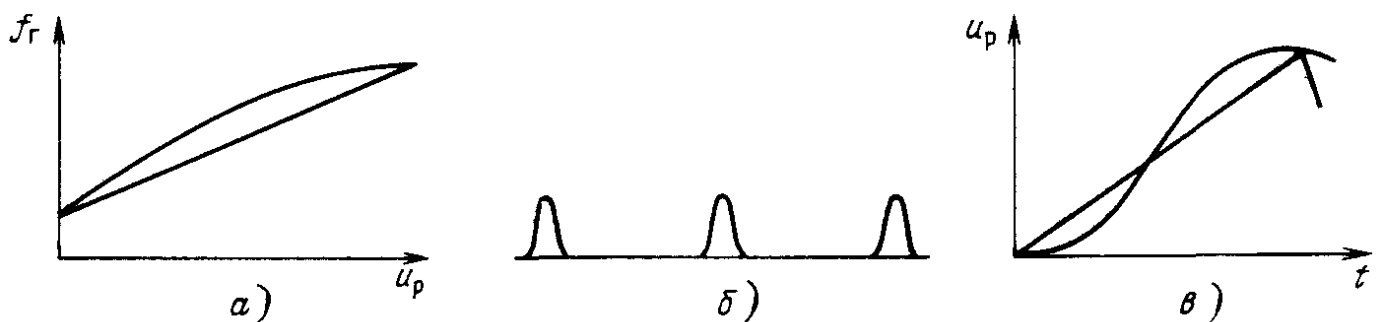


Рис. 8.14

5. Как изменится спектрограмма (изображение спектра, рис. 8.14, б), если вместо линейной развертки применена синусоидальная (рис. 8.14, в)? Модуляционная характеристика линейна, время анализа соответствует (8.1). Сохранятся ли изменения, если  $T_a$  увеличить в несколько раз?

6. Как изменится спектрограмма (рис. 8.14, б), если увеличится промежуточная частота или уменьшится полоса пропускания УПЧ?

7. К гетеродинному анализатору спектра подведена последовательность прямоугольных видеоимпульсов длительностью  $\tau_n = 1$  мс с периодом повторения  $T = 50$  мс. Как следует выбрать полосу пропускания и диапазон  $f_{\max} - f_{\min}$  качания частоты, чтобы обеспечить воспроизведение всех спектральных линий, содержащихся в трех лепестках спектра? Определите время анализа. Как изменится спектрограмма, если время анализа уменьшить вдвое?

8. К гетеродинному анализатору спектра подведена последовательность прямоугольных радиоимпульсов с длительностью 1 мкс и периодом повторения 1 мс. Полоса пропускания УПЧ  $2\Delta f_n = 200$  кГц. Сколько выбросов будет формировать изображение спектра, если время анализа  $T_a = 0,1$  с и 0,01 с? Как изменится спектрограмма, если развертка будет нелинейной, как показано на рис. 8.14, в?

9. К гетеродинному анализатору спектра подведена периодическая последовательность прямоугольных импульсов с длительностью 0,1 мкс и периодом повторения 1 мс. Несущая частота  $f_0 = 300$  МГц. Определите наименьшее значение промежуточной частоты и диапазон перестройки ЧМ гетеродина, при котором не будет происходить анализ по зеркальному каналу. Какую полосу УПЧ следует выбрать? Какое время анализа необходимо для получения на экране ЭЛТ 100 выбросов?

## Глава 9. ИЗМЕРЕНИЕ ЧАСТОТЫ, ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ И ПЕРИОДА ПОВТОРЕНИЯ

---

Измерение временных параметров сигналов — временных интервалов, периода повторения и частоты — относятся к важнейшим видам радиотехнических измерений. Это связано с высокой точностью воспроизведения времени и частоты первичным эталонным и относительной простотой передачи размера временных параметров рабочим средствам измерений, например посредством радиоканалов. Даже с помощью рабочих средств массового применения можно обеспечить измерения большинства временных параметров с относительной погрешностью  $10^{-6}$  и менее.

## 9.1. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ ВРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛОВ

Основной метод измерений временных параметров — цифровой — основан на заполнении исследуемого интервала последовательностью счетных импульсов и счете их числа, обеспечивает высокую точность измерений и допускает автоматизацию процесса измерений. Поэтому он широко распространен и положен в основу многих выпускаемых промышленностью приборов. Чаще всего такие приборы являются многофункциональными и позволяют измерять частоту, временные интервалы и период повторения, а иногда и разность фаз.

Значительно реже применяют метод сравнения, построенные на основе метода приборы, как правило, предназначены для измерений только одного параметра, например частоты или разности фаз. Измерительные приборы сравнения с использованием ЭЛТ часто называют осциллографическими.

Методы непосредственной оценки реализуют в зависимости от измеряемого параметра. Например, частоту измеряют резонансным методом и путем заряда и разряда конденсатора. Разность фаз часто преобразуют в постоянное напряжение, а затем измеряют последнее.

Точные измерения разности фаз и повторяющихся временных интервалов могут быть основаны на стробоскопическом преобразовании.

## 9.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБРАЗЦОВОЙ ЧАСТОТЫ И ЕЕ ИСТОЧНИКОВ

Большинство методов измерений временных характеристик сигналов основано на использовании сигналов образцовой частоты, которую обычно воспроизводит встроенный в средство измерений генератор. Для оценки погрешностей таких приборов важно знать характеристики образцовой частоты.

**Кратковременная и долговременная нестабильности.** Мгновенную частоту колебания высокостабильного генератора можно представить в виде суммы  $\omega(t) = \omega_0 + \omega_n \alpha t + \Delta\omega(t)$ , где  $\omega_n$  — номинальное значение частоты, например указанное на шкале прибора или в его паспорте;  $\omega_0$  — значение частоты при выпуске или поверке прибора;  $\alpha$  — коэффициент, зависящий от стабильности частоты;  $\Delta\omega(t)$  — флуктуационное изменение частоты.

Характер изменений мгновенной частоты показан на рис. 9.1. Как следует из него, нестабильность частоты можно представить в виде суммы медленного систематического ухода и быстрых случайных изменений.



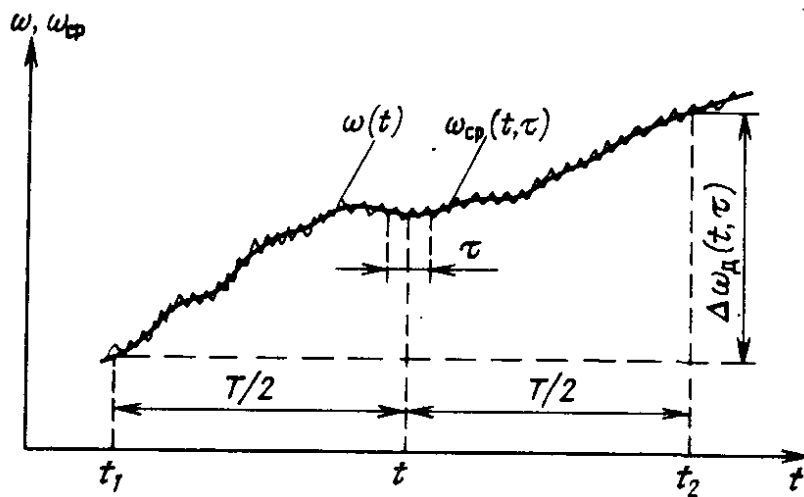


Рис. 9.1

Действительное значение частоты оценивают ее усредненным на интервале измерений  $\tau$  значением

$$\omega_{cp}(t, \tau) = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau/2}^{t+\tau/2} \omega(t) dt.$$

Значения усредненной частоты получают по показанию электронно-счетного частотомера с временем счета  $\tau$ . Минимальный интервал ограничен периодом одного колебания, при максимальном интервале медленный уход частоты должен быть пренебрежимо мал.

Долговременную нестабильность определяют как разность двух усредненных значений частоты, взятых в конце и в начале интервала времени  $T$ :

$$\Delta\omega_d(t, \tau) = \omega_{cp}(t + T/2) - \omega_{cp}(t - T/2).$$

Таким образом, долговременная нестабильность является функцией трех аргументов: времени  $t$ , интервала  $T$  и времени усреднения  $\tau$  мгновенной частоты. Для ее экспериментального определения выбирают стандартные интервалы времени  $T$  и соответствующие им стандартные времена усреднения  $\tau$ . Рекомендованы следующие соотношения между  $T$  и  $\tau$ :

$T$	1 ч	6 мес.	1 мес.	1 сут.	1 ч	100 с	100 с	100 с	100 с
$\tau$	1 сут.	1 сут.	1 сут.	1 ч	100 с	1 с	0,1 с	0,01 с	0,001 с

Поскольку долговременная нестабильность зависит от времени, то ее оценивают как среднееарифметическое значение, полученное при  $n$  измерениях на интервале  $(n+1)T$ :

$$\Delta\omega_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\omega_{cp}(t_i + 0,5T) - \omega_{cp}(t_i - 0,5T)]. \quad (9.1)$$

Текущее значение кратковременной нестабильности

$$\Delta\omega_{\text{кр}}(t) = \omega_{\text{ср}}(t, \tau) - \tilde{\omega}(t, T),$$

где  $\tilde{\omega}(t, T) = \frac{1}{\kappa} \sum_{i=1}^{\kappa} \omega_{\text{ср}}(t_i, \tau)$  — усредненное на интервале времени  $T$  значение частоты. Число измерений  $\kappa = T/\tau$ .

Кратковременную нестабильность характеризуют оценкой ее СКО

$$\hat{\sigma}_{\text{кр}} = \left\{ \frac{1}{\kappa} \sum_{i=1}^{\kappa} [\omega_{\text{ср}}(t_i, \tau) - \tilde{\omega}(t, T)]^2 \right\}^{1/2}. \quad (9.2)$$

**Характеристики образцовых кварцевых генераторов.** В измерительных приборах, как правило, используют высокостабильные кварцевые генераторы. Кратковременная нестабильность таких генераторов обусловлена тепловыми шумами кварцевого резонатора и элементов генератора, дробовым шумом транзисторов и фликкер-шумом элементов генератора. Кроме того, на кратковременную нестабильность влияют функции питающего напряжения и вибрации. Типичные значения относительного СКО частоты от среднего значения увеличиваются от  $10^{-10}$  для времени усреднения 1 с до  $3 \cdot 10^{-9}$  для времени усреднения 1 ч.

Долговременная нестабильность определяется главным образом старением кварцевого резонатора и изменением его механических свойств под действием дестабилизирующих факторов: влажности, давления, вибраций и радиационного облучения. Для уменьшения дестабилизирующего действия влажности и давления кварцевый резонатор помещают в вакуумный баллон. Характерные предельные значения относительной погрешности воспроизведения частоты, обусловленной долговременной нестабильностью, составляют от  $10^{-8}$  за сутки до  $5 \cdot 10^{-7}$  за год эксплуатации, а в некоторых приборах еще меньше.

Кварцевый резонатор вместе с задающим генератором всегда термостатируют, поэтому относительный температурный уход частоты невелик и может составлять  $(1 \dots 3) \cdot 10^{-9}$  °С.

Таким образом, в большинстве случаев нестабильность частоты кварцевого генератора достаточно оценить самой большой из перечисленных погрешностей — долговременной нестабильностью частоты.

В паспортных данных средств измерений с кварцевыми генераторами обычно приводят допускаемые пределы ухода частоты, обусловленной долговременной и кратковременной нестабильностью, а также температурную нестабильность.

На основе кварцевых генераторов строят генераторы счетных импульсов. Задающий кварцевый генератор во многих случаях работает на частоте 5 МГц, поскольку кварцевые резонаторы с резонансной частотой порядка нескольких мегагерц имеют наилучшие характеристики при небольших размерах. Такая частота недостаточна для счетных импульсов, поэтому ее приходится умножать многокаскадными умножителями частоты с колебательными контурами. Счетные импульсы обычно формируют с помощью триггера Шмидта.

**Эталон времени и частоты.** С наивысшей точностью частоту и время воспроизводят с помощью высокостабильных молекулярных генераторов. Упрощенная

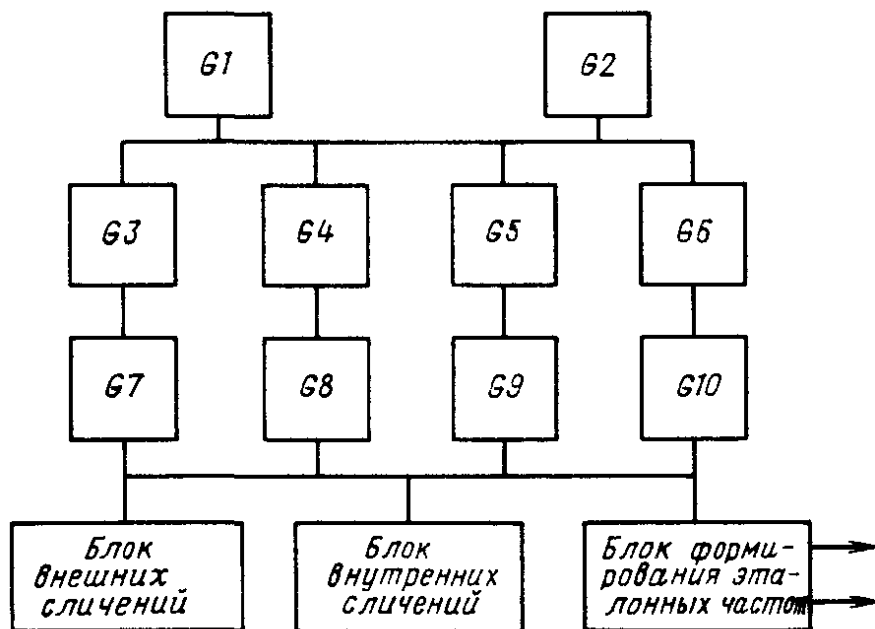


Рис. 9.2

структурная схема эталона показана на рис. 9.2. С помощью двух цезиевых генераторов  $G1$  и  $G2$  с относительной погрешностью  $3 \cdot 10^{-13}$  воспроизводят размер секунды, определяемый как продолжительность  $9,192631770 \cdot 10^9$  колебаний излучений при переходе между линиями сверхтонкой структуры атома  $^{133}\text{Cs}$ , а именно невозмущенный переход  $F=4, m_F=0 \rightarrow F=3, m_F=0$  основного состояния  $^2S_{1/2}$ .

По частоте цезиевых генераторов периодически контролируют частоты водородных генераторов  $G3—G6$ . Необходимость введения таких генераторов обусловлена их лучшей долговременной стабильностью частоты по сравнению с цезиевыми генераторами. Средняя нестабильность частоты всей группы водородных генераторов за год не превышает  $5 \cdot 10^{-14}$ , что позволяет долгое время работать без использования цезиевых генераторов.

Для непрерывного хранения времени используют четыре водородных генератора  $G7—G10$  — хранителя частоты. Из них с помощью схемы формирования рабочих шкал выбирают наиболее стабильный генератор-хранитель и формируют эталонные частоты и эталонные временные интервалы, периодически сравниваемые (сличаемые) с системой внутреннего сличения с частотами генераторов-хранителей частоты. Система внешних сличений предназначена для сравнения эталона с другими эталонами. Эталонные сигналы могут передаваться по обычным радиоканалам, с помощью метеорной и спутниковой связи, а также по кабельным линиям. Предусмотрена возможность сличения с перевозимым вторичным эталоном на основе цезиевых генераторов. Частотный диапазон стандарта расширяют с помощью лазеров, синхронизируемых частотами эталона.

### 9.3. ЦИФРОВОЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЙ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ И ПЕРИОДА ПОВТОРЕНИЯ

Временные интервалы задают как отрезок времени между двумя характерными точками, взятыми на временных реализациях двух исследуемых колебаний, поступающих по двум каналам. Иногда измеряют интервалы между характерными точками одного

колебания, в этом случае для формирования начала и конца интервала также требуется два канала. При измерениях задержки сигнала в исследуемом устройстве начало интервала задается самим измерителем временных интервалов. Начало и конец интервала могут задаваться и независимо от прибора.

**Структурные схемы. Основные соотношения.** Структурная схема измерителя временных интервалов показана на рис. 9.3, а. Исследуемые сигналы  $u_{x1}$  и  $u_{x2}$  подводят ко входам формирующих устройств  $A1$  и  $A2$ , состоящих из усилителей и триггеров Шмидта. При достижении сигналами определенных уровней формируются короткие импульсы начала  $u_n$  и конца  $u_k$  интервала. Моменты формирования определяются уровнями формирования  $U_{\phi 1}$  и  $U_{\phi 2}$ , которые устанавливают вручную или автоматически, и погрешностями  $\Delta U_{\phi 1}$  и  $\Delta U_{\phi 2}$ .

Импульсы начала и конца интервала запускают триггер  $T$ , выходное напряжение которого  $u_T$  поступает на вход селектора  $SL$ . К его другому входу подводят счетные импульсы  $u_r$  от генератора  $G$  с кварцевой стабилизацией. Число импульсов  $n$ , прошедших за измеряемый интервал, фиксируется счетчиком  $CT$  и после дешифровки кода счетчика дешифратором  $DC$  отображается на отсчетном устройстве  $HG$ .

Как следует из рис. 9.3, б, измеряемый интервал

$$T_x = nT_0 - \Delta t_n + \Delta t_k + \Delta t_{\phi 1} - \Delta t_{\phi 2} + \Delta t_{31} - \Delta t_{32} = nT_0 - \Delta t_d - \Delta t_{\phi} - \Delta t_3, \quad (9.3)$$

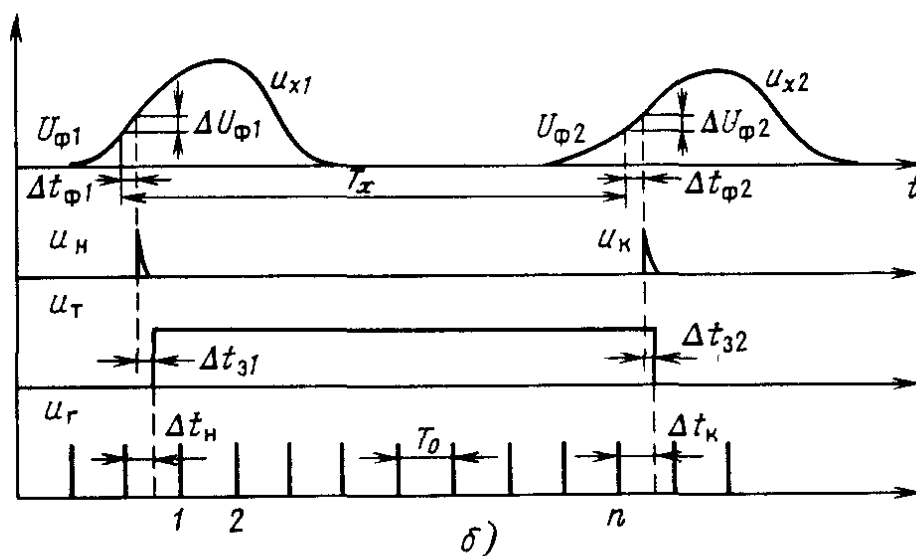
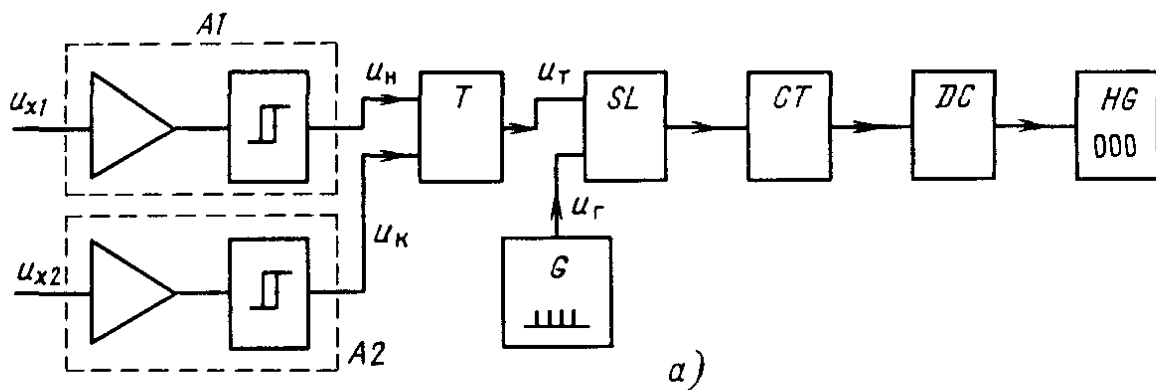


Рис. 9.3

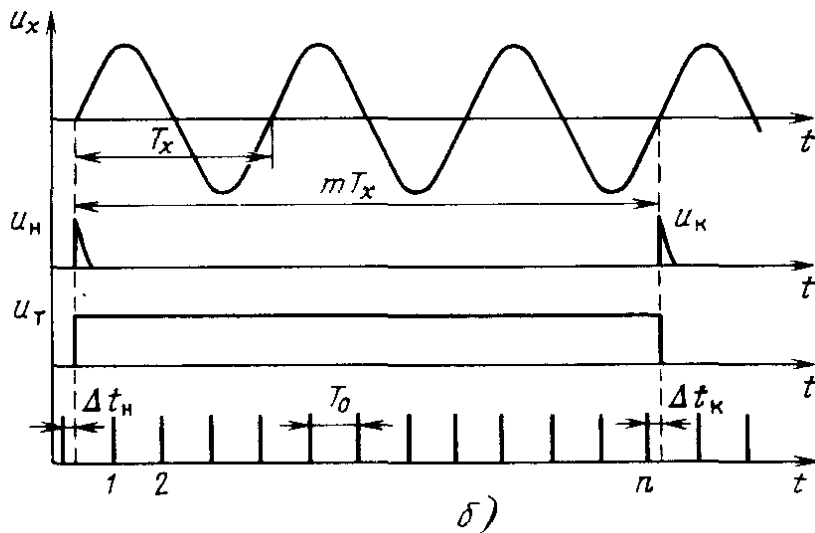
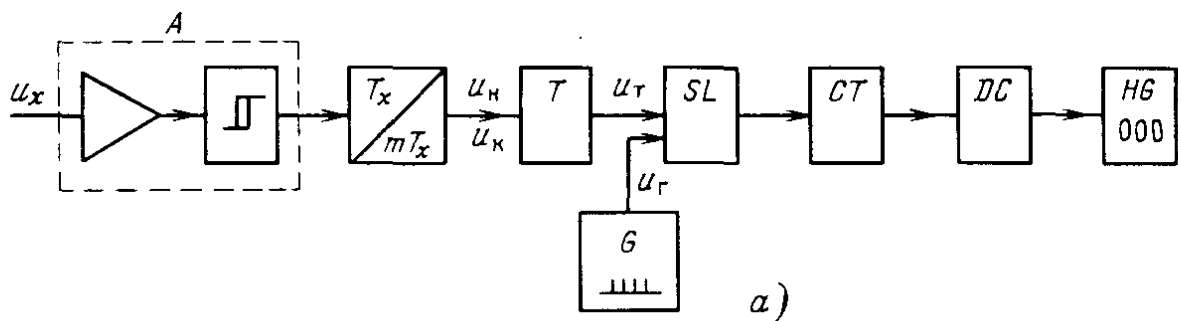


Рис. 9.4

где  $\Delta t_n$  и  $\Delta t_k$  — погрешности дискретизации начала и конца интервала,  $\Delta t_d = \Delta t_n - \Delta t_k$  — общая погрешность дискретизации  $\Delta t_{\phi 1}$  и  $\Delta t_{\phi 2}$  — погрешности, обусловленные взаимным смещением исследуемых напряжений и уровней формирования,  $\Delta t_{\phi} = \Delta t_{\phi 2} - \Delta t_{\phi 1}$ ,  $\Delta t_{z1}$  и  $\Delta t_{z2}$  — погрешности за счет задержки сигнала в каналах,  $\Delta t_z = \Delta t_{z2} - \Delta t_{z1}$ . На рис. 9.3, б эти погрешности условно показаны как временные задержки между импульсами  $u_n$  и  $u_k$  и началом и концом импульса триггера.

Период повторения счетных импульсов выбирают из соотношений  $T_0 = 10^{-k}$  с, где  $k$  — целое число. Так, при  $k = 6$  число импульсов, а следовательно и показание отсчетного устройства, соответствуют временному интервалу, выраженному в микросекундах.

Структурная схема измерителя периода повторения (рис. 9.4, а) отличается от схемы измерителя интервалов тем, что импульсы начала и конца интервала формируются в одном канале. В этот канал вводят делитель частоты, позволяющий в  $m$  раз увеличить измеряемый период (рис. 9.4, б). Коэффициент деления  $m = 10^{-p}$ , где  $p$  — целое число.

На основании рис. 9.4, б с учетом погрешностей  $\Delta t_{\phi}$  и  $\Delta t_z$  получим

$$T_x = (nT_0 - \Delta t_d - \Delta t_{\phi} - \Delta t_z) / m. \quad (9.4)$$

**Погрешности измерений.** Как следует из (9.3), погрешность измерений временных интервалов

$$\Delta T_x = n\Delta T_0 - \Delta t_d - \Delta t_\phi - \Delta t_3, \quad (9.5)$$

где  $\Delta T_0$  — погрешность воспроизведения генератором счетных импульсов периода повторения  $T_0 = 1/f_0$ ,  $f_0$  — частота генератора.

Относительная погрешность измерений

$$\delta T_x = \delta T_0 - \Delta t_d/T_x - \Delta t_\phi/T_x - \Delta t_3/T_x.$$

Относительная погрешность  $\delta T_0$  воспроизведения частоты генератора счетных импульсов в основном проявляется как медленный уход частоты вследствие старения кварца. Эта погрешность имеет преимущественно систематический характер и задается допускаемыми пределами  $\delta_{опг}$ , приводимыми в паспортных данных. Эта погрешность увеличивается с ростом временного интервала после выпуска прибора или его поверки.

Погрешность дискретизации рассмотрена в гл. 2. Показано, что она имеет случайный характер с СКО  $\sigma_d = T_0/\sqrt{6}$ . Предельная погрешность дискретизации составляет  $T_0$ , а ее относительное значение  $\delta_{пд} = 1/n$  обратно пропорционально числу  $n$  зафиксированных импульсов.

Погрешность дискретизации уменьшают путем увеличения частоты  $f_0 = 1/T_0$  счетных импульсов, ее предельное значение определяется быстродействием используемой элементной базы, прежде всего счетчика. В выпускаемых промышленностью приборах частота  $f_0$  лежит в пределах 10...500 МГц.

Погрешность  $\Delta t_\phi$  обусловлена двумя факторами: смещениями  $\Delta U_{ур1}$  и  $\Delta U_{ур2}$  уровней формирования в каналах и шумовыми напряжениями  $u_{ш1}$  и  $u_{ш2}$ , воздействующими на входы. Рассмотрим

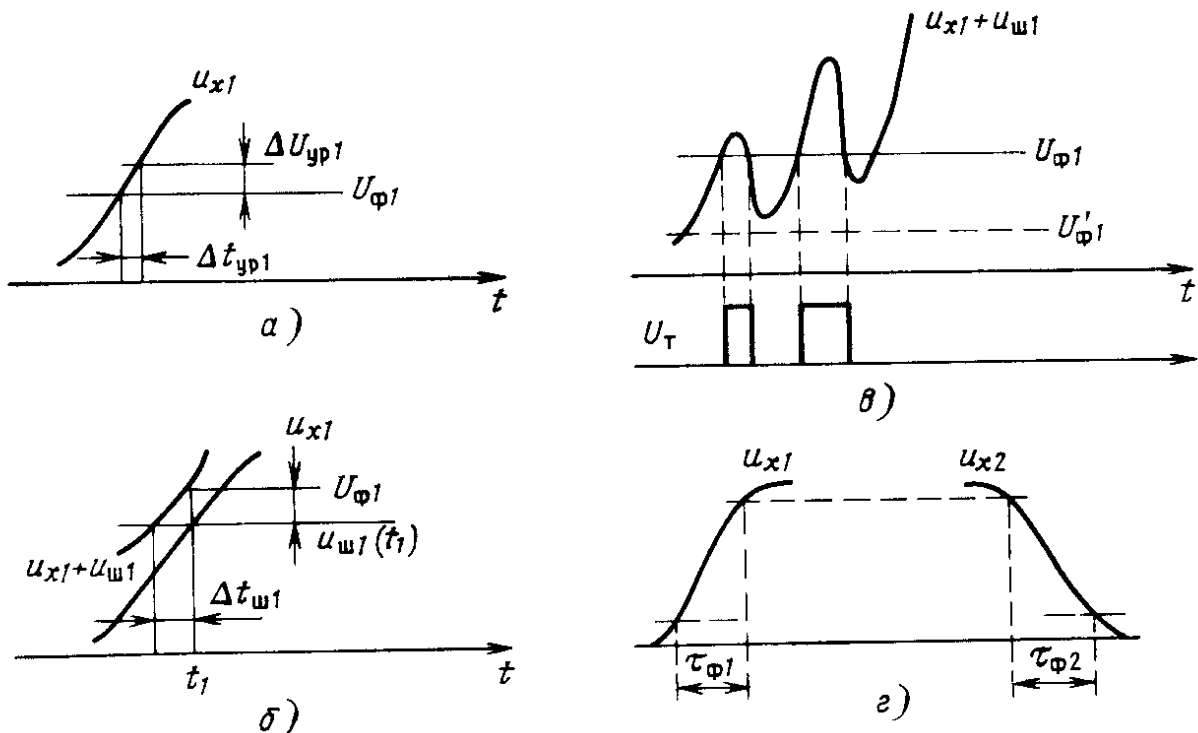


Рис. 9.5

сначала погрешность в первом канале. Предположим, что смещение  $\Delta U_{yp1}$  мало, тогда согласно рис. 9.5, а, получим

$$\Delta t_{yp1} = \Delta U_{yp1} / (du_{x1}/dt).$$

В большинстве случаев смещение в основном определяется медленным дрейфом уровня формирования и погрешность  $\Delta t_{yp1}$  имеет преимущественно систематический характер.

Погрешность под влиянием шумозого напряжения оценивают соотношением

$$\Delta t_{ш1} = u_{ш1}(t_1) / (du_{x1}/dt),$$

полученным согласно рис. 9.5, б. Соотношение справедливо при выполнении двух условий. Первое заключается в малости шума, а второе состоит в том, что скорость изменений шумового напряжения должна быть малой по сравнению со скоростью изменений напряжения вблизи уровня формирования:

$$\sigma'_{ш1} \ll |du_{x1}/dt|,$$

где

$$\sigma'_{ш1} = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S(\omega) d\omega \right)^{1/2}$$

— СКО производной шумового напряжения,  $S(\omega)$  — энергетический спектр шума.

Если перечисленные условия не выполняются, то в формирующем устройстве может получиться несколько пересечений уровня формирования (рис. 9.5, в) и возникнут ложные запуски триггера Шмидта. Для устранения повторных запусков используют формирующие устройства с большим гистерезисом. Так, повторные запуски исключаются, если уровень формирования  $U'_{\phi1}$ , при котором триггер переводится в исходное состояние при уменьшающемся напряжении, выбрать немного меньше уровня  $U_{\phi1}$ .

Общая погрешность, учитывающая влияния обоих каналов,

$$\Delta t_{\phi} = (\Delta u_{\phi2} + u_{ш2}) / \frac{du_{x2}}{dt} - (\Delta u_{\phi1} + u_{ш1}) / \frac{du_{x1}}{dt}.$$

Погрешность можно вычислить по известным характеристикам дестабилизирующих факторов, например по скорости ухода уровней формирования и СКО шумовых напряжений. Если уход содержит флуктуационную составляющую, то ее суммируют с шумом на входе и рассматривают общее шумовое напряжение — приведенный ко входу шум.

При расчете СКО погрешности, обусловленной шумом, в дальнейшем будем считать, что шумовые напряжения в начале и в конце интервала статистически независимы, а следовательно, и независимы погрешности  $\Delta t_{ш1}$  и  $\Delta t_{ш2}$ .

Погрешности за счет запаздывания имеют преимущественно систематический характер, а их значения зависят от элементной базы и могут составлять от единиц до десятков наносекунд. При идентичных каналах эти погрешности в значительной мере компенсируются и в дальнейшем рассматриваться не будут.

В выпускаемых промышленностью приборах перечисленные погрешности отдельно не учитывают, а оценивают пределы допустимой погрешности. Как это следует из рис. 9.5, г, суммарная погрешность (за исключением погрешности дискретности), обусловленная всеми факторами, влияющими на уровень формирования, в наихудшем случае не может превышать предельного значения  $\Delta t_n = 0,5(\tau_{\phi 1} + \tau_{\phi 2})$ , где  $\tau_{\phi 1}$  и  $\tau_{\phi 2}$  — длительности фронтов импульсных напряжений в каналах.

Предел допустимой погрешности измерений временного интервала

$$\Delta_{\text{оп}T} = \delta_{\text{оп}f} T_x + T_0 + 0,5(\tau_{\phi 1} + \tau_{\phi 2}), \quad (9.6)$$

где  $\delta_{\text{оп}f} = \delta_{\text{оп}T}$ .

**Пример 9.1.** Пусть требуется измерить период повторения гармонического колебания  $u_x = U_m \cos 2\pi f t$ , где  $U_m = 1$  В;  $f = 1$  кГц. Вместе с колебаниями на вход триггера Шмидта воздействует шумовое напряжение со СКО  $\sigma_{\text{ш}} = 0,1$  мВ. Определим СКО результатов измерений, вызванное дискретностью счета и влиянием шумов. Период повторения счетных импульсов  $T_0 = 100$  нс, коэффициент деления делителя частоты  $n = 1$ .

Среднее квадратическое отклонение погрешности дискретизации  $\sigma_d = 100\sqrt{6} = 44$  нс. Для расчета погрешности за счет шума вычислим производную  $du_x/dt$  в точках формирования импульсов начала и конца интервала. Пусть эти импульсы формируются при пересечении косинусоидой уровня  $U_{\phi} = 10$  мВ, тогда  $du_x/dt \approx U_m 2\pi f$ .

Общая погрешность складывается из двух слагаемых, возникающих при формировании импульсов  $u_n$  и  $u_k$ . Поскольку средние квадратические отклонения слагаемых одинаковы и равны  $\sigma_{\text{ш}}$ , а значения шумового напряжения в моменты формирования можно считать статистически независимыми, то среднее квадратическое значение погрешности  $\Delta t_{\phi}$  составит

$$\sigma_{\phi} = \sigma_{\text{ш}} \sqrt{2} / U_m 2\pi f \approx 22,5 \text{ нс.}$$

Общая погрешность при однократном измерении  $\sigma_T = \sqrt{\sigma_d^2 + \sigma_{\phi}^2} = 49$  нс.

Как это следует из примера, погрешность за счет шума может доминировать и ограничивать точность измерений. Даже при большом отношении сигнал-шум  $q = U_m / \sqrt{2}\sigma = 0,707 \cdot 10^4$ , что соответствует 77 дБ, шумовая погрешность все же значительна.

**Измерения с многократными наблюдениями как способ уменьшения погрешности дискретизации.** Погрешность дискретизации, органически связанная с самой методикой измерений, определяет предельные возможности электронно-счетных изме-



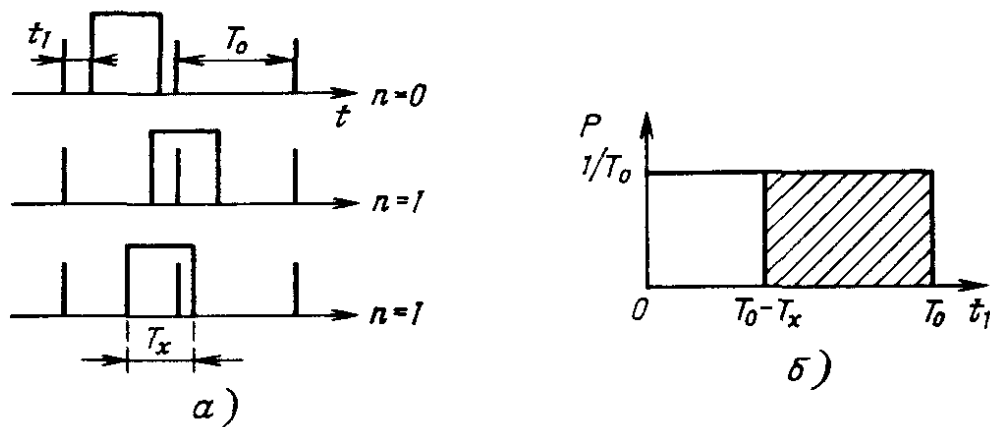


Рис. 9.6

рителей временных интервалов. Поэтому в дальнейшем будут рассмотрены различные методы уменьшения этой погрешности. Наиболее простой способ заключается в проведении измерений с многократными наблюдениями.

Рассмотрим сначала случай, когда  $T_x < T_0$ . Как следует из рис. 9.6, а, при этом измеряемый интервал может занимать различные положения относительно последовательности счетных импульсов, а показания счетчика могут быть 0 или 1. Пусть положение фронта импульса относительно счетных импульсов случайно и в пределах периода  $T_0$  счетных импульсов подчинено равномерному закону (рис. 9.6, б). Тогда счетчик зафиксирует 1, если смещение  $t_1$  лежит от  $T_0 - T_x$  до  $T_0$ . Следовательно, вероятность появления одного импульса  $P_1 = P\{T_0 - T_x \leq t_1 \leq T_0\} = T_x/T_0$ , и по экспериментально полученной оценке вероятности можно оценить интервал  $T_x$ .

Как следует из рис. 9.6, а, результат каждого измерения — дискретная случайная величина  $y$  — может принимать значения  $y_1 = 1$  с вероятностью  $P_1$  и  $y_2 = 0$  с вероятностью  $1 - P_1$ .

Пусть в результате  $n$  опытов счетчик  $m$  раз зафиксировал 1 и  $n - m$  раз 0. Оценка  $\hat{P}_1$  вероятности  $P_1$  определяется по относительной частоте повторения появления единицы:

$$\hat{P}_1 = \frac{m}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i,$$

где  $y_i$  — показание счетчика (0 или 1), полученное в  $i$ -м опыте.

По дисперсии  $\sigma_{P_1}^2$  оценки  $\hat{P}_1$  можно найти погрешность дискретности при многократных измерениях:  $\sigma_{\hat{P}_1}^2 = \sigma_{P_1}^2 T_0^2$ . Из (3.22) следует, что  $\sigma_{P_1}^2 = \sigma_y^2 / n$ . Дисперсию случайной величины  $y$  рассчитаем по известному из теории вероятностей соотношению

$$\sigma_y^2 = \sum_{k=1}^2 (y_k - \bar{y})^2 P_k,$$

где  $y_1=1$ ,  $y_2=0$ . Подставив сюда  $\bar{y}=P_1$ , после вычислений получим  $\sigma_y^2=P_1(1-P_1)$ , откуда

$$\sigma_d = T_0 [P_1(1-P_1)/n]^{1/2}.$$

Эта погрешность зависит от измеряемого интервала и достигает максимального значения  $0,5T_0/\sqrt{n}$  при  $T_x=0,5T_0$ .

Метод применяют и при измерении больших временных интервалов. При этом счетчик фиксирует  $p$  или  $p+1$  импульсов, и

$$T_x = (p + P_{p+1})T_0,$$

где  $P_{p+1}$  — вероятность появления  $p+1$  импульсов, оцениваемая по относительной частоте повторения аналогично рассмотренному случаю. Погрешность дискретизации

$$\sigma_d = T_0 [P_{p+1}(1-P_{p+1})/n]^{1/2}. \quad (9.7)$$

Таким образом, СКО погрешности дискретизации уменьшается как  $1/\sqrt{n}$  с ростом числа наблюдений, если сдвиг  $t_1$  случаен и подчинен равномерному закону с пределами  $0...T_0$ . На практике случайный сдвиг создают посредством временной импульсной модуляции счетных импульсов по случайному закону с помощью специального модулятора, вводимого в прибор.

#### 9.4. НОНИУСНЫЙ МЕТОД

Многokратные наблюдения, проводимые для уменьшения погрешности дискретности, значительно увеличивают продолжительность измерений. Известны методы интерполяции, с помощью которых можно уменьшать погрешность дискретности без значительного увеличения времени измерений. Эти методы основаны на использовании цифровой или аналоговой техники.

Нониусный метод позволяет уменьшать обе составляющие погрешности дискретности: погрешность начала интервала и погрешность конца интервала и может быть реализован разными способами.

**Структурная схема измерителя.** Импульс начала  $u_n$  измеряемого интервала поступает на вход генератора счетных импульсов  $G1$  и запускает его (рис. 9.7, а). Импульсы с периодом повторения  $T_0$  с выхода генератора поступают на счетчик  $CT1$ , фиксирующий их число  $n$  (рис. 9.7, б). Импульс конца интервала  $u_k$  запускает генератор нониусных импульсов  $G2$ , число нониусных импульсов  $k$  фиксируется счетчиком  $CT2$ . Период повторения нониусных импульсов  $T_n < T_0$ , поэтому каждый импульс нониусной последовательности запаздывает относительно счетных импульсов. Импульсы обеих последовательностей подводят к схеме совпадения  $D1$ , на выходе которой возникает импульс только при одновременном приходе счетного и нониусного импульсов. Выходной импульс

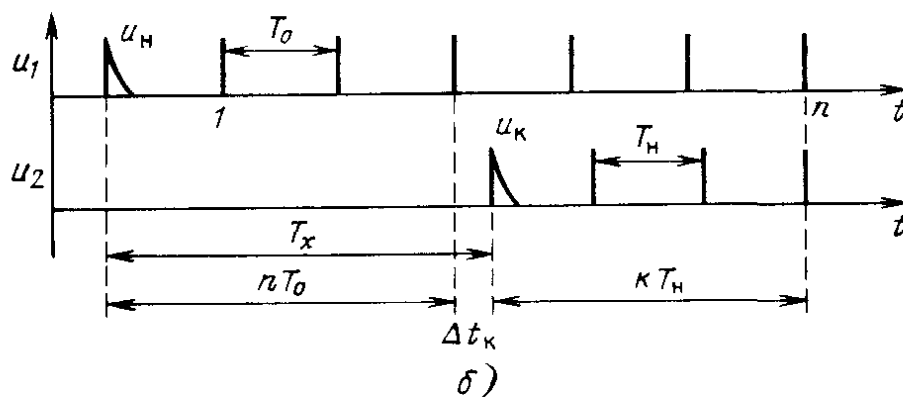
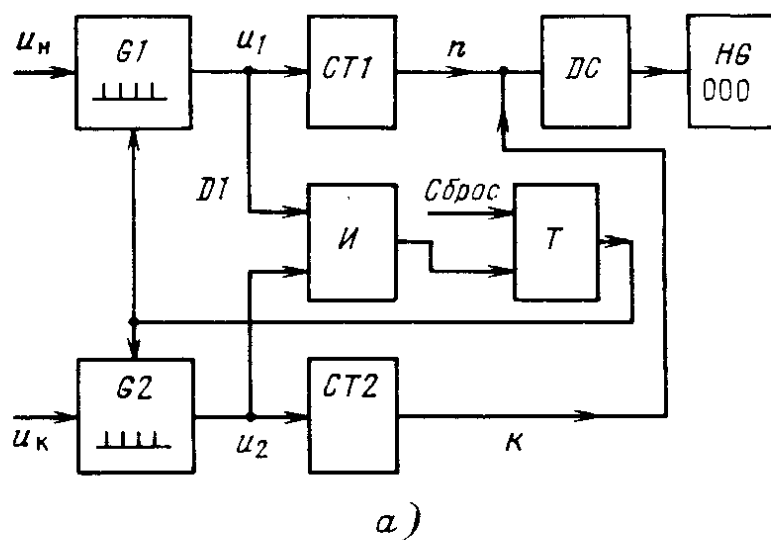


Рис. 9.7

схемы совпадения воздействует на триггер  $T$ , останавливающий оба генератора, и свидетельствует об окончании преобразования. В исходное состояние триггер возвращают импульсом сброса.

Коды чисел импульсов  $n$  и  $k$ , зафиксированных счетчиками, после дешифровки поступают к отсчетному устройству  $HG$ .

Следует иметь в виду, что используемые в измерителе генераторы должны обеспечивать временную привязку нулевого импульса генерируемых последовательностей к запускающим импульсам. Такую привязку нельзя осуществить в высокостабильных кварцевых генераторах. В нониусных преобразователях обычно применяют рециркуляционные генераторы (рис. 9.8).

Запускающий генератор импульс, например  $u_n$ , проходит последовательно схему ИЛИ и И и через согласованную на выходе линию задержки попадает на вход схемы ИЛИ. Если обе схемы пропускают импульс, то процесс периодически повторяется, и на выходе схемы появляется последовательность импульсов с периодом повторения

$$T = T_3 + T_{зл},$$

где  $T_3$  и  $T_{зл}$  — задержки импульса в линии задержки и в вентилях логических схем. Колебания прекращаются, если ко входу схемы И подвести импульс  $u_k$ , превышающий по длительности период

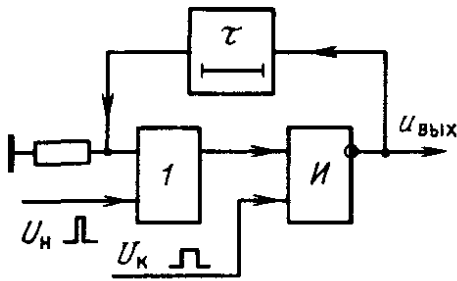


Рис. 9.8

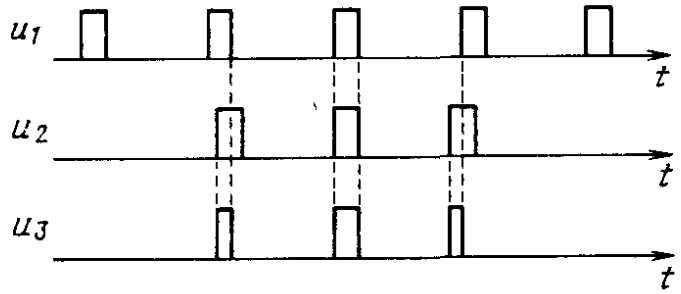


Рис. 9.9

повторения. Относительная нестабильность периода повторения таких генераторов зависит от непостоянства задержек и составляет  $10^{-3} \dots 10^{-4}$ .

**Основные соотношения.** Как следует из рис. 9.7, б, при отсутствии нониусного преобразования погрешность дискретизации составила бы  $\Delta t_k$ , а результат

$$T_x = (n - \kappa)T_0 + \Delta t_k.$$

Из рис. 9.7 также следует, что

$$\Delta t_k = \kappa T_0 - \kappa T_n + \Delta t_{\text{дн}} = \kappa(T_0 - T_n) + \Delta t_{\text{дн}},$$

где  $\Delta t_{\text{дн}}$  — погрешность дискретизации нониусного преобразования, обусловленная неточным совпадением импульсов.

Таким образом, результат измерений

$$T_x = nT_0 - \kappa T_n + \Delta t_{\text{дн}}. \quad (9.8)$$

Период повторения нониусных импульсов выбирают из соотношения  $T_n = (p - 1)T_0/p$ , где обычно  $p = 10$  или  $100$ . С учетом этого условия

$$T_x = (n - \kappa)T_0 + \kappa T_0/p + \Delta t_{\text{дн}}. \quad (9.9)$$

Отношение  $T_0/p$ , определяющее шаг дискретизации преобразования, называют шагом нониуса.

**Погрешности.** Как следует из (9.9), абсолютная погрешность

$$\Delta T_x = n\Delta T_0 - \kappa\Delta T_n + \Delta t_{\text{дн}} \quad (9.10)$$

зависит от абсолютного значения нестабильности частот генераторов и от погрешности дискретизации.

Погрешности  $\Delta T_0$  и  $\Delta T_n$  в основном определяются непостоянством температуры, имеют преимущественно систематический характер и могут быть оценены для конкретных условий эксперимента.

Погрешность  $\Delta t_{\text{дн}}$  зависит от характера совпадений импульсов. Если совпадает только одна пара импульсов, то погрешность случайна и подчинена равномерному закону в пределах  $\pm T_0/2p$ . Если же совпадает несколько пар, то появляется значительная систематическая погрешность. Для ее уменьшения (рис. 9.9) с по-

мощью специальной схемы можно сформировать пачку импульсов  $U_3$ , соответствующих полученным совпадениям, значение  $k$  отсчитывают по среднему импульсу пачки.

**Пример 9.2.** Пусть получено показание нониусного измерителя временного интервала  $T_x = 3440$  нс. Период счетных импульсов  $T_0 = 100$  нс,  $p = 10$ , следовательно, шаг нониуса  $T_0/p = 10$  нс,  $T_n = 90$  нс,  $n = 38$ ,  $k = 4$ . Определим погрешность измерений, если генераторы счетных и нониусных импульсов выполнены по схемам с рециркуляцией. Задержки в линиях задержки составляют 95 и 85 нс, задержки в интегральных схемах — 10 нс. Относительные температурные нестабильности задержек в линиях задержки и интегральных схемах составляют  $10^{-4}/^\circ\text{C}$  и  $10^{-3}/^\circ\text{C}$  соответственно. Температура меняется на  $10^\circ\text{C}$  относительно номинального значения.

Оценим две основные составляющие погрешности: погрешность дискретизации и температурную погрешность. Предельное значение погрешности дискретизации  $\Delta t_{\text{дп}} = T_0/2p = 5$  нс, а ее СКО 2,9 нс.

Изменение температуры вызывает систематическую погрешность измерений интервала. Для ее расчета оценим сначала систематические погрешности  $\theta_{T_0}$  и  $\theta_{T_n}$  воспроизведения периодов повторения  $T_0$  и  $T_n$ . В генераторе с рециркуляцией систематическая погрешность периода повторения  $\theta = \theta_{T_3} + \theta_{T_{3л}}$ , где  $\theta_{T_3}$  и  $\theta_{T_{3л}}$  — температурные погрешности задержки в кабеле и в интегральных схемах. Следовательно, систематические погрешности

$$\theta_{T_0} = 95 \cdot 10^{-4} \cdot 10 - 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 0,045 \text{ нс. } \theta_{T_n} = 85 \cdot 10^{-4} \cdot 10 - 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 0,035 \text{ нс}$$

Как следует из (9.10), систематическая погрешность измерения периода  $\theta_{T_x} = n\theta_{T_0} - k\theta_{T_n} = 38 \cdot 0,045 - 4 \cdot 0,035 = 1,57$  нс. Такое значение вполне допустимо, поскольку оно значительно меньше погрешности дискретизации.

## 9.5. АНАЛОГОВЫЕ МЕТОДЫ ИНТЕРПОЛЯЦИИ

Погрешность дискретизации уменьшают и аналоговыми методами. Они заключаются в расширении интервала в целое число раз и в измерении расширенного интервала. Расширители чаще всего строят, используя заряд и разряд конденсатора с разной скоростью, расширенный интервал измеряют электронно-счетным методом.

**Расширитель с пилообразным напряжением.** Упрощенная схема расширителя приведена на рис. 9.10, а. В начальном состоянии ключ разомкнут, через диод протекает постоянный ток  $I_1$  от специального источника, а напряжение на конденсаторе  $u_C = 0$ . Под действием импульса  $i_n$  начала интервала на выходе триггера  $T$  формируется импульс, под действием которого замыкается электронный ключ. С этого момента к конденсатору подключается ток  $I_2 > I_1$ , и напряжение на конденсаторе начинает уменьшаться по закону  $u_C = -(I_2 - I_1)t/C$  (рис. 9.10, б). По окончании импульса  $T_x$  напряжение на конденсаторе  $U_{C1} = -(I_2 - I_1)T_x/C$ . Под

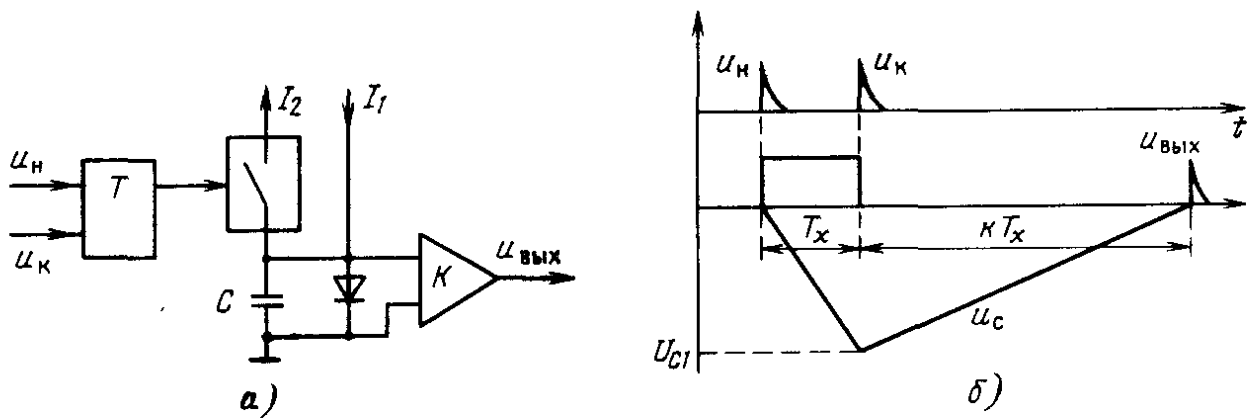


Рис. 9.10

действием импульса  $u_k$  конца интервала ключ замыкается, и конденсатор начинает заряжаться током  $I_2$  до тех пор, пока напряжение на нем не достигнет нулевого уровня. При этом на выходе компаратора возникнет перепад напряжения, из которого формируется импульс выходного напряжения  $u_{\text{ВЫХ}}$ . Из условия  $U_{C1} + I_1 T'_x / C = 0$  следует  $T'_x = T_x (I_2 - I_1) / I_1$ . Отношение  $(I_2 - I_1) / I_1$  выбирают равным целому числу  $k$ . Следовательно, интервал  $T'_x$  между импульсами  $u_k$  и  $u_{\text{ВЫХ}}$  оказывается равным  $kT_x$ .

Погрешности расширителя зависят от непостоянства токов задержек в элементах схемы, непостоянства порога срабатывания компаратора и начального напряжения на конденсаторе. При малых интервалах существенна погрешность, вызванная влиянием нелинейных емкостей элементов электронной схемы и паразитных параметров. Обычно сильно проявляется нелинейность на начальном участке формируемого напряжения.

**Измеритель временных интервалов с интерполяцией.** В измерителях временных интервалов и периода повторения с несинхронизированными с началом интервала счетными импульсами необходимо уменьшать две составляющие погрешности дискретности:  $\Delta t_n$  в начале интервала и  $\Delta t_k$  в конце интервала (рис. 9.11). Соответствующие этим погрешностям интервалы увеличивают в  $k$  раз, а расширенные интервалы измеряют, заполняя их счетными импульсами.

При малых значениях интервалов сильно проявляется погрешность расширителя, обусловленная нелинейностью начального участка пилообразного напряжения. Поэтому на практике прибегают к расширению интервалов большой протяженности, например  $T_{x1} = 2T_0 - \Delta t_n$  и  $T_{x2} = 2T_0 - \Delta t_k$ , которые не могут быть меньше  $T_0$  (рис. 9.11).

Как следует из рис. 9.11,  $T_x = nT_0 + T_{x1} - T_{x2}$ . Расширенные интервалы  $kT_{x1}$  и  $kT_{x2}$  измеряют цифровым методом с помощью двух каналов, содержащих селекторы и счетчики. Временные диаграммы напряжений  $u_{C1}$  и  $u_{C2}$  на входе счетчиков показаны на рис. 9.11. Расширенные интервалы  $k_1 T_{x1} = n_1 T_0 + \Delta t_{k1}$ ;  $k_2 T_{x2} = n_2 T_0 + \Delta t_{k2}$ , где  $k_1$  и  $k_2$  — коэффициенты расширения;  $n_1$  и  $n_2$  —

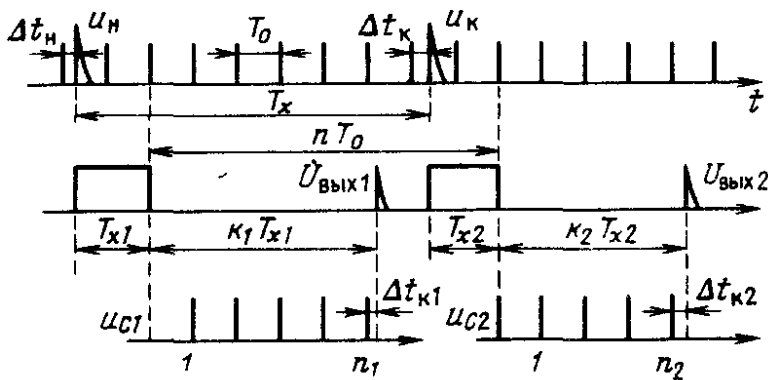


Рис. 9.11

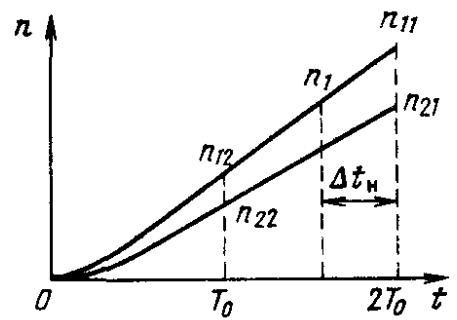


Рис. 9.12

числа счетных импульсов, заполнивших расширенные интервалы;  $\Delta t_{k1}$  и  $\Delta t_{k2}$  — погрешности дискретизации измерения расширенных интервалов.

Измеряемый интервал

$$T_x = nT_0 + (n_1T_0 + \Delta t_{k1})/\kappa_1 - (n_2T_0 + \Delta t_{k2})/\kappa_2. \quad (9.11)$$

Если коэффициенты расширения одинаковы, то  $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$  и

$$T_x = T_0[n + (n_1 - n_2)/\kappa + (\Delta t_{k1} - \Delta t_{k2})/\kappa]. \quad (9.12)$$

Погрешности дискретизации  $\Delta t_{k1}$  и  $\Delta t_{k2}$  подчинены равномерным законам с пределами  $0 \dots T_0$ , следовательно, разность  $\Delta t_{k1} - \Delta t_{k2}$  подчинена треугольному закону с пределами  $-T_0 \dots T_0$ . Предельная погрешность дискретизации составляет  $T_0/\kappa$ , что в  $\kappa$  раз меньше, чем в обычном измерителе интервалов.

Коэффициент расширения в существующих приборах составляет 128 или 256, его дальнейшее увеличение нецелесообразно из-за резко возрастающего влияния погрешностей расширителей временных интервалов. Систематические составляющие этих погрешностей существенно влияют на результат даже при умеренных коэффициентах расширения, поэтому в приборах с интерполяцией предусмотрена автоматическая калибровка расширителей.

Учитывая, что реальные интервалы  $2T_0 - \Delta t_n$  и  $2T_0 - \Delta t_k$  могут меняться от  $T_0$  до  $2T_0$ , калибруют только эти участки, на которых зависимости числа счетных импульсов от интервала (рис. 9.12) можно считать линейными. Калибровка заключается в измерении чисел счетных импульсов  $n_{11}$  и  $n_{12}$  в первом канале и  $n_{21}$  и  $n_{22}$  во втором канале для поочередно задаваемых расширяемых интервалов протяженностью  $T_0$  и  $2T_0$  по программе, заложенной в микропроцессорную систему.

Как следует из рис. 9.12, при измерении расширенного интервала в первом канале число счетных импульсов  $n_1 = n_{12} + (n_{11} - n_{12})(T_0 - \Delta t_n)/T_0$ . Аналогично во втором канале  $n_2 = n_{22} + (n_{21} - n_{22})(T_0 - \Delta t_k)/T_0$ , отсюда  $\Delta t_d = \Delta t_n - \Delta t_k = n_1/\kappa_1 - n_2/\kappa_2 - \Delta n$ , где  $\kappa_1 = n_{11} - n_{12}$ ;  $\kappa_2 = n_{21} - n_{22}$ ;  $\Delta n = n_{12}/\kappa_1 - n_{21}/\kappa_2$ ;  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  и  $\Delta n$  вычисляют по результатам калибровки и хранят в ОЗУ.

Коэффициенты  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  и  $\Delta n$ , а также результат измерений

$$T_x = T_0(n + n_1/\kappa_1 + n_2/\kappa_2 - \Delta n) \quad (9.13)$$

вычисляют автоматически с помощью микропроцессорной системы.

## 9.6. ЦИФРОВОЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ЧАСТОТЫ

Этот метод получил наибольшее распространение, на его основе построена большая часть выпускаемых промышленностью частотомеров. Как правило, в цифровых частотомерах предусмотрена возможность измерений не только частоты, но и периода повторения и временных интервалов. Некоторые приборы могут измерять и другие параметры сигналов и цепей, предварительно преобразовав их во временной интервал или в частоту. Таким образом, частотомеры являются хорошей основой для построения многофункциональных приборов,

**Структурная схема. Основные соотношения.** Упрощенная структурная схема частотомера приведена на рис. 9.13, а. Исследуемый сигнал поступает на устройство формирования  $A$ , состоящее из усилителя-ограничителя и релаксационного генератора, формирующего короткие счетные импульсы  $u_{сч}$  (рис. 9.13, б). Импульсы подводят к одному из входов селектора  $SL$ . К другому входу подводят импульс  $u_T$  длительности  $mT_0$  с выхода триггера  $T$ . Импульс формируют из последовательности коротких импульсов с выхода генератора  $G$  путем деления частоты повторения делителем частоты.

За время измерений  $mT_0$  селектор пропускает счетные импульсы на вход счетчика  $CT$ , фиксирующего их число  $n$ . После дешифровки дешифратором  $DC$  число  $n$  отображается на отсчетном устройстве  $HG$ .

Из рис. 9.14, б следует, что

$$mT_0 = nT_x - \Delta t_d. \quad (9.14)$$

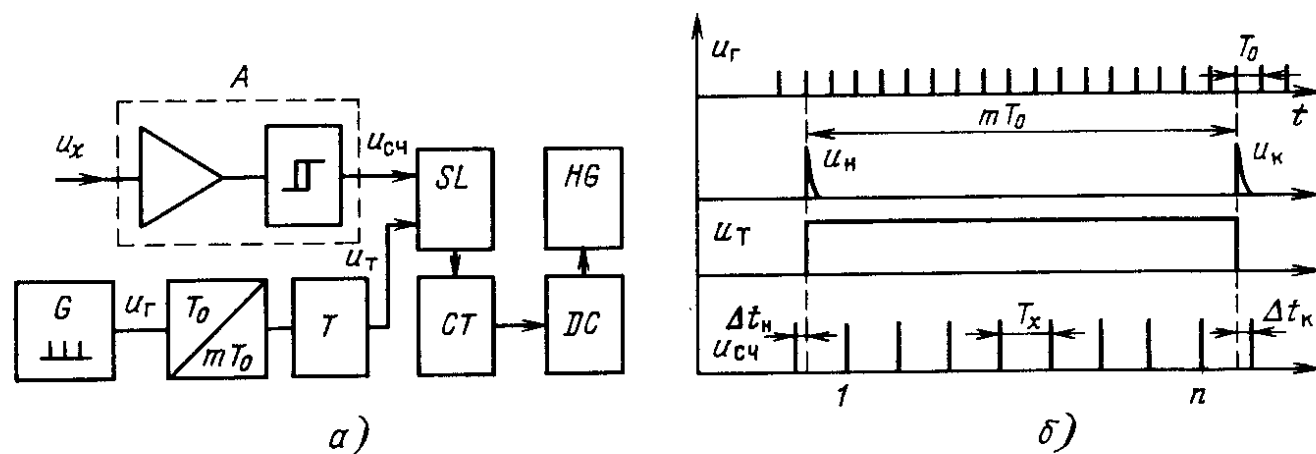


Рис. 9.13



Пренебрегая погрешностями, получаем  $mT_0 = nT_x$  или

$$f_x = nf_0/m, \quad (9.15)$$

откуда следует, что измеряемая частота  $f_x$  пропорциональна числу  $n$  зафиксированных счетчиком импульсов.

Частота повторения импульсов  $f_0 = 1/T_0$  обычно составляет 10 или 100 МГц, поэтому выбором коэффициента деления  $m$  получают отсчет измеряемой частоты в выбранных единицах. Например, если  $f_0 = 10$  МГц и  $m = 10$ , то отображенное на отсчетном устройстве число  $n$  будет соответствовать частоте  $f_x$ , выраженной в мегагерцах.

Цифровые методы измерений частоты и периода имеют много общего. Разница заключается лишь в том, что в первом случае время измерений формируют из  $m$  измеряемых периодов и заполняют его счетными импульсами, а во втором случае время измерений формируют из  $m$  периодов сигнала кварцевого генератора и заполняют его импульсами с неизвестным периодом. Поэтому схемы частотомера (см. рис. 9.13) и измерителя периода повторения (см. рис. 9.4) имеют сходную структуру, допускающую путем простой коммутации реализацию разных режимов измерений.

**Погрешности измерений.** Как следует из (9.14),  $T_x = (mT_0 - \Delta t_d)/n$ , откуда

$$\Delta T_x = (m\Delta T_0 - \Delta t_d)/n \quad \text{и} \quad \frac{\Delta T_x}{T_x} = \frac{\Delta T_0}{T_0} - \frac{\Delta t_d}{nT_x}.$$

Относительная погрешность измерений частоты

$$\delta_{f_x} = -\delta_{T_x} = -\delta_{T_0} + \frac{\Delta t_d}{nT_x}. \quad (9.16)$$

Здесь первое слагаемое характеризует влияние на погрешность нестабильности частоты кварцевого генератора, а второе — погрешность дискретизации.

Относительная погрешность  $\delta_{T_0} = -\delta_{f_0}$  имеет преимущественно систематический характер и, как и в измерителе временных интервалов, определяется долговременной нестабильностью частоты кварцевого генератора.

Предельная относительная погрешность дискретизации

$$\delta_{дп} = \frac{T_x}{nT_x} = \frac{1}{f_x T_n} = \frac{1}{n}, \quad (9.17)$$

где  $T_n = mT_0$  — время измерений, устанавливаемое органами регулировки прибора. Заметим, что относительная погрешность измерений, как и в цифровом измерителе временных интервалов, обратно пропорциональна числу зафиксированных импульсов.

Кроме указанных причин, на погрешность влияют шумы в каналах формирования интервала  $mT_0$  и счетных импульсов, прояв-

ляющиеся во временной модуляции импульсов по случайному закону.

Для обычно встречающихся на практике сигналов с большим отношением сигнал-шум случайные сдвиги счетных импульсов составляют малую долю периода  $T_x$  и вносят пренебрежимо малую погрешность по сравнению с погрешностью дискретизации.

Временная модуляция фронта импульса триггера может быть следствием нестабильности задержек в делителе частоты. Временная привязка фронтов импульса триггера к счетным импульсам позволит свести временную модуляцию к пренебрежимо малым значениям. Таким образом, как правило, при измерении частоты в отличие от измерения периода повторения шумовую погрешность можно не учитывать.

**Пример 9.3.** Пусть частотомером измерена частота, составляющая приблизительно 80 МГц. Емкость счетчика частотомера  $n_{сч} = 10^7$ ;  $f_0 = 10$  МГц. Допускаемые пределы относительной долговременной нестабильности частоты генератора не превышает  $\delta_{оп} = 10^{-8}$ .

Определим сначала время измерений, обеспечивающее минимальную погрешность дискретизации. Очевидно, что время измерений следует выбрать максимально возможным, при котором счетные импульсы полностью заполняют все декады младших разрядов счетчика и частично — декаду старшего разряда. Для заполнения счетными импульсами с периодом повторения  $T_x = 1/f_x$  всех декад счетчика потребовался бы интервал времени  $10^7 \cdot T_x = 1,2$  с. Поскольку нельзя допустить заполнения счетчика, то необходимое время измерений  $T_{и} = mT_0 = 1$  с, откуда коэффициент деления  $m = 10^7$ .

Оценим теперь инструментальную погрешность прибора. Предельная погрешность, обусловленная долговременной нестабильностью частоты, согласно (9.16)  $\theta_{нф} = \delta_{оп} f_x = f_x \cdot 10^{-8} = 0,8$  Гц. Предельная погрешность дискретизации  $\Delta_{дп} = 1/mT_0 = 1$  Гц.

**Измерение частоты по периоду повторения.** Относительная погрешность дискретизации  $\delta_{дп} = 1/f_x T_{и}$  измерения частоты при заданном времени измерений резко возрастает при уменьшении частоты. В результате измерение малых частот оказывается неэффективным, и в этом случае переходят к измерению периода повторения: формируют временной интервал  $mT_x$  и заполняют его счетными импульсами с известным периодом повторения  $T_0$ . При этом  $mT_x = nT_0 - \Delta t_{д}$ , откуда  $T_x = (nT_0 - \Delta t_{д})/m$ . Число  $n$  в данном случае пропорционально периоду повторения, а измеряемая частота  $f_x = 1/T_x = m/nT_0$ .

Предел относительной погрешности дискретизации

$$\delta_{дп} = \Delta t_{дп} / mT_x = T_0 / T_{и} = 1/n$$

при заданном времени измерений не зависит от частоты  $f_x$ .

Сравним погрешности дискретизации измерений частоты в режимах ее непосредственного измерения и определения по периоду

повторения. Примем, что измерения выполняются за одинаковое время, например за  $T_{и} = 1$  с. В режиме непосредственного измерения предельная погрешность дискретизации  $\delta_{дп} = 1/f_x$ , а при измерениях по периоду повторения  $\delta_{дп} = 1/f_0$ . В режиме измерения периода повторения частоту  $f_0$  выбирают наибольшей, близкой к предельной частоте счетчика, поэтому погрешность дискретизации оказывается наименьшей. Такая же погрешность в режиме непосредственного измерения частоты получается только при наибольшей частоте  $f_x = f_0$ . При меньших же частотах погрешность в режиме непосредственного измерения возрастает. Поэтому для уменьшения погрешности дискретизации предпочтительнее режим измерений частоты по периоду повторения, реализованный в некоторых современных частотомерах.

**Микропроцессорный частотомер, работающий в режиме измерений периода повторения.** Для осуществления указанного метода необходимо решить две задачи: сформировать интервал, кратный целому числу периодов сигнала измеряемой частоты, и заполнить его счетными импульсами. Возможная структурная схема, реализующая этот метод, приведена на рис. 9.14, а.

Из входного напряжения, подводимого к формирующему устройству А, образуется последовательность импульсов  $u_1$  с периодом  $T_x$ . На время измерений  $T_{и1}$  импульс  $u_2$ , задаваемый микропроцессорной системой (МС), отпирает селектор  $SL1$ , и счетчик  $CT1$  фиксирует число импульсов  $n$  (рис. 9.14, б). Эта часть схемы работает как электронно-счетный частотомер.

С помощью формирующего устройства, управляемого микропроцессорной системой, образуется импульс  $u_3$ , начало которого синхронизировано с первым импульсом, зафиксированным счетчиком  $CT1$ , а конец — с первым импульсом, пришедшим после окончания счета. Импульс  $u_3$  поступает на селектор  $SL2$ , за время его действия счетчик  $CT2$  фиксирует число  $m$  счетных импульсов  $u_r$  с периодом  $T_0$  от генератора  $G$ .

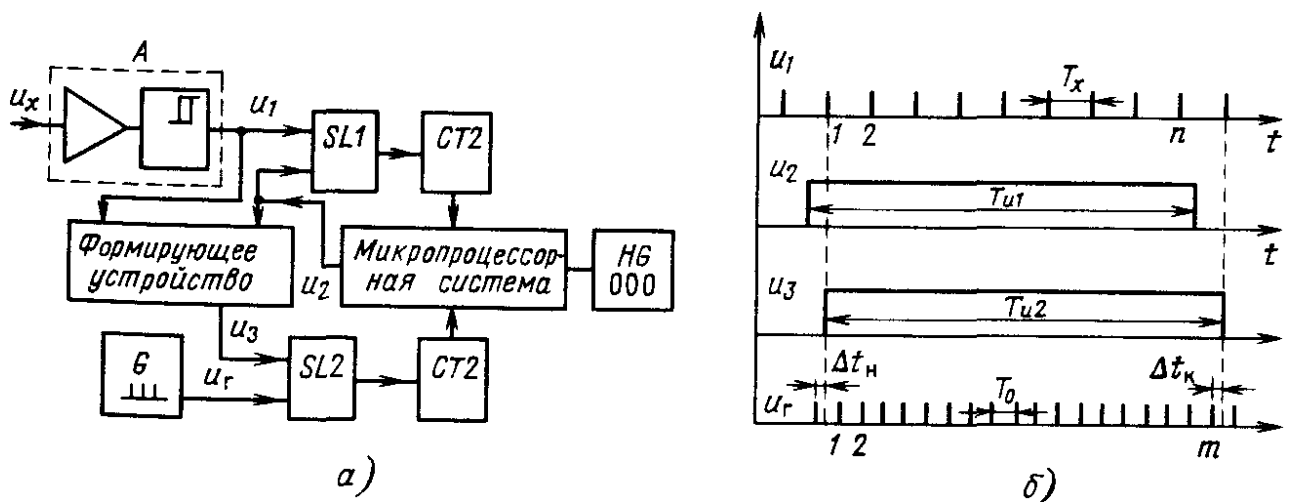


Рис. 9.14

Как следует из рис. 9.14, б,  $T_{и2} = mT_0 - \Delta t_d$ . Подставив сюда значение  $T_{и2} = nT_x$ , получим соотношение  $f_x \approx nf_0/m$ , аналогичное (9.15).

Предельное значение погрешности дискретизации  $\Delta t_d = \Delta t_n - \Delta t_k$  равно  $T_0$ , а предельная относительная погрешность измерений частоты  $\delta_{дп} = T_0/mT_0 = 1/m$  не зависит от измеряемой частоты.

## 9.7. ИЗМЕРЕНИЯ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ МЕТОДОМ СРАВНЕНИЯ

Как было показано в гл. 7, временные интервалы можно измерить непосредственно по осциллограмме исследуемого колебания с относительной погрешностью 3...10 %. Такая погрешность часто неприемлема, и прибегают к методам сравнения измеряемого временного интервала с образцовой дискретной задержкой. Малые интервалы в пределах шага дискретизации измеряют осциллографическим методом. Существует несколько способов создания дискретной задержки.

**Дискретная временная задержка на основе последовательности импульсов.** Переменную дискретную задержку создают с помощью периодической последовательности счетных импульсов, полученных от высокостабильных кварцевых генераторов. Одна из возможных схем создания дискретной задержки показана на рис. 9.15, а.

Последовательность импульсов  $u_r$  с генератора счетных импульсов  $G$  поступает на селектор  $SL1$ . К селектору подведен запускающий импульс, после прихода которого счетные импульсы начинают поступать на реверсивный счетчик  $CT$ . Из нулевого счетного импульса формируют импульс  $u_n$  начала интервала. Протяженность интервала задают предварительной установкой числа  $n$  на счетчике.

После прихода  $n$  счетных импульсов счетчик зафиксирует нуль и на его выходе появится импульс  $u_c$ , сдвинутый относительно нулевого счетного импульса на  $nT_0$  (рис. 9.15, б). Временное положение задержанного импульса зависит не только от числа  $n$ ,

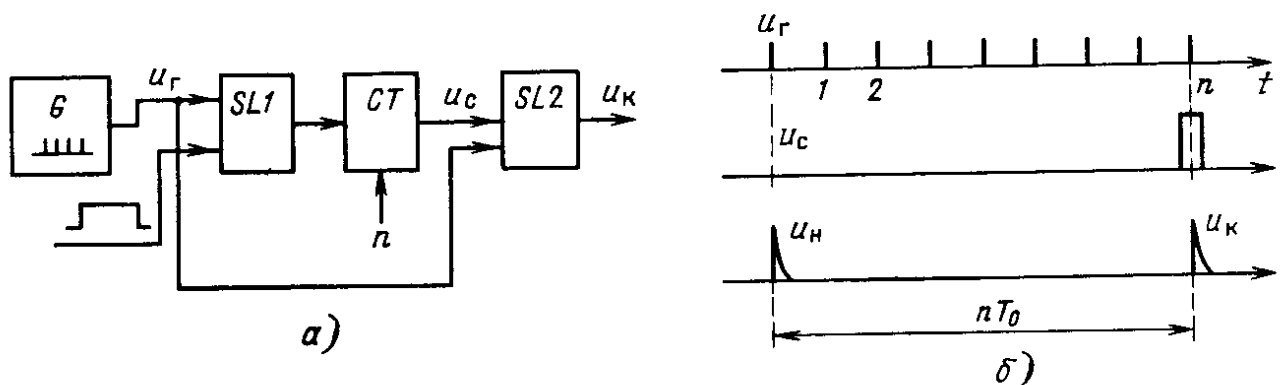


Рис. 9.15

но и от задержек логического сигнала в элементах счетчика. Непостоянство задержек при большом числе логических элементов в счетчике  $CT$  приводит к значительному неконтролируемому временному сдвигу импульса  $u_k$ .

Чтобы исключить это явление, применяют схему временной привязки выходного импульса счетчиков к одному из счетных импульсов. Для этого выходной импульс счетчиков несколько расширяют и подают на схему совпадений  $SL2$ , выделяющую один из счетных импульсов. В такой схеме погрешность задания временного интервала  $nT_0$  зависит только от небольшой задержки в схеме совпадения  $SL2$  и главным образом определяется нестабильностью частоты кварцевого генератора.

Рассмотренным способом можно реализовать в принципе неограниченную задержку, зависящую только от емкости реверсивного счетчика. Шаг дискретизации задержки равен периоду счетных импульсов и определяется быстродействием применяемых счетчиков. Для ЭСЛ счетчиков может составлять 10 нс и менее, а для ТТЛ счетчиков — не менее 100 нс.

**Задержка на линиях передачи.** Дальнейшее уменьшение шага дискретизации задержки достигают с помощью линий передачи, чаще всего отрезков коаксиального кабеля. Задержки до десятков наносекунд обеспечивают полосковыми линиями, технология которых совместима с технологией изготовления печатных плат. Переменную задержку создают линии с отводами или несколько отрезков линии разной длины, коммутируемых электро-механическими, диодными или транзисторными ключами. В случае, если задерживают логические сигналы, удобно применять логические интегральные схемы, чаще всего ЭСЛ.

Одна из реализации схемы задержки до 15 нс с шагом 1 нс на отрезках кабеля показана на рис. 9.16. Здесь длину отрезков, а следовательно, и задержку выбирают по закону геометрической прогрессии. Коммутацию осуществляют с помощью мультиплексов  $MS$ , управляемых кодом.

В схемах с линиями передачи шаг дискретизации может составлять до единиц наносекунд и менее, а общая задержка зависит от длины кабеля и обычно не превышает 100 нс. Нестабильность задержки зависит в основном от температурной нестабильности заполнения кабеля и задержки в коммутирующей схеме. Для выпускаемых промышленностью кабелей с полиэтиленовым заполнением в диапазоне температур 20...50 °С относительную

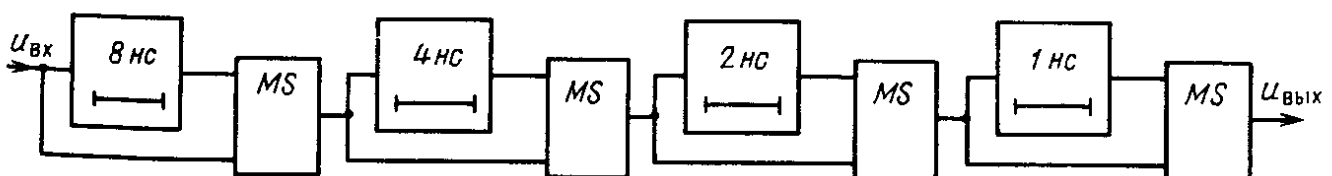


Рис. 9.16

нестабильность задержки можно оценить как  $(2...3) \cdot 10^{-4}/^{\circ}\text{C}$ , а для кабелей с фторопластовой изоляцией она составляет приблизительно  $10^{-4}/^{\circ}\text{C}$ .

Задержка сигнала в интегральных микросхемах зависит от многих факторов, и прежде всего от типа серии и сложности схемы. В простейших схемах — инверторах — задержка составляет от 3 нс для серии ЭСЛ до 15...22 нс для серии ТТЛ. Задержки нелинейно зависят от температуры корпуса и питающих напряжений. В диапазоне температур 40...80 °С относительная нестабильность задержки для упомянутых серий составляет  $10^{-2}...10^{-3}/^{\circ}\text{C}$ .

**Задержка с использованием пилообразного напряжения.** Задержку импульса можно создать, сравнив нарастающее или убывающее по определенному закону напряжение с регулируемым опорным напряжением. Чаще всего используют пилообразное напряжение (рис. 9.17). Импульс входного напряжения  $u_{\text{вх}}$  запускает генератор пилообразного напряжения  $G$ , выходное напряжение которого с помощью компаратора сравнивают с опорным напряжением  $u_{\text{оп}}$ , поступающим с ЦАП. В момент равенства двух напряжений на выходе компаратора появляется перепад напряжения, из которого формирующее устройство формирует импульс выходного напряжения  $u_{\text{вых}}$ . Задержка выходного импульса относительно входного зависит от опорного напряжения, устанавливаемого соответствующим кодом. В рассматриваемой схеме можно реализовать и непрерывно изменяющуюся задержку, для этого опорное напряжение плавно регулируют, например, потенциометром.

Схемам с пилообразным напряжением свойственны значительные погрешности воспроизведения заданных задержек из-за влияния непостоянства питающих напряжений на скорость нарастания пилообразного напряжения и уровень компарирования, влияния температуры на параметры схемы и нелинейности пилообразного напряжения. Последняя составляющая может быть весьма значительной в схемах создания малых задержек. Необходимая для реализации таких задержек высокая скорость нарастания пилообразного напряжения не может быть обеспечена традиционным способом с помощью интегратора из-за его недостаточного быстродействия. Для стабилизации тока используют транзисторы, включенные по схеме с общим коллектором. Иногда напряжение формируют путем заряда емкости  $RC$ -цепи от источника постоянного напряжения, что приводит к значительной нелинейности. Обусловленная нелинейностью погрешность имеет систематический характер и может быть определена при калибровке, а затем учтена.

Источником погрешностей служат задержки в элементах схемы: формирующих устройствах, компараторе, генераторе пилообразного напряжения.

Пределы регулировки задержки зависят только от длительно-

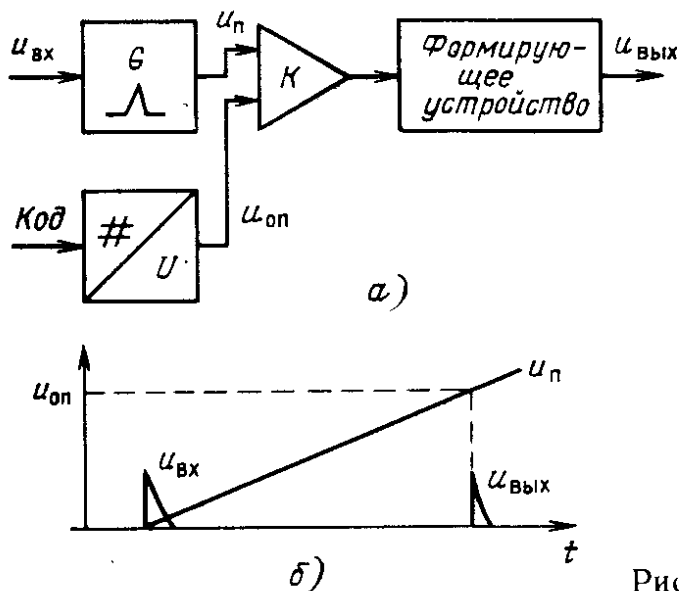


Рис. 9.17

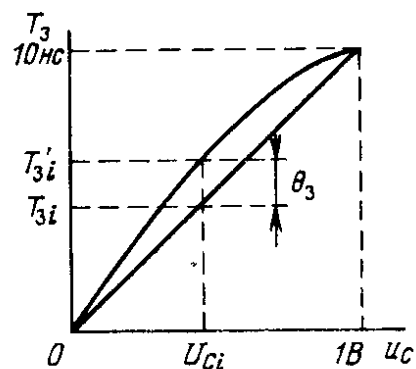


Рис. 9.18

сти пилообразного напряжения и в принципе могут быть любыми. Но из-за значительной погрешности подобные устройства не применяют для создания больших задержек при точных измерениях, а используют для уменьшения шага дискретизации совместно со схемами задержки на основе последовательности импульсов.

**Пример 9.4.** Пусть необходимо создать регулируемую задержку до 10 нс с шагом 1 нс. За пилообразное напряжение примем начальный участок от 0 до  $U_{Cm} = 1$  В напряжения  $u_C$  на конденсаторе  $C$ , подключением с помощью резистора  $R$  к источнику постоянного напряжения  $E = 10$  В.

Оценим прежде всего постоянную времени  $\tau = RC$ , обеспечивающую максимальную задержку  $T_{zm} = 10$  нс при напряжении на конденсаторе  $U_{Cm} = 1$  В. Если начальное напряжение на конденсаторе равно нулю,  $u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$ , откуда  $(E - U_{Cm})/E = \exp - T_{zm}/\tau$  и  $\tau = T_{zm} \ln[E/(E - U_{Cm})] = 95,0 \cdot 10^{-9}$  с.

Оценим теперь погрешность воспроизведения задержки, обусловленную нелинейностью изменения напряжения на конденсаторе. Если уровни опорного напряжения менять с шагом 0,1 В, то при линейно нарастающем напряжении задержка будет меняться с шагом 1 нс (рис. 9.18). Из-за нелинейности истинные значения задержек окажутся меньше, что приведет к появлению систематической погрешности. Эту погрешность проще всего определить численным методом: рассчитать задержки  $T'_{zi}$  при всех дискретных значениях напряжения  $u_{Ci}$  ( $i = 0, 1 \dots 10$ ). Расчеты показывают, что погрешность  $\theta_{3n} = T_{zi} - T'_{zi}$  максимальна при  $u_C = 0,5$  В и составляет 0,13 нс.

Увеличение напряжения питания приводит к увеличению скорости нарастания напряжения  $u_C$  и, следовательно, к уменьшению задержки. Для расчета этой погрешности можно воспользоваться приближенной математической моделью, считая, что ток заряда конденсатора  $I = E/R$  не зависит от времени. Тогда  $u_C = ET_3/\tau$ , относительная погрешность задержки, обусловленная непостоянством напряжения питания,  $\theta_{3U}/T_3 = \theta_E/E$ .

Абсолютная погрешность  $\theta_{3U}$  максимальна при  $T_3 = 10$  нс и составляет  $\theta_{3U} = 10^{-9} \theta_E/E$ . Например, для  $\theta_E/E = 10^{-3}$   $\theta_{3U} = 0,01$  нс.

**Осциллографический измеритель временных интервалов.** Этот прибор, предназначенный для измерений времени запаздывания импульса в исследуемом устройстве, должен обеспечить формирование запускающего импульса, создание регулируемой задержки и измерение с помощью осциллографического индикатора.

Счетные импульсы  $u_r$  с выхода генератора  $G1$  (рис. 9.19, а) поступают на делитель частоты. Выходные импульсы делителя, синхронизированные с одним из счетных импульсов, поступают на вход устройства регулируемой задержки и формируют запускающий импульс  $u_n$ , подводимый к исследуемому устройству. На выходе устройства регулируемой задержки формируются импульсы  $u_k$ , задержанные на время  $T_3$  относительно запускающих импульсов (рис. 9.19, б). Задержанные импульсы также синхронизируют с одним из счетных импульсов. Регулируемую задержку, как правило, создают на основе последовательности счетных импульсов. Иногда для уменьшения шага дискретизации вводят схемы задержки на кабелях или с пилообразным напряжением. Задержанные импульсы запускают генератор развертки  $G2$ . Длительность развертки выбирают несколько большей шага дискретизации регулируемой задержки.

В ходе измерений дискретную задержку устанавливают несколько меньшей измеряемой задержки. При этом на экране ЭЛТ появляется осциллограмма выходного импульса исследуемого устройства (рис. 9.19, в). Временной интервал  $T_{зр}$  между моментом запуска развертки и приходом исследуемого импульса определяют по пересечению изображения импульса и горизонтальной линии, устанавливаемой оператором на определенном уровне  $h_{ур}$  и формируемой специальным устройством. Измеренное значение временного интервала  $T_x = T_3 + T_{зр}$ .

Погрешность зависит от непостоянства регулируемой задержки, неточности измерений интервала  $T_{зр}$  по осциллограмме и от неконтролируемых задержек в элементах структурной схемы.

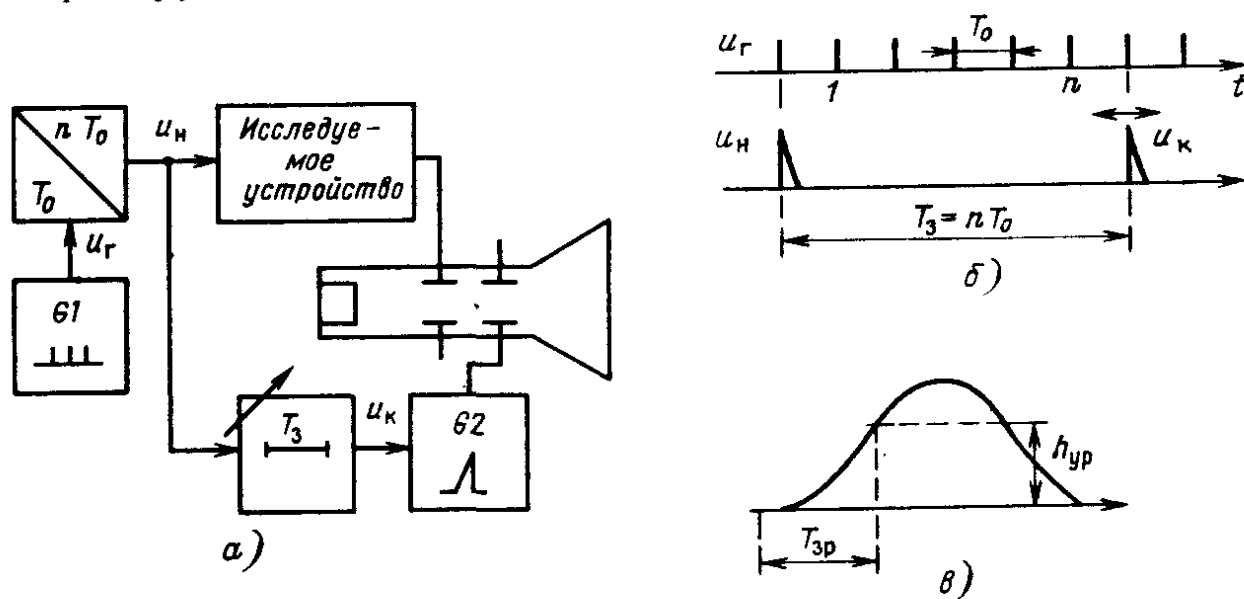


Рис. 9.19



Осциллографические измерители временных интервалов позволяют производить измерения с абсолютной погрешностью до 1 нс. Один из основных недостатков приборов такого типа — невозможность их использования в автоматизированных системах из-за необходимости визуально отсчитывать результат.

**Пример 9.5.** Оценим погрешность измерений временного интервала  $T_x = 116,46$  нс, если шаг дискретизации регулируемой задержки  $T_0 = 100$  нс, предел погрешности измерений интервала  $T_{зр}$  составляет 10 % от измеренного значения, а погрешность из-за неконтролируемых задержек не превышает 1 нс. Предельное значение относительной нестабильности частоты генератора счетных импульсов  $\delta_{нф} = 10^{-7}$ .

Поскольку составляющие погрешностей заданы допускаемыми пределами, общую погрешность оценим согласно (3.33).

Предельная погрешность измерений временного интервала

$$\Delta_{пт} = (\Delta_{птз}^2 + \Delta_{птзр}^2 + \Delta_{пнз}^2)^{1/2},$$

где  $\Delta_{птз}$  и  $\Delta_{птзр}$  — допускаемые пределы погрешностей  $T_x$  и  $T_{зр}$ , а  $\Delta_{пнз}$  — допускаемый предел погрешности из-за неконтролируемых задержек.

Погрешность измерений регулируемой задержки  $\Delta_{птз}/T_x = \delta_{нф} = 10^{-7}$ , откуда  $\Delta_{птз} = 0,01$  нс. В данном случае шаг дискретизации задержки  $T_0 = 100$  нс, поэтому с помощью ЭЛТ измеряют малые интервалы  $T_{зр} = 46$  нс. Погрешность  $\Delta_{птзр} = 10^{-1} \cdot T_{зр} = 4,6$  нс.

Общая предельная погрешность  $\Delta_{птх} = (0,01^2 + 4,6^2 + 1^2)^{1/2} = 4,7$  нс.

Заметим, что погрешность из-за неконтролируемых задержек имеет преимущественно систематический характер и может быть существенно уменьшена при калибровке прибора. В этом случае будет доминировать погрешность измерений с помощью ЭЛТ. Уменьшить ее абсолютное значение можно путем уменьшения шага дискретизации.

## 9.8. АНАЛОГОВЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ ЧАСТОТЫ

Существуют два основных аналоговых метода: резонансный и сравнения. При резонансном методе колебательный контур, слабо связанный с источником колебаний, настраивают в резонанс на их частоту. О резонансе судят по максимуму напряжения на реактивном элементе контура, частоту определяют по шкале элемента настройки, например конденсатора переменной емкости. Резонансные частотомеры находят ограниченное применение главным образом как встроенные приборы в генераторах СВЧ.

**Метод сравнения.** Измеряемую частоту сравнивают с образцовой  $f_0$ , воспроизводимой генератором. Его перестройкой добиваются выполнения равенства  $f_x = f_0 - \Delta_{ср}$ , где  $\Delta_{ср}$  — погрешность сравнения частот. Переходя к погрешностям и учитывая, что  $\Delta_{ср} \ll f_0$ , получаем  $\delta_{fx} = \delta_{f_0} - \Delta_{ср}/f_0$ . Здесь первое слагаемое определяется погрешностью воспроизведения частоты  $f_0$  с помощью ге-

нератора образцовых частот. Погрешность сравнения  $\Delta_{\text{ср}}$  зависит от способа индикации равенства частот.

В простейшем случае для индикации равенства используют смеситель и головные телефоны. Под действием колебаний образцовой и измеряемой частот на выходе смесителя возникают колебания комбинационных частот вида  $mf_0 \pm nf_x$ , где  $m$  и  $n$  — целые числа. Если сигнал разностной частоты попадает в полосу пропускания головных телефонов, то оператор слышит тон этой частоты. Перестраивая генератор, добиваются наиболее низкого тона  $F_n$ , который для различных типов головных телефонов составляет 20...100 Гц. Затем отсчитывают значение  $f_0$  по шкале генератора и рассчитывают измеряемую частоту  $f_x = nf_0/m + F_n/m$ .

Поскольку при измерении значения  $m$  и  $n$  не определяются, то метод неоднозначен и до измерений необходимо знать приближенное значение  $f_x$ . Если измерения проводят на разностной частоте, то  $f_x = f_0 + F_n$ .

Наименьшую погрешность сравнения получают, если колебания с частотами  $f_0$  и  $f_x$  сравнивают по фазе. Изменяя  $f_0$ , устанавливают постоянную разность фаз  $\varphi = (\omega_0 - \omega_x)t$  сравниваемых колебаний. При этом  $d\varphi/dt = 0$  и  $\omega_x = \omega_0$ . Погрешность сравнения обусловлена возможными изменениями разности фаз за время измерений  $T$ . Если из-за несовершенства фазометрической аппаратуры разность фаз  $\Delta\varphi$  не будет зафиксирована, то это вызовет погрешность сравнения  $\Delta_{\text{ср}} = \Delta(\omega_x - \omega_0) = \Delta\varphi/T$ .

В качестве индикатора разности фаз можно использовать любые фазометры с непрерывным режимом работы. Очень часто используют осциллограф, подводя исследуемые колебания к каналам горизонтального и вертикального отклонения. О постоянстве разности фаз судят по неподвижной фигуре Лиссажу. Метод позволяет сравнивать и сигналы с кратными или дробнократными частотами.

Для сравнения частот с высокой точностью, например при оценке нестабильности частот кварцевых генераторов, используют специальные приборы, называемые компараторами частот. В этих приборах о разности частот судят по изменению разности фаз, фиксируемому с помощью фазового детектора. Для повышения разрешающей способности в таких приборах входные частоты умножают в целое число раз. Более подробно вопрос построения фазометров с умножением частоты рассмотрен в гл. 10. Погрешность компараторов обусловлена нестабильностью фазовых сдвигов в умножителях частоты и смесителях, а также гармониками основной частоты в подводимых сигналах. Компараторы частот иногда используют вместе с приемниками образцовых частот, передаваемых по радиоканалам.

Погрешность  $\delta f_0$  воспроизведения образцовой частоты зависит от свойств генератора. В простейшем случае для грубых измерений применяют генераторы стандартных сигналов с погрешно-

стью установки частоты  $10^{-2} \dots 10^{-3}$ . Для уменьшения этой погрешности прибегают к калибровке шкалы генератора по известным стабильным частотам, например по гармоникам частоты кварцевого генератора.

**Использование преобразования частот для расширения частотного диапазона электронно-счетных частотомеров.** Как уже указывалось, предельная частота, измеряемая электронно-счетными частотомерами, зависит от быстродействия счетчиков и для выпускаемых промышленностью приборов не превышает  $1 \dots 1,5$  ГГц. Более высокие частоты до измерений снижают посредством их гетеродинного преобразования, используя гармонику кварцевого генератора. Таким образом диапазон измеряемых частот расширяют до десятков гигагерц.

**Преобразование частоты по гармоникам частоты кварцевого генератора.** Этот метод заключается в преобразовании частоты исследуемого колебания с помощью гетеродина, генерирующего колебания с образцовым дискретным спектром (рис. 9.20). Сигнал гетеродина формируют из напряжения образцовой частоты  $f_0$ , поступающего к генератору гармоник  $G$  от цифрового частотомера. В генераторе входной сигнал усиливают и из него формируют последовательность коротких импульсов с частотой повторения  $nf_0$ . При этом часто используют диоды с накоплением заряда, как и при формировании стробирующих импульсов в стробоскопическом осциллографе.

Одну из гармоник дискретного спектра выделяют узкополосным фильтром, который можно перестраивать в пределах всего диапазона измеряемых частот. Фильтр выполняют, например, на основе короткозамкнутого отрезка коаксиальной линии с емкостью на разомкнутом конце. Изменяя длину линии, фильтр настраивают на гармонику  $nf_0$  образцовой частоты. Настройку индицируют с помощью магнитоэлектрического прибора с детектором, подключенного к выходу УПЧ (на схеме детектор и прибор не показаны). По шкале фильтра определяют номер гармоники, частотомером измеряют промежуточную частоту и вычисляют результат измерений  $f_x = f_n + nf_0$ .

**Пример 9.6.** Определим длительность импульсов генератора, а также полосу пропускания фильтра, необходимые для обеспечения измерений частоты в диапазоне  $4 \dots 12$  ГГц, если образцовая частота  $f_0 = 100$  МГц.

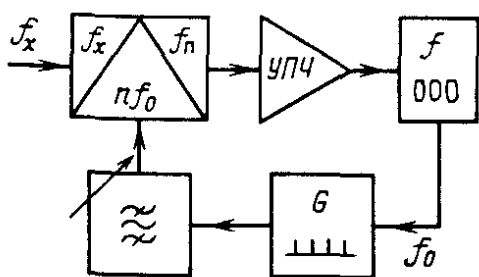


Рис. 9.20

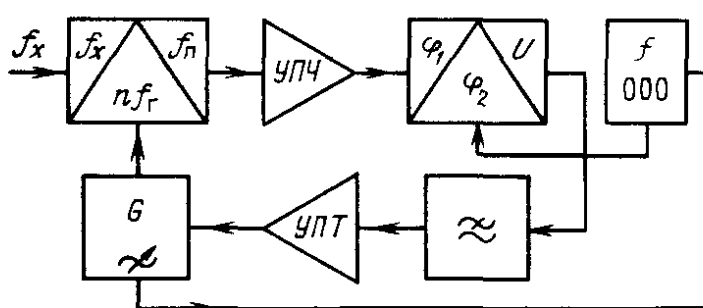


Рис. 9.21

Длительность импульса должна быть такой, чтобы ширина его спектра превышала верхнюю границу диапазона 12 ГГц. Поскольку эффективную ширину спектра можно оценить соотношением  $\Delta f_s \approx 1/\tau_n$ , то необходимая длительность импульса  $\tau_n = 1/12 \cdot 10^9 \approx 0,08$  нс.

Полоса пропускания фильтра для выделения одной спектральной составляющей должна составлять не менее 100 МГц. Следовательно, добротность контура  $Q = 4 \cdot 10^9 / 100 \cdot 10^6 = 40$  на низшей частоте диапазона и  $Q = 12 \cdot 10^9 / 100 \cdot 10^6 = 120$  на высшей частоте.

**Переносчик частоты.** В переносчиках частоты для преобразования используют высшие гармоники генератора с плавной перестройкой (рис. 9.21). Исследуемое напряжение поступает на смеситель, к которому подведено напряжение генератора  $G$ . Генератор охвачен кольцом ФАПЧ. На фазовый детектор подают сигнал промежуточной частоты с выхода УПЧ и сигнал с частотой  $f_0$  от цифрового частотомера. Сигнал ошибки с выхода фазового детектора после фильтрации в ФНЧ и усиления УПТ поступает на управляющий элемент генератора. В режиме удержания  $f_x = n f_r + f_0$ , откуда рассчитывают значение измеряемой частоты. Номер гармоники  $n$  определяют по результатам двух измерений. На основном канале преобразования  $f_0 = f_x - n f_r$ , а на зеркальном  $f_0 = n f_r - f_x$ , откуда  $n = 2f_0 / (f_r' - f_r)$ .

Погрешность измерений частоты определяется инструментальной погрешностью частотомера.

## Выводы

Точные измерения временных параметров сигналов основаны на использовании образцовых отрезков времени, состоящих из целого числа периодов повторения счетных импульсов. Импульсы формируют из выходного напряжения кварцевого генератора с относительной нестабильностью частоты  $10^{-7} \dots 10^{-9}$ .

Наиболее употребительны цифровые методы измерений, основанные на счете числа импульсов, заполнивших определенный интервал. Временные интервалы и период повторения находят по числу заполнивших их счетных импульсов с известным периодом повторения. Частоту определяют по числу импульсов, сформированных из исследуемого напряжения и заполнивших образцовый интервал времени.

Цифровому методу свойственна погрешность дискретизации, предел которой равен периоду повторения счетных импульсов, заполнивших интервал. Минимальное значение периода повторения определяется быстродействием счетчиков и для выпускаемых промышленностью приборов составляет 2...10 нс. Предельная относительная погрешность дискретизации обратно пропорциональна числу импульсов, заполнивших интервал.

Если погрешность дискретизации доминирует, то ее уменьшение — основной путь повышения точности измерений. Погрешность дискретизации уменьшают проведением измерений с многократными наблюдениями, а также нониусным методом или аналоговыми методами расширения временных интервалов, например с помощью пилообразного напряжения.

Временные интервалы измеряют методом сравнения. Образцовая задержка обычно принимает дискретные значения, а измерения в пределах шага дискретизации производят с помощью ЭЛТ с калиброванной линейной разверткой.

Наибольшую точность воспроизведения заданной задержки с шагом дискретизации до 10 нс получают на основе счета предварительно заданного числа импульсов, полученных от кварцевого генератора. Для уменьшения шага дискретизации применяют задержку на линиях передачи или на основе пилообразного напряжения.

Измерение частоты методом сравнения с частотой перестраиваемого генератора используют для грубых измерений. Для точных измерений малых уходов частоты образцовых генераторов прибегают к фазовому методу определения малых изменений частоты.

Диапазон измерений цифровых частотомеров расширяют, уменьшая измеряемую частоту путем ее гетеродинного преобразования. Частоту гетеродина синхронизируют с образцовой частотой кварцевого генератора.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какими параметрами характеризуют частоту образцового генератора и как эти параметры определить экспериментально? Влияние какого параметра доминирует?
2. Постройте временные диаграммы, характеризующие работу цифрового частотомера в режиме непосредственного измерения частоты и измерения периода. Чем отличаются эти режимы?
3. Перечислите источники погрешностей при измерениях временных интервалов. Какие составляющие носят случайный характер и каким образом их уменьшают? Как оценивают допускаемый предел общей погрешности?
4. Опишите методику расчета шумовой погрешности при измерениях временных интервалов. Как влияет на погрешность скорость нарастания напряжения на входе формирующего устройства? Как учитывают систематические составляющие?
5. Поясните, зачем при измерениях временных интервалов с многократными наблюдениями интервал  $t_1$  модулируют. Каким должен быть закон модуляции?
6. В чем заключается нониусный метод? Из каких соображений выбирают длительность импульсов и шаг нониуса? Как следует проводить обработку измерений при совпадении нескольких импульсов?
7. Опишите действие аналогового расширителя временных интервалов с пилообразным напряжением. Назовите источники погрешностей. Каким образом осу-

ществляют калибровку интерполятора в измерителе временных интервалов? Почему расширяют интервалы  $T_0 \dots 2T_0$ ?

8. Почему при отсутствии шумов во входном сигнале наименьшая относительная погрешность дискретизации получается при измерении частоты косвенным методом по периоду повторения? Время наблюдений фиксировано. Как влияют шумы на справедливость полученного вывода?

9. Постройте временные диаграммы для микропроцессорного частотомера (см. рис. 9.14, а). От чего зависит абсолютная и относительная погрешности дискретизации? Из каких соображений выбирают интервал  $T_{ин}$  и какие требования предъявляют к его стабильности?

10. Каким образом создают задержку на основе счетных импульсов? Как устраняют влияние непостоянства запаздывания сигнала в логических элементах? Оцените временную нестабильность воспроизводимого интервала и шаг дискретизации.

11. Как создают задержку с помощью линий передачи? Постройте схему для создания задержки до 10 нс с шагом дискретизации 1 нс из минимального числа отрезков коаксиального кабеля.

12. Опишите устройства задержки с пилообразным напряжением. В каких случаях такие устройства применяют?

13. Перечислите аналоговые методы измерений частоты. Чем определяется погрешность резонансных частотомеров? Качественно поясните зависимость погрешности от добротности.

### ЗАДАЧИ

1. Частота генератора, выраженная в герцах, изменяется по закону  $f(t) = 10^6 + 10^{-7}t + \Delta f(t)$ , где  $\Delta f(t)$  — эргодический случайный процесс. Определите долговременную нестабильность при  $T = 100$  с и  $T = 1$  г.

2. Показания цифрового измерителя временных интервалов 212,6 мкс. Рассчитайте предел допускаемой погрешности и запишите результат измерений, если долговременная относительная нестабильность частоты кварцевого генератора не превышает  $10^{-6}$ , частота повторения счетных импульсов  $f_0 = 10$  МГц. Измеряемый сигнал имеет форму равнобедренной трапеции с длительностями фронта и спада 0,1 мкс.

3. Показания измерителя временных интервалов 328,3 мкс. Определите систематическую погрешность и СКО случайной погрешности, если измерялась длительность импульсного сигнала в форме равнобедренной трапеции с амплитудой  $U_m = 10$  В и длительностью фронта и спада  $\tau_{\phi} = 10$  мкс. Среднее квадратическое отклонение шума входного сигнала  $\sigma = 0,1$  В, уровни формирования одинаковы и составляют 5 В. К моменту измерений относительная нестабильность частоты  $f_0 = 10$  МГц кварцевого генератора составляет  $10^{-6}$ . Шумовые погрешности в начале и конце импульса можно считать статистически независимыми. Запишите результат измерений для  $P_{\Delta} = 0,95$ , считая погрешность подчиненной гауссовскому закону.

4. Измерителем временных интервалов измерена длительность косинусоидального импульса с амплитудой 10 В. Показание прибора 3,61 мкс,  $f_0 = 100$  МГц. Уровни формирования составляют 5 В, а их допускаемые отклонения независимы и равны  $\pm 0,1$  В, долговременная относительная нестабильность частоты не пре-

вышает  $10^{-7}$ . Запишите результат измерений, оценив общую погрешность допускаемым пределом.

5. Цифровым методом необходимо измерить частоту  $f_x = 1$  МГц гармонического колебания с амплитудой 10 В. На вход прибора воздействует шумовое напряжение с СКО  $\sigma = 10$  мВ. Время измерений  $T_n = 1$  с, период счетных импульсов  $T_0 = 0,1$  мкс. Рассчитайте СКО случайной погрешности для двух режимов измерений: непосредственного измерения частоты и измерения частоты по периоду повторения. Существенна ли в данном случае шумовая погрешность?

6. Цифровым методом измерен один период гармонического напряжения  $T_x = 1$  мс. Постройте временную диаграмму и выведите формулу для расчета погрешности, возникающей из-за изменений уровня формирования с постоянной скоростью. Уровень формирования считать близким к нулю. Рассчитайте погрешность, если  $U_m = 1$  В, а уровень формирования увеличивается со скоростью 1 мВ/с.

7. При измерениях временного интервала с многократными наблюдениями счетчик 368 раз зафиксировал число 16 и 632 раза — число 17. Определите результат измерений и СКО погрешности дискретности. Сдвиг  $t_1$  случаен и подчинен равномерному закону распределения в пределах  $0 \dots T_0$ ,  $f_0 = 10$  МГц.

8. Постройте зависимость дисперсии погрешности дискретности измерений временного интервала с многократными наблюдениями от длительности интервала. Интервал лежит в пределах  $0 \dots T_0$ ,  $n = 10$ ,  $T_0 = 1$  мкс.

9. Параметры нониусного измерителя временных интервалов следующие:  $T_0 = 1$  мкс;  $T_n = 0,9$  мкс. Показание прибора 163,2 мкс. Запишите результат измерений для  $P_\Delta = 1$ . Сколько импульсов сосчитают счетчики СТ1 и СТ2? Какова длительность счетных и нониусных импульсов, обеспечивающих только одно их совпадение?

10. Для расширителя импульсов (рис. 9.10) определить токи  $I_1$  и  $I_2$ , обеспечивающие следующие параметры:  $\kappa = 10$ , если  $C = 100$  пФ,  $T_x < 1$  мкс, напряжение на конденсаторе  $U_{C1} > -10$  В. Получите зависимость погрешности воспроизведения расширенного интервала от погрешностей  $\Delta I_1$  и  $\Delta I_2$  задания токов  $I_1$  и  $I_2$ .

11. В устройстве задержки с пилообразным напряжением (см. рис. 9.18, а) опорное напряжение может изменяться от 0 до 10 В, скорость нарастания пилообразного напряжения  $du_n/dt = 10$  В/мкс. Элементы схемы вносят следующие постоянные задержки: запуска генератора  $\tau_{зг} = 8$  нс, компаратора  $\tau_{зк} = 5$  нс; формирующего устройства  $\tau_{зф} = 2$  нс. Порог срабатывания компаратора  $\Delta U_k = 50$  мВ. Запишите, в каких пределах будет меняться задержка. Определите температурную погрешность задержки при увеличении температуры на  $10^\circ\text{C}$  относительно номинального значения. Относительная температурная нестабильность задержек в элементах электронной схемы составляет  $10^{-3}/^\circ\text{C}$ , а относительная погрешность порога срабатывания  $10^{-2}/^\circ\text{C}$ . Рассчитайте СКО случайной погрешности воспроизведения интервала, если на пилообразное напряжение наложено шумовое напряжение СКО  $\sigma = 10$  мВ.

12. Исследуемое устройство (см. рис. 9.19) вырабатывает импульс в форме равнобедренного треугольника длительностью 100 нс, его высота на экране ЭЛТ  $h_m = 20$  мм. Запаздывание импульса  $u_n$  в устройстве может составлять до 100 мкс. Определите необходимую емкость счетчика и длительность прямого хода развертки, если шаг дискретизации задержки  $T_0 = 100$  нс. Определите погрешность измерений временного интервала, обусловленную погрешностью  $\Delta h_{yp} = 0,3$  мм определения уровня  $h_{yp} = 10$  мм.

Разность фаз двух гармонических колебаний  $u_1 = U_1 \cos \omega_1 t + \varphi_1$  и  $u_2 = U_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$  определяют как  $\varphi = (\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2$ . Если частоты колебаний одинаковы, то разность фаз  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  не зависит от времени.

Понятие разности фаз обычно связывают с гармоническими колебаниями, хотя иногда разностью фаз характеризуют и временной сдвиг  $T_x$  между импульсами двух периодических последовательностей импульсов с периодом повторения  $T$ . В этом случае разность фаз

$$\varphi = 360T_x/T. \quad (10.1)$$

Разность фаз в основном измеряют путем ее преобразования в постоянное напряжение или во временной интервал. Иногда используют метод сравнения. Существуют и осциллографические методы измерений разности фаз, применяемые при грубых измерениях.

## 10.1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЗНОСТИ ФАЗ ПРИ УМНОЖЕНИИ И ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЧАСТОТЫ

Реализация большинства методов измерений разности фаз связана с формированием временных интервалов или прямоугольных импульсов из измеряемых гармонических напряжений при их переходе через нулевой уровень. При этом конечная длительность фронтов сформированных сигналов сказывается на результате измерений тем менее, чем меньше рабочая частота. Поэтому, как правило, разность фаз обычно измеряют на низких частотах. При фазовых измерениях на высоких частотах прибегают к гетеродинному преобразованию частоты сигнала, снижая ее до нужного значения. Преобразование частот также оказывается полезным в случае изменяющейся частоты сигнала. Перестройкой гетеродина добиваются постоянства разностной частоты, на которой и производят фазовые измерения.

Умножение частоты позволит повысить разрешающую способность при фазовых измерениях. Обычно умножение частоты сочетают с ее преобразованием.

**Гетеродинное преобразование частоты.** Структурная схема фазометра с преобразованием частоты показана на рис. 10.1. Входной измерительный сигнал  $u_1 = U_1 \cos(\omega t + \varphi)$  и опорный сигнал  $u_2 = U_2 \cos \omega t$  поступают к смесителям и измерительного, и опорного каналов. В качестве гетеродинного используют напряжение  $u_r = U_r \cos(\omega_r t + \varphi_r)$  генератора  $G$ . С помощью узкополосных УПЧ 1 и 2 выделяют сигнал промежуточной частоты, например



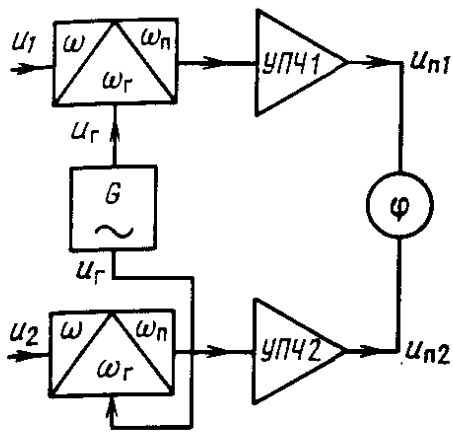


Рис. 10.1

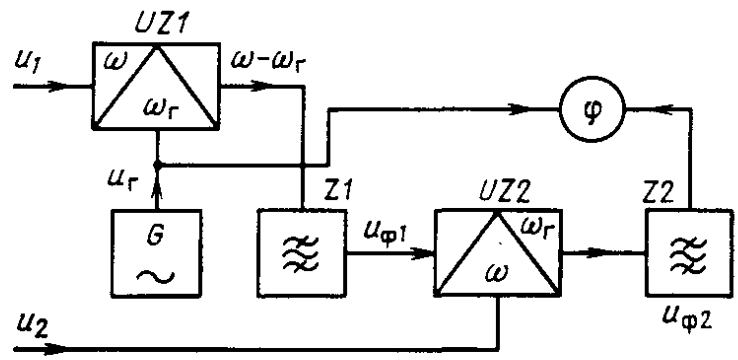


Рис. 10.2

разностной  $\omega_n = \omega - \omega_r$ . Выходные напряжения УПЧ  $u_{n1} = U_{n1} \cos[(\omega - \omega_r)t + \varphi - \varphi_r + \Phi_1]$  и  $u_{n2} = U_{n2} \cos[(\omega - \omega_r)t - \varphi_r + \Phi_2]$ , где  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  — фазовые сдвиги, вносимые преобразователями и УПЧ каналов.

К фазометру подводят два напряжения с разностью фаз  $\psi = \varphi + \Phi_1 - \Phi_2$ . Следовательно, измеряемая разность фаз  $\varphi = \psi - \Phi_1 + \Phi_2$ .

Измерению разности фаз с преобразованием частоты должна предшествовать настройка на частоту сигнала, достигаемая перестройкой частоты гетеродина, которая в современных приборах происходит автоматически. Если частота сигнала значительно, на два-три и более порядка отличается от промежуточной частоты, то прибегают к двойному или тройному преобразованию частоты.

**Гетеродинное преобразование с переносом разности фаз на сигнал образцового генератора.** При изменяющейся частоте сигнала в некоторых случаях удобно перенести измеряемую разность фаз на стабильный по частоте сигнал образцового генератора. Возможная структурная схема, поясняющая методику преобразования, показана на рис. 10.2.

Входное напряжение  $u_1 = U_1 \cos(\omega t + \varphi)$ , и также напряжение  $u_r = U_r \cos(\omega_r t + \varphi_r)$  опорного генератора подведены к смесителю  $UZ1$ . Полосовым фильтром  $Z1$  выделяют разностную частоту, напряжение на выходе фильтра  $u_{\phi 1} = U_{\phi 1} \cos[(\omega - \omega_r)t + \varphi - \varphi_r + \Phi_1]$ , где  $\Phi_1$  — фазовый сдвиг, вносимый преобразователем и фильтром. К смесителю  $UZ2$  подведены опорное напряжение  $u_2 = U_2 \cos \omega t$ , а также напряжение  $u_{\phi 1}$ . Полосовым фильтром  $Z2$  снова выделяют разностную частоту. Выходное напряжение фильтра

$$u_{\phi 2} = U_{\phi 2} \cos[\omega t - (\omega - \omega_r)t - \varphi + \varphi_r - \Phi_1 + \Phi_2] = U_{\phi 2} \cos \times \\ \times (\omega_r t - \varphi + \varphi_r - \Phi_1 + \Phi_2),$$

где  $\Phi_2$  — фазовый сдвиг, вносимый смесителем  $UZ2$  и фильтром  $Z2$ .

К фазометру подведены напряжения с разностью фаз  $\psi = \varphi + \Phi_1 - \Phi_2$ , откуда искомая разность фаз  $\varphi = \psi - \Phi_1 + \Phi_2$ .

Заметим, что путем двойного преобразования измеряемая разность фаз  $\varphi$  перенесена на сигнал с частотой  $\omega_r$ , обычно стабилизируемой кварцем. Этот перенос выполнен без перестройки частоты гетеродина. Настройку схемы на сигнал осуществляют перестройкой полосового фильтра  $Z1$ , часто в автоматическом режиме. Если же изменения частоты сигнала не превышают полосы пропускания фильтра, то его можно вообще не перестраивать.

**Стробоскопическое преобразование.** Стробоскопическое преобразование как универсальный метод масштабно-временного преобразования широко используют при построении фазометров. Общая методика преобразования и основные соотношения были подробно рассмотрены в гл. 7 при изучении стробоскопического осциллографа. Однако стробоскопическое преобразование в фазометрах имеет некоторые особенности, обусловленные тем, что в данном случае исследуемые сигналы имеют вполне определенную форму гармонических колебаний с постоянной или медленно меняющейся частотой.

Как известно, для получения постоянного шага считывания в осциллографе прибегают к сравнению напряжения ступенчатой развертки с быстрым пилообразным напряжением, что позволяет исследовать повторяющиеся и не обязательно периодические сигналы. В фазометре стробирующий генератор вырабатывает периодическую последовательность импульсов, а с помощью системы ФАПЧ поддерживают постоянную разность частот генератора и исследуемого сигнала.

Упрощенная структурная схема фазометра со стробоскопическим преобразованием показана на рис. 10.3, а. Измерительный и опорный сигналы  $u_1$  и  $u_2$  поступают на идентичные стробоскопические преобразователи  $UZ1$  и  $UZ3$ , к которым подведены стробирующие импульсы  $u_n$  с выхода генератора стробирующих импульсов  $G1$ . Временные диаграммы для измерительного канала показаны на рис. 10.3, б.

Если шаг считывания  $\Delta t_c$  постоянен, то выходное напряжение преобразователя  $u_{n1}$  воспроизводит с некоторой погрешностью квантования входное гармоническое напряжение. После узкополосной фильтрации в полосовом фильтре  $Z1$ , выделяющего показанное на рисунке гармоническое напряжение  $u_{z1}$ , сигнал подводят к фазометру. Подобным же образом преобразуют и опорный сигнал.

Таким образом, к фазометру подведены низкочастотные напряжения с разностью фаз  $\psi = \varphi + \Phi_1 - \Phi_2$ , где  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  — фазовые сдвиги в каналах, включающих стробоскопические преобразователи и фильтры  $Z1$ ,  $Z2$ . Измеряемая разность фаз  $\varphi = \psi - \Phi_1 + \Phi_2$ .

Рассмотрим работу системы ФАПЧ, обеспечивающую постоянство шага считывания. Пусть частота генератора  $G3$  такова, что частота напряжения  $u_{z1}$  на выходе фильтра  $Z1$  точно соответ-

ствуется промежуточной частоте  $\omega_n$ . Напряжение  $u_{z1}$  вместе с напряжением опорного генератора  $G2$  с частотой  $\omega_0$  поступают на фазовый детектор  $UZ2$ . В режиме удержания  $\omega_n = \omega_0$  и подводимые к детектору напряжения сдвинуты по фазе на определенный угол. Если, например, частота  $\omega_n$  несколько увеличится, то это приведет к изменению разности фаз, и на выходе фазового детектора появится сигнал ошибки, который изменит частоту генератора  $G3$  так, что снова будет выполняться равенство  $\omega_n = \omega_0$ .

Рассмотрим основные временные соотношения при стробоскопическом преобразовании. Как следует из рис. 10.3, б, период выходного напряжения перестраиваемого генератора  $G3$ , а следовательно, и период повторения стробирующих импульсов  $T_r = nT_x + \Delta t_c$ , где  $n$  — целое число периодов сигнала, попадающих

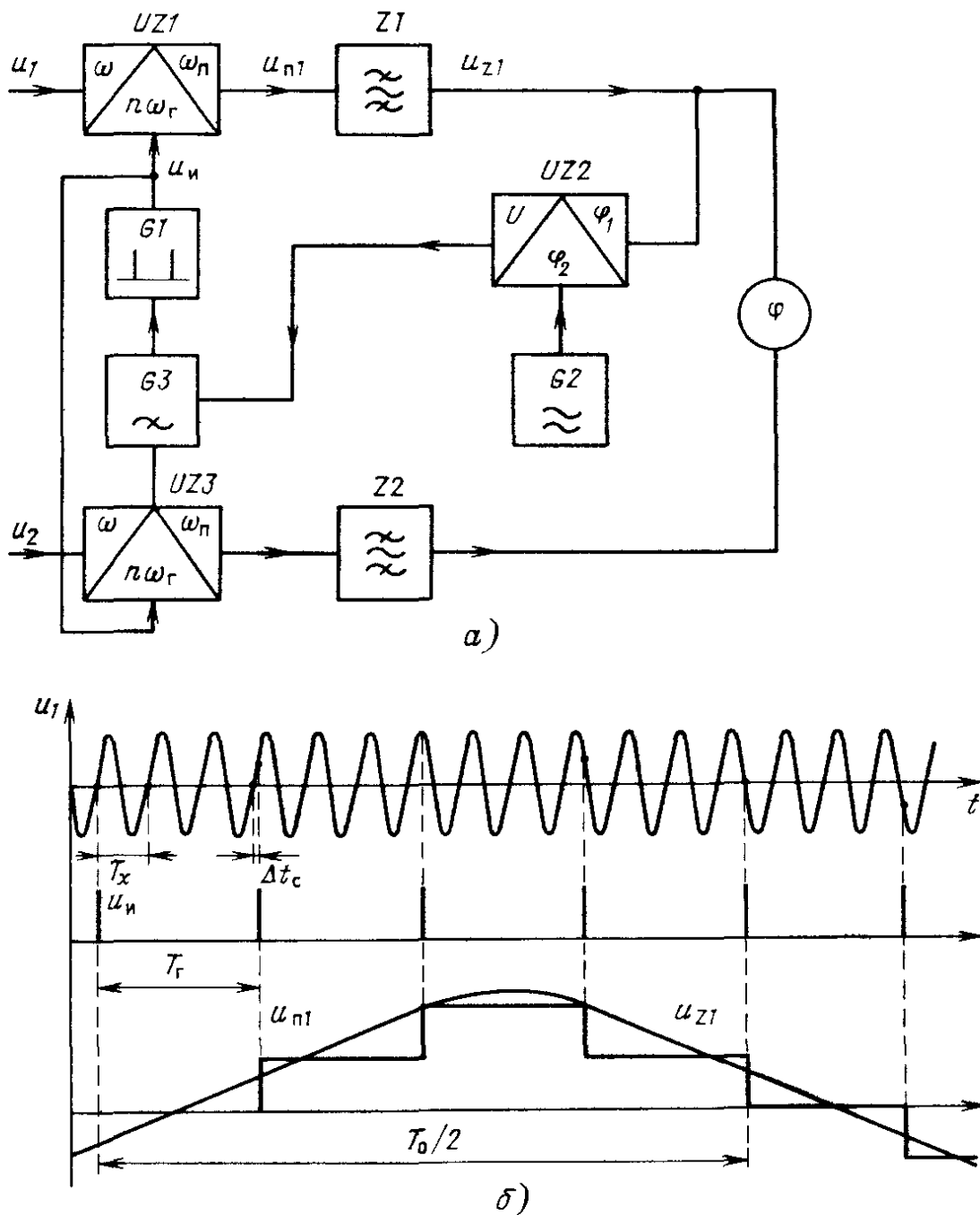


Рис. 10.3

в интервал  $T_r$ ,  $\Delta t_c$  — шаг считывания. Изображенные на рис. 10.3, б диаграммы соответствуют  $n=3$ .

Пусть были считаны  $m$  значений входного сигнала, необходимые для воспроизведения его значений в пределах периода  $T_x$ . Тогда  $m\Delta t_c = T_x$ . Период преобразованного сигнала  $T_0 = mT_r$ .

Исключая из полученных равенств  $m$  и  $\Delta t_c$ , получаем  $T_r = nT_x + T_x T_r / T_0$ , откуда  $\omega_0 = \omega_x - n\omega_r$ . Следовательно, стробоскопическое преобразование можно формально рассматривать как гетеродинное преобразование, осуществляемое на гармонике  $n f_r$  частоты перестраиваемого генератора.

Стробоскопическое преобразование положено в основу многих выпускаемых промышленностью широкополосных фазометров с диапазоном частот от единиц мегагерц до единиц гигагерц. При этом за счет стробоскопического преобразования перестройка генератора  $GЗ$  ограничена небольшими пределами, например 1...2 МГц.

**Умножение частоты.** К умножению частоты прибегают для увеличения разрешающей способности фазометров (рис. 10.4). Сигналы  $u_1$  и  $u_2$  подают на умножители частоты,  $n$ -ю гармонику выделяют с помощью полосовых фильтров. Выходные напряжения фильтров  $u_{\phi 1} = U_{\phi 1} \cos(n\omega t + n\varphi + \Phi_1)$ ;  $u_{\phi 2} = U_{\phi 2} \cos(n\omega t + \Phi_2)$ , где  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  — фазовые сдвиги в умножителях частоты и фильтрах.

К фазометру подведены напряжения с разностью фаз  $\psi = n\varphi + \Phi_1 - \Phi_2$ . Измеряемая разность фаз  $\varphi = \psi/n + (\Phi_2 - \Phi_1)/n$ . Следовательно, при разрешающей способности фазометра, например  $1^\circ$  и  $n=10$ , разрешение по измеряемой разности фаз составит  $0,1^\circ$ .

Умножение частоты приводит к увеличению частоты сигналов на входе фазометра, поэтому для уменьшения его погрешности частоту снижают посредством гетеродинного преобразования.

Методу свойственна неоднозначность измерений разности фаз в пределах  $360^\circ$ . Действительно, если, например,  $n=10$ , а показания фазометра  $\psi=10^\circ$ , то измеряемая разность фаз может принимать значения  $\varphi_i = (10 + 360i)/10$ , где  $i=0, 1, \dots, n$ , т. е.  $1; 37; 73^\circ$  и т. д.

**Погрешности при преобразовании разности фаз.** Во всех рассмотренных методах преобразования разности фаз ее измеренное значение отличается от измеряемой разности фаз  $\varphi$ . Отличие обусловлено разностью  $\Phi_1 - \Phi_2$  фазовых сдвигов в измерительном

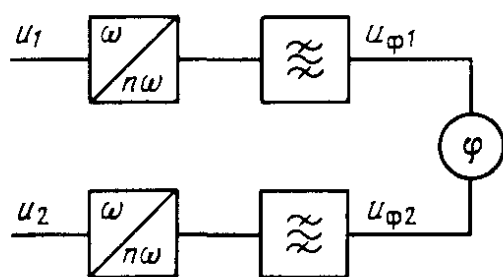


Рис. 10.4

и опорном каналах, и его можно рассматривать как погрешность измерений разности фаз  $\psi - \varphi = \Phi_1 - \Phi_2$ .

Постоянную во времени или медленно меняющуюся составляющую погрешности вычисляют при установке нуля прибора, а затем в ходе измерений вносят соответствующую поправку. При установке нуля на оба входа фазометра подают одно и то же напряжение и измеряют разность фаз — систематическую погрешность  $\theta_\varphi = \Phi_{10} - \Phi_{20}$ , где  $\Phi_{10}$  и  $\Phi_{20}$  — значения фазовых углов  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  при установке нуля. В автоматизированных фазометрах такая операция может производиться перед каждым измерением.

Изменение фазовых углов после установки нуля приводит к погрешности  $\Delta\varphi = (\Phi_1 - \Phi_{10}) - (\Phi_2 - \Phi_{20}) = \Delta\Phi_1 - \Delta\Phi_2$ . Эта погрешность обусловлена целым рядом причин, основные из которых будут рассмотрены. В значительной мере погрешность определяется нестабильностью фазочастотных характеристик каналов вследствие нестабильности параметров узкополосных фильтров из-за изменений температуры и старения, а также уходом частоты сигналов.

Рассмотрим в качестве примера фазометр с преобразованием частоты (см. рис. 10.1) с фильтрами на  $LC$  колебательных контурах. Если не учитывать фазовых сдвигов, вносимых входными цепями и преобразователями, то  $\Phi_1 = -\arctg\xi_1$ , где  $\xi_1 = 2Q_1 \times \times (\omega - \omega_p) / \omega_p$  — обобщенная расстройка;  $Q_1$  — добротность контура с учетом шунтирующего действия элементов схемы;  $\omega_p$  — резонансная частота контура.

Ограничившись малыми расстройками, получим  $\Phi_1 = -\xi_1 = = -2Q_1(\omega - \omega_p) / \omega_p$ . Приращение фазового угла

$$\Delta\Phi_1 = \frac{\partial\xi_1}{\partial Q_1} \Delta Q_1 + \frac{\partial\xi_1}{\partial\omega_p} \Delta\omega_p + \frac{\partial\xi_1}{\partial\omega} \Delta\omega,$$

где  $\Delta Q_1$ ;  $\Delta\omega_p$  и  $\Delta\omega$  — приращения добротности  $Q$ , резонансной частоты контура  $\omega_p$  и частоты сигналов  $\omega$ .

Поскольку  $Q_1 = \omega_p L / r$ , то  $\Delta Q_1 / Q_1 = \Delta r / r$ . Нестабильность резонансной частоты контура  $\Delta\omega_p / \omega_p = -0,5(\Delta L / L + \Delta C / C)$ , где  $\Delta L$  и  $\Delta C$  — абсолютные изменения индуктивности и емкости контура.

Вычислив производные, после преобразований получим

$$\Delta\Phi_1 = -2 \frac{\omega - \omega_p}{\omega_p} Q_1 \frac{\Delta r}{r} + Q_1 \frac{\omega}{\omega_p} \left( \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta C}{C} \right) + 2Q_1 \frac{\Delta\omega}{\omega_p}. \quad (10.2)$$

Подобным же образом вычисляют и приращение  $\Delta\Phi_2$  для опорного канала. Погрешность  $\Delta\varphi = \Delta\Phi_1 - \Delta\Phi_2$  можно оценить, если известны нестабильности параметров фильтров и частоты измеряемых сигналов. Эффективным способом уменьшения погрешности является использование в каналах идентичных фильтров.

**Пример 10.1.** Определим погрешность  $\Delta\varphi$  фазометра с преобразованием частоты, вызванную изменением температуры  $\Delta T^\circ = 10^\circ\text{C}$ . Фильтры построены на колебательных контурах с добротностями  $Q_1 = 100$  и  $Q_2 = 90$ . Для элементов обоих контуров температурный коэффициент индуктивности  $(\Delta L/L^\circ\text{C}) = 10^{-3}$ , температурный коэффициент емкости  $(\Delta C/C^\circ\text{C}) = 10^{-4}$ , изменением потерь можно пренебречь,  $\omega \approx \omega_p$ . Погрешность измерения разности фаз

$$\Delta\varphi = \frac{\omega}{\omega_p} \left( \frac{\Delta L}{L^\circ\text{C}} + \frac{\Delta C}{C^\circ\text{C}} \right) \Delta T^\circ (Q_1 - Q_2).$$

Отсюда получим  $\Delta\varphi = (10^{-3} + 10^{-4}) \cdot 10(100 - 90) = 0,11 \text{ рад} \approx 6,3^\circ$ . Это значительная погрешность, которую в большинстве случаев необходимо учитывать.

Источниками погрешности измерений разности фаз могут служить взаимные наводки во входных цепях или между каналами, например через цепь гетеродина. Под влияние наводки из образцового канала в измерительный попадает напряжение  $u_{21}$ , фазовый сдвиг которого относительно напряжения  $u_1$  в измерительном канале может быть произвольным. В наихудшем случае сдвиг между напряжениями составит  $90^\circ$ , что приведет к сдвигу суммарного напряжения на угол  $\Delta\varphi = \arctg(U_{21}/U_1)$ , которым и можно оценить погрешность. Подобным же образом может возникнуть погрешность и в опорном канале. Наводки особенно сильно проявляются, если измеряемое напряжение  $U_1 \ll U_2$ . Например, если  $U_1 = 1 \text{ мВ}$ ,  $U_2 = 1 \text{ В}$ , а наводка в измерительный канал составит  $10^{-4}U_2 = 0,1 \text{ мВ}$ , то погрешность  $\Delta\varphi = 5,7^\circ$ .

## 10.2. ИЗМЕРЕНИЕ РАЗНОСТИ ФАЗ ПУТЕМ ЕЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВО ВРЕМЕННОЙ ИНТЕРВАЛ

Поскольку разность фаз сигналов является их временным параметром и характеризует временной сдвиг двух гармонических напряжений или периодических последовательностей импульсов, то естественно измерять разность фаз по временным интервалам согласно (10.1). Такой режим предусмотрен в некоторых современных цифровых микропроцессорных частотомерах.

**Основные соотношения.** Измерение состоит из двух циклов. Сначала цифровым методом измеряют период повторения измерительного или опорного сигнала, например сигнала  $u_1$  (рис. 10.5): формируют импульсы  $u_n$  и  $u_k$  и полученный интервал заполняют  $n$  счетными импульсами с периодом повторений  $T_0$ . Измеренный интервал  $T = nT_0 - \Delta t_n + \Delta t_k$ . Затем число  $n$  переписывают в ОЗУ микропроцессорной системы и устанавливают счетчик на нуль.

По команде микропроцессорной системы измеритель переводят в режим измерений временного интервала и измеряют интервал  $T_x = mT_0 - \Delta t'_n + \Delta t'_k$ . Число  $m$  также переписывают в ОЗУ. Разность фаз  $\varphi = 360T_x/T \approx m/n$  вычисляет микропроцессорная система.

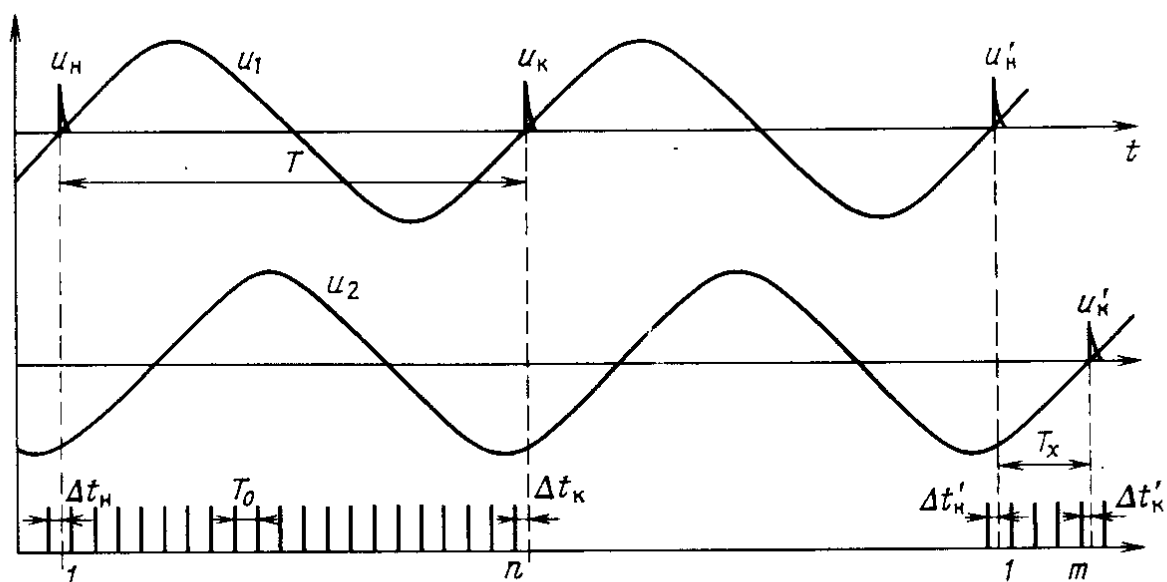


Рис. 10.5

Время однократного измерения в зависимости от продолжительности цикла записи в память может составлять два-три периода измерительного сигнала. В принципе измерения  $T$  и  $T_x$  можно осуществить одновременно в двух независимых каналах с общим генератором счетных импульсов.

**Погрешности.** Погрешности измерения разности фаз определяются в основном теми же причинами, что и погрешности измерений временных интервалов и периода повторения: долговременной нестабильностью кварцевого генератора, дискретностью измерений, влиянием шумов и дрейфа уровня формирования. Поскольку разность фаз измеряют косвенным образом, то перечисленные причины проявляются по-иному, чем при измерении периода и временных интервалов.

Согласно (10.1), относительная систематическая погрешность измерения разности фаз

$$\frac{\theta_\varphi}{\varphi} = \frac{\theta_{T_x}}{T_x} - \frac{\theta_T}{T},$$

где  $\theta_{T_x}$  и  $\theta_T$  — систематические погрешности измерений периода  $T$  и интервала  $T_x$ .

В гл. 9 было показано, что относительные систематические погрешности измерений  $T$  и  $T_x$  одинаковы и численно равны относительной долговременной нестабильности частоты  $\delta_{f_0}$  кварцевого генератора. Следовательно, погрешности компенсируются и  $\theta_\varphi = 0$ . Действительно, если, например, частота генератора несколько увеличится, то это приведет к пропорциональному увеличению чисел  $m$  и  $n$  сосчитанных импульсов, а частное  $m/n$  не изменится.

Рассмотрим погрешность дискретизации. Погрешности дискретизации  $\Delta t_d = \Delta t_n - \Delta t_k$  и  $\Delta t'_d = \Delta t'_n - \Delta t'_k$  измерений  $T$  и  $T_x$  бу-

дем считать статистически независимыми. Тогда согласно (3.25) относительное СКО

$$\gamma_{\varphi}^2 = \gamma_{T_x}^2 + \gamma_T^2,$$

где  $\gamma_{T_x}$  и  $\gamma_T$  — относительные СКО погрешностей измерений  $T_x$  и  $T$ .

Подставив сюда  $\gamma_{T_x} = T_0/T_x\sqrt{6}$  и  $\gamma_T = T_0/T\sqrt{6}$ , после преобразований получим

$$\sigma_{\varphi} = \frac{T_0}{T\sqrt{6}} (360^2 + \varphi^2)^{1/2}. \quad (10.3)$$

Эта погрешность увеличивается с ростом  $\varphi$  и зависит от отношения  $T_0/T$ .

**Пример 10.2.** Определим предельную частоту сигнала, при которой произвольная разность фаз может быть измерена со СКО погрешности дискретности не более  $0,1^\circ$ . Измерения однократные, период счетных импульсов  $T_0 = 10$  нс.

Как следует из (10.3), наибольшая погрешность будет при  $\varphi = 360^\circ$ . Поэтому в наихудшем случае  $\sigma_{\varphi} = 360T_0/\sqrt{3}T$ , откуда  $T = 26$  мкс и  $f = 1/T = 39$  кГц.

Как указывалось в гл. 9, на результат измерений периода и временного интервала могут сильно влиять шумы, случайным образом смещающие моменты формирования импульсов напряжений начала и конца периода  $T$  и интервала  $T_x$ . В соответствии с (9.5) СКО погрешностей измерений  $T$  и  $T_x$

$$\sigma_{шT}^2 = 2\sigma_1^2 / \left( \frac{du_1}{dt} \right)^2,$$

$$\sigma_{шT_x}^2 = \sigma_1^2 / \left( \frac{du_1}{dt} \right)^2 + \sigma_2^2 / \left( \frac{du_2}{dt} \right)^2,$$

где  $du_1/dt = U_1 2\pi f$ ;  $du_2/dt = U_2 2\pi f$ ;  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  — СКО шумовых напряжений в каналах.

Предположим, что  $U_1 = U_2 = U$ ;  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ , тогда после преобразований получим  $\sigma_{ш\varphi} = (1/2\pi q)(360^2 + \varphi^2)^{1/2}$ , где  $q = U/\sqrt{2}\sigma$ .

**Пример 10.3.** Вычислим шумовую погрешность измерений разности фаз, если  $U = 1,4$  В;  $\sigma = 10$  мВ. В наихудшем случае  $\sigma_{ш\varphi} = 0,8^\circ$ . Эта погрешность почти на порядок превышает погрешность дискретизации, полученную в примере 10.2. Ее можно уменьшить путем измерений с многократными наблюдениями или фильтрацией сигналов.



### 10.3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЗНОСТИ ФАЗ В ПОСТОЯННОЕ НАПРЯЖЕНИЕ

Такое преобразование основано на формировании меандра из гармонических входных сигналов и позволяет строить простые фазометры, точность которых на низких частотах может быть достаточно высокой. В зависимости от метода измерения постоянного напряжения различают цифровые и аналоговые фазометры. Существует несколько способов преобразования измеряемой разности фаз в напряжение, наиболее простым из них является однополупериодное преобразование.

**Однополупериодное преобразование.** В этом методе (рис. 10.6, а, б) с помощью формирующих устройств  $A1$  и  $A2$  из входных напряжений  $u_1$  и  $u_2$  получают последовательности коротких импульсов  $u_n$  и  $u_k$ , совпадающих во времени с моментами переходов входных напряжений через нуль с положительной производной. Импульсы периодически запускают и возвращают триггер  $T$  в исходное состояние. Импульсное напряжение с выхода триггера  $u_T$  поступает на ФНЧ, выделяющий среднее значение

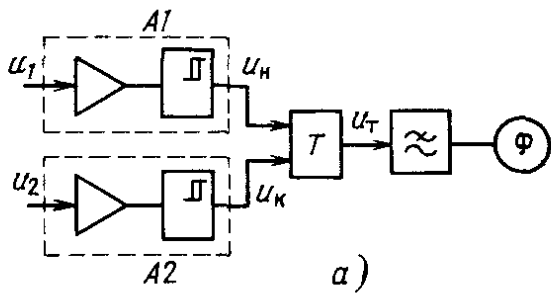
$$U_{cp} = U_0 T_x / T = \varphi U_0 / 360,$$

где  $U_0$  — амплитуда импульса на выходе триггера;  $T_x$  — временной интервал, соответствующий разности фаз  $\varphi$ ;  $T$  — период.

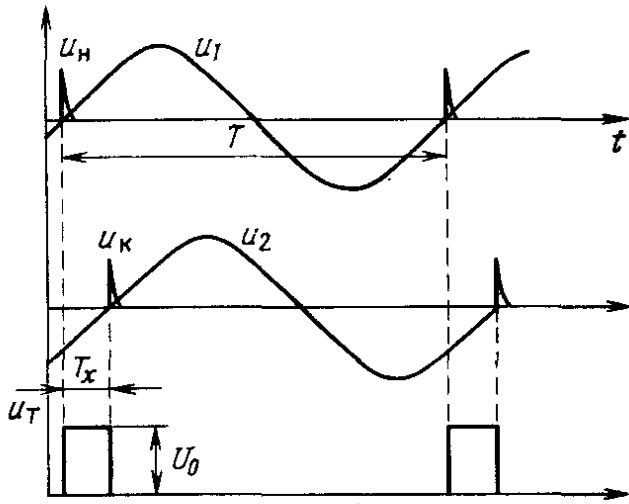
Среднее значение измеряют прибором, в качестве которого можно использовать и цифровой вольтметр. Идеальная градуировочная характеристика такого фазометра линейна в пределах  $0...360^\circ$  (сплошная линия на рис. 10.6, в).

**Погрешности.** Погрешность преобразования обусловлена непостоянством напряжения  $U_0$ , шумами, уходом уровней формирования из-за непостоянства питающих напряжений, температуры и конечным быстродействием триггера. Большую погрешность может вызвать изменение амплитуд входных сигналов; при их прохождении через усилители-ограничители формирующих устройств ограничение сверху и снизу может быть вызвано разными факторами, например отсечкой тока базы и насыщением. Это может привести к изменениям средних значений напряжений в каскадах усилителей, а следовательно, и к изменению уровней формирования. Такой уход может по-разному проявляться в каналах фазометра. Например, если уровни формирования в измерительном канале сместились вверх, то это приведет к уменьшению интервала  $T_x$  и, следовательно, вызовет погрешности измерений разности фаз.

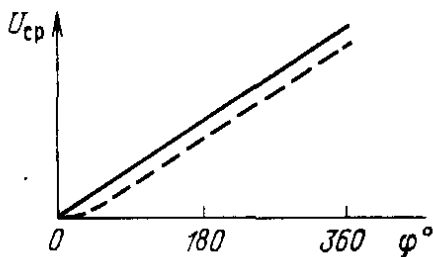
На работу фазометра влияют длительности фронтов напряжений триггера и его быстродействие. Действительно, при некоторой малой разности фаз  $\varphi$  триггер может не запуститься, а с увеличением интервала из-за конечной длительности фронтов реаль-



а)

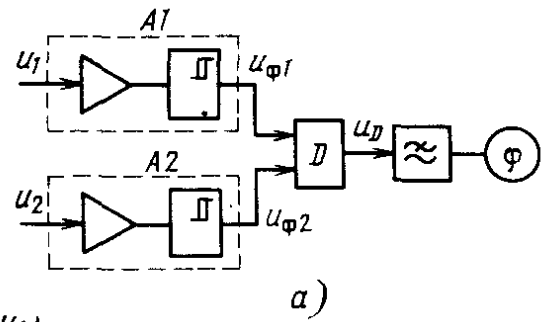


б)

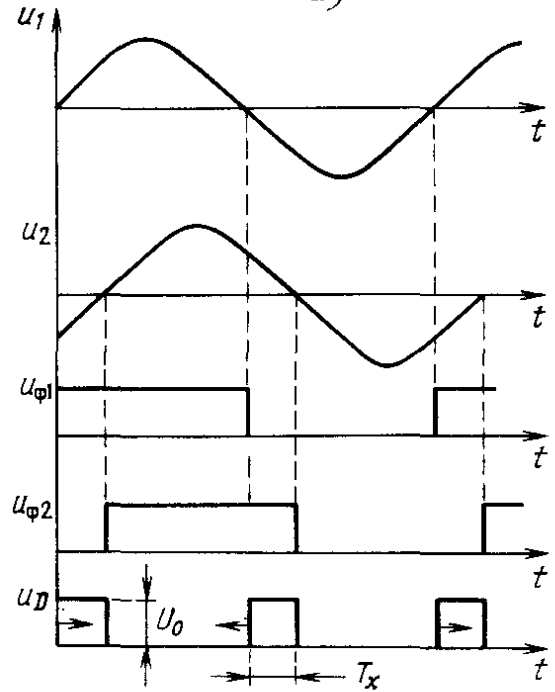


в)

Рис. 10.6



а)



б)

Рис. 10.7

ное значение среднего напряжения будет несколько меньше ожидаемого. Такая же ситуация возникнет и при  $\varphi \approx 360^\circ$ . Следовательно, реальная градуировочная характеристика, показанная на рис. 10.6, в штриховой линии, будет отличаться от идеальной.

**Двухполупериодное преобразование.** При таком преобразовании за период входного сигнала формируют два импульса, что позволяет улучшать характеристики преобразователя по сравнению с одноктактным. Входные сигналы  $u_1$  и  $u_2$  (рис. 10.7) с помощью формирующих устройств  $A1$  и  $A2$  превращают в последовательность прямоугольных импульсов  $u_{\phi 1}$  и  $u_{\phi 2}$ , которые подводят к логическому устройству  $D$ . Оно может быть выполнено, например, по схеме исключающего ИЛИ. На выходе формируют напряжение  $u_D$  в виде последовательности прямоугольных импульсов длительности  $T_x$ . Их среднее значение  $U_{cp} = \varphi U_0 / 180^\circ$  выделяют фильтром нижних частот и измеряют прибором. Как следует из рис. 10.7, прибор может измерять разность фаз от  $0$  до  $180^\circ$ .

Основное преимущество двухтактного преобразования по сравнению с одноктактным заключается в устойчивости к уходам уровней формирования в каналах. Если, например, уровень формиро-

вания в измерительном канале увеличится, то это вызовет изменение длительности импульсов напряжения  $u_D$ , как показано стрелками на рис. 10.7, б. Среднее же напряжение, а следовательно и показание прибора, при этом не изменится.

#### 10.4. ИЗМЕРЕНИЕ РАЗНОСТИ ФАЗ МЕТОДОМ СРАВНЕНИЯ

Этот метод основан на сравнении измеряемой разности фаз с образцовой, воспроизводимой фазовращателем. Основанные на методе сравнения фазометры часто называют компенсационными.

**Структурная схема.** Сигналы  $u_1$  и  $u_2$  поступают на измерительный и установочный фазовращатели, а затем подводятся к индикатору разности фаз (рис. 10.8). Индикатор разности фаз не предназначен для измерений произвольных значений разности фаз, но позволяет точно фиксировать некоторое ее значение, например  $\varphi_{\text{инд}} = 0^\circ$  или  $\varphi_{\text{инд}} = 90^\circ$ . Измерительный фазовращатель снабжен шкалой, проградуированной в градусах, установочный фазовращатель обычно строят по аналогичной схеме, но без шкалы.

Перед измерением устанавливают шкалу измерительного фазометра на нуль и к обоим входам подводят одно и то же напряжение, что соответствует разности фаз  $\varphi = 0$ . Изменяя разность фаз, вносимую установочным фазовращателем, добиваются разности фаз  $\varphi_{\text{инд}0}$ , которую фиксируют по индикатору разности фаз. Фазовые углы  $\Phi_{y0}$  и  $\Phi_{и0}$ , вносимые установочным и измерительным фазовращателями, связаны соотношением  $0 + \Phi_{и0} - \Phi_{y0} = \varphi_{\text{инд}0}$ . Затем ко входам прибора подключают напряжения  $u_1$  и  $u_2$ . Регулируя измерительный фазовращатель, снова устанавливают разность фаз, фиксируемую индикатором. Ее значение  $\varphi_{\text{инд}1}$  может несколько отличаться от значения при установке нуля из-за погрешности индикатора. В этом случае  $\varphi + \Phi_{и1} - \Phi_{y0} = \varphi_{\text{инд}1}$ , где  $\Phi_{и1}$  — новое значение фазового сдвига, вносимого измерительным фазовращателем и отсчитываемого по его шкале.

Сравнивая полученные равенства, получаем  $\varphi = \Phi_{и0} - \Phi_{и1} + \varphi_{\text{инд}1} - \varphi_{\text{инд}0}$ . Измеряемую разность фаз определяют по показанию шкалы измерительного фазовращателя.

Погрешность измерений зависит от неточности градуировки шкалы измерительного фазовращателя и разрешающей способ-

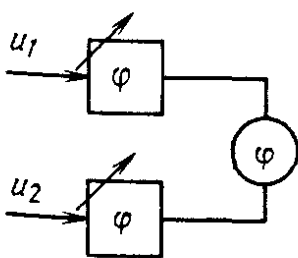


Рис. 10.8

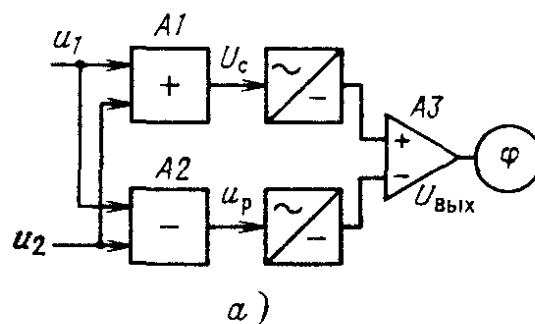
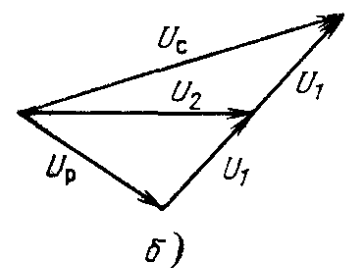


Рис. 10.9



ности индикатора. Если установка нуля производится не непосредственно перед измерениями, то может появиться погрешность, обусловленная медленными изменениями параметров фазовращателей.

**Индикаторы разности фаз.** Простейшим индикатором разности фаз может быть ЭЛТ осциллографа. Сравнимые напряжения подводят к вертикально и горизонтально отклоняющим пластинам. Разность фаз  $\varphi = 0$  фиксируют по появлению на экране прямой линии.

Широко распространены индикаторы, основанные на выделении суммы и разности двух напряжений. Такие устройства часто называют фазовыми детекторами. Возможная структурная схема фазового детектора показана на рис. 10.9, а. Измеряемые гармонические сигналы  $u_1$  и  $u_2$  поступают на суммирующее и вычитающее устройства  $A1$  и  $A2$ . Суммарное и разностное напряжения  $u_c$  и  $u_p$  детектируют с помощью детекторов, а затем определяют с помощью вычитающего устройства  $A3$  разность продетектированных напряжений. Выходное напряжение  $u_{\text{вых}}$  поступает на индикатор. Векторная диаграмма для напряжений показана на рис. 10.9, б. Как следует из него, напряжения  $u_c$  и  $u_p$  одинаковы при  $\varphi = 90^\circ$  независимо от входных напряжений, и эту разность фаз фиксируют по нулевому выходному напряжению.

Суммарное и разностное напряжения

$$U_c^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2\cos\varphi, \quad U_p^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2U_1U_2\cos\varphi.$$

Если детекторы работают в квадратичном режиме и имеют одинаковые коэффициенты передачи, то выходное напряжение

$$U_{\text{вых}} = K(U_c^2 - U_p^2) = 4KU_1U_2\cos\varphi,$$

где  $K$  — постоянный коэффициент.

Фазовые детекторы с выделением суммарного и разностного напряжений используют и в диапазоне СВЧ. На постоянной частоте суммирование и вычитание напряжений часто реализуют за счет разности хода волн, вызываемых входными сигналами в линиях передачи неодинаковой длины.

В качестве фазового детектора можно использовать аналоговые перемножители, выпускаемые промышленностью в виде интегральных схем. Выходное напряжение перемножителя

$$u_{\text{вых}} = U_1\cos(\omega t + \varphi)U_2\cos\omega t = 0,5U_1U_2\cos(2\omega t + \varphi) + 0,5U_1U_2\cos\varphi.$$

Полезную составляющую  $0,5U_1U_2\cos\varphi$  выделяют с помощью фильтра нижних частот.

Широко распространены фазовые детекторы с ключевой схемой. Входное напряжение измерительного канала  $u_1 = U_1\cos \times \times (\omega t + \varphi)$  поступает на электронный ключ, управляемый опорным напряжением  $u_2$  в форме меандра (рис. 10.10). Под действием

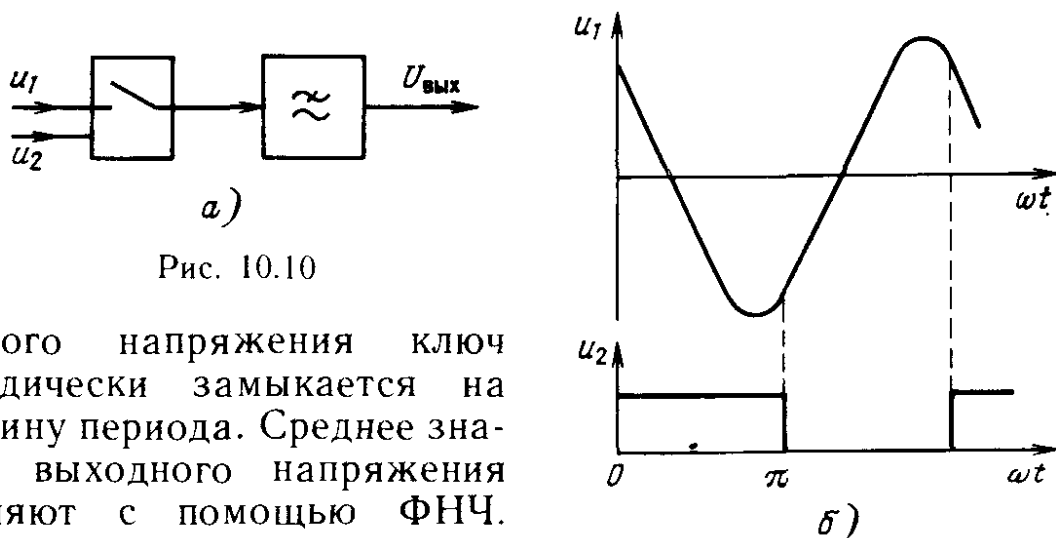


Рис. 10.10

опорного напряжения ключ периодически замыкается на половину периода. Среднее значение выходного напряжения выделяют с помощью ФНЧ. Выходное напряжение фильтра

$$U_{\text{вых}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} U_1 \cos(\omega t + \varphi) d\omega t = \frac{U_1}{\pi} \sin \varphi$$

зависит от разности фаз и обращается в нуль при  $\varphi = 0$ .

Погрешность фазовых детекторов подобного типа в значительной мере определяется быстродействием ключа. Такие детекторы наиболее эффективны на низких частотах.

**Фазовращатели.** Простейшим фазовращателем может служить RC-цепочка, но ее фазовый сдвиг зависит от частоты, а выходное напряжение изменяется при регулировке. В измерительной технике применяют специально созданные фазовращатели, обеспечивающие регулируемый сдвиг фазы в пределах  $360^\circ$ . Действие фазовращателей СВЧ основано на изменении геометрической длины линии передачи или изменении коэффициента распространения.

На фазовращателях созданы эталоны фазового сдвига. На частоте 1 кГц фазовый сдвиг воспроизводят с помощью регулируемой цепочки, включенной последовательно со ступенчатой линией задержки на элементах с сосредоточенными постоянными. Регулируя емкость, плавно сдвигают фазу в пределах  $0 \dots 5^\circ$ , расширение диапазона регулировки до  $360^\circ$  обеспечивается подключением линии задержки. Для повышения стабильности параметров линию задержки термостатируют, а задержку в звеньях периодически контролируют.

Эталон воспроизводит фазовый сдвиг с СКО  $[(0,3 \dots 10) \cdot 10^{-3}]^\circ$ , НСП составляет от  $(2 \cdot 10^{-4} + 10^{-4}\varphi)^\circ$  до  $(40 \cdot 10^{-4} + 0,17 \cdot 10^{-4}\varphi)^\circ$ .

В эталоне трехсантиметрового диапазона волн роль плавного фазовращателя играет телескопическая линия, набор отрезков волновода служит для расширения диапазона воспроизводимых фазовых сдвигов до  $360^\circ$ . При этом СКО эталона составляет  $0,1^\circ$ , а НСП не превышает  $0,1^\circ$ .

## Выводы

Разность фаз измеряют тремя основными методами: путем ее преобразования во временной интервал, в постоянное напряжение и сравнением с образцовой разностью фаз, воспроизводимой измерительным фазовращателем. Первые два метода дают наибольшую точность на низких частотах, поэтому высокие частоты измеряемых сигналов снижают путем преобразования частоты.

Существуют различные способы преобразования частоты, в том числе и позволяющие переносить измеряемую разность фаз на сигнал образцового генератора со стабильной частотой. При смещении частоты преобразование происходит без образования комбинационных частот.

Стробоскопическое преобразование позволяет строить широкодиапазонные фазометры до единиц гигагерц при узком диапазоне перестройки частоты генератора стробирующих импульсов.

К умножению частоты прибегают для повышения разрешающей способности фазометра. Умножение приводит к неоднозначности отсчета разности фаз. Частоты выходного сигнала умножителей снижают посредством гетеродинного преобразования. В большинстве видов преобразования частоты полезную составляющую выделяют узкополосными фильтрами с высокой крутизной фазочастотной характеристики. Нестабильность частоты сигналов, а также изменения параметров фильтров вызывают погрешность измерений разности фаз.

Измерение разности фаз путем ее преобразования во временной интервал может быть реализовано путем измерений в цифровой форме периода измерительного и опорного сигналов и их временного сдвига. Необходимые расчеты выполняет МПС.

Существует одно- и двухполупериодное преобразование разности фаз в постоянное напряжение. Двухполупериодное преобразование устойчиво к уходам уровней формирования в каналах.

Измерение разности фаз путем ее сравнения с образцовой разностью фаз в зависимости от применяемого индикатора разности фаз и измерительного фазовращателя может быть реализовано в широком диапазоне частот вплоть до СВЧ.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В каких случаях прибегают к преобразованию частоты при измерении разности фаз? Какие виды преобразования Вам известны?

2. Как обеспечивают постоянство шага считывания при стробоскопическом преобразовании в фазометрах? По временной диаграмме, показанной на рис. 10.3, определите частоту генератора, если частота сигнала  $f_c = 1$  МГц. Почему генератор должен иметь возможность перестройки по частоте не менее чем в два раза?

3. В каких случаях используют умножение частоты и как повышается разрешающая способность фазометра? В чем заключается неоднозначность при измерениях разности фаз?

4. Назовите основные причины появления погрешностей при преобразовании разности фаз. Поясните, как влияют на погрешность взаимные наводки между каналами и нестабильность частот сигнала и гетеродина.

5. В чем заключается цифровой метод измерения разности фаз и как можно его реализовать? Назовите источники погрешностей. Чем ограничена верхняя граница частотного диапазона фазометра?

6. Постройте временные диаграммы при реализации одно- и двухполупериодного преобразования разности фаз в постоянное напряжение. Как изменится градуировочная характеристика фазометра с однополупериодным преобразованием при уходе уровня формирования в одном из каналов?

7. Чем может быть вызвана зависимость показаний фазометра от амплитуд подводимых сигналов?

8. Постройте зависимость  $U_{\text{вых}}(\varphi)$  для фазового детектора с ключевой схемой. Как она изменится, если время замыкания ключа несколько возрастет?

9. Ко входам цифрового фазометра подведены два напряжения с неодинаковым отношением сигнал-шум. К какому каналу следует подвести напряжение с меньшим отношением сигнал-шум?

### ЗАДАЧИ

1. Фазометр со стробоскопическим преобразованием работает в диапазоне частот 2 МГц...1 ГГц. Каково минимально возможное значение высшей частоты перестройки генератора  $G_2$ , при которой возможна настройка на любую частоту рабочего диапазона? Низшая частота генератора  $f_n = 1,99$  МГц,  $f_0 = 10$  кГц. В каких пределах должно изменяться число  $n$ ?

2. В фазометре с гетеродинным преобразованием частоты использованы фильтры с одиночными  $LC$ -контурами с параметрами:  $Q_1 = Q_2 = 100$ , температурные коэффициенты индуктивностей  $(\Delta L_1/L_1^\circ\text{C}) = 10^{-4}$ ,  $(\Delta L_2/L_2^\circ\text{C}) = 1,2 \cdot 10^{-4}$ , температурные коэффициенты емкостей  $(\Delta C_1/C_1^\circ\text{C}) = 10^{-4}$ ,  $(\Delta C_2/C_2^\circ\text{C}) = 1,3 \cdot 10^{-4}$ . Перед проведением измерений контуры настроены на промежуточную частоту. Определите погрешность измерений разности фаз через 2 ч после настройки, если температура увеличивается со скоростью  $10^\circ\text{C}$  в 1 ч. Как часто следует проводить настройку, чтобы погрешность не превышала бы  $1^\circ\text{C}$ ?

3. В фазометре с гетеродинным преобразованием частоты использованы фильтры с одиночными  $LC$ -колебательными контурами с добротностями  $Q_1 = 40$  и  $Q_2 = 50$ . Определите СКО погрешности измерений разности фаз, если частота гетеродина характеризуется кратковременной нестабильностью с СКО 100 Гц. Промежуточная частота  $f_n = 100$  кГц. Указание: случайные отклонения частоты следует считать настолько медленными, что инерционность контура не проявляется.

4. Выведите соотношение для расчета СКО шумовой погрешности цифрового фазометра, если шум имеется только в измерительном канале. Рассчитайте СКО шумовой погрешности, если  $U_1 = 1$  В,  $\sigma_1 = 10$  мВ, уровень формирования  $U_{\phi 1} = 0$ ,  $f = 10$  кГц,  $\varphi = 10^\circ$ .

5. Выведите соотношение для расчета СКО случайной погрешности цифрового фазометра с учетом погрешности дискретизации и шумовой погрешности. Рассчитайте СКО, если СКО шумового напряжения в измерительном канале  $\sigma_1 = 20$  мВ, амплитуды напряжений  $U_1 = U_2 = 1$  В,  $f = 100$  кГц,  $f_0 = 10$  МГц,  $\varphi = 30^\circ$ .

Указание: шумовую погрешность и погрешность дискретизации можно считать статистически независимыми.

6. В формирующем устройстве измерительного канала фазометра с однополупериодным преобразованием (рис. 10.7) уровень формирования увеличился на 30 мВ относительно нуля. Постройте реальную градуировочную характеристику фазометра, если  $U_1=1$  В,  $U_0=10$  В. Импульсы  $u_D$  считать прямоугольными.

7. Постройте реальную градуировочную характеристику фазометра с двухполупериодным преобразованием, если минимальный интервал между импульсами  $u_n$  и  $u_k$ , при которых триггер уверенно запускается, составляет 50 нс. Частота сигнала 100 кГц,  $U_0=5$  В.

8. Определите, при какой разности фаз выходное напряжение индикатора разности фаз (рис. 10.9) будет равно нулю при неидентичных детекторах. При расчетах следует принять  $K_1=K$ ;  $K_2=K+\Delta K$  и считать изменение разности фаз  $\Delta\varphi$  малым по сравнению с индицируемой в идеальном случае разностью фаз  $90^\circ$ . Рассчитайте изменение разности фаз  $\Delta\varphi$  при  $U_1=U_2$  и  $\Delta K/K=0,1$ .

9. Фазовращатель СВЧ диапазона представляет собой измерительную линию, к одному концу которой от генератора подведено напряжение падающей волны  $U_n$ , а другой конец нагружен на согласующее сопротивление. Выходное напряжение снимают с зонда. Постройте зависимость фазового сдвига выходного напряжения от расстояния от зонда от нагрузки для двух значений коэффициента отражения от нагрузки  $\rho=0$  и  $\rho=0,1$ . Определите максимальное отклонение зависимости от линейной. Влиянием зонда на поле в линии пренебречь, фазовый угол наведенного на зонде напряжения принять равным фазовому углу напряжения в линии. Указание: для построения удобно пользоваться векторными диаграммами падающей и отраженной волн.

10. Структурная схема измерений разности фаз  $\varphi_x$ , вносимой исследуемым четырехполюсником, показана на рис. 10.11. Напряжения  $u_1$  и  $u_2$  с частотой  $f=100$  МГц подведены к фазометру по коаксиальным кабелям неодинаковой длины  $l_1=10$  м и  $l_2=11$  м. Выведите соотношение для расчета систематической погрешности  $\theta_\varphi$  измерений разности фаз за счет неодинаковых длин кабелей. Как эту погрешность можно исключить? Выведите соотношение для расчета предельной погрешности  $\Delta_{пф}$  измерений разности фаз, обусловленной нестабильностью частоты генератора. Рассчитайте погрешности, если предельная погрешность воспроизведения генератором частоты составляет  $10^{-6}f$ . Коаксиальный кабель заполнен полиэтиленом ( $\epsilon=2,3$ ), длина волны в кабеле  $\lambda_k=\lambda\epsilon^{-0,5}$ , где  $\lambda$  — длина волны в свободном пространстве.

11. Задержку  $\tau_3$  гармонического сигнала в линии задержки можно рассчитать по разностям фаз  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , вносимых линией на двух частотах  $f_1$  и  $f_2$  (рис. 10.12). Выведите соотношение для расчета задержки и предельной погрешности  $\Delta_{пз}$  измерений задержки за счет погрешностей воспроизведения частот и измерений разности фаз фазометром. Запишите результат измерений, если частоты  $f_1=100$  МГц

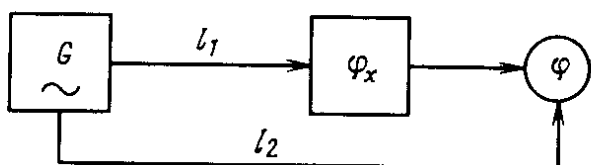


Рис. 10.11

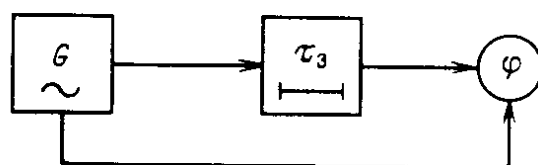


Рис. 10.12



и  $f_2 = 101$  МГц воспроизводятся с пределами допускаемых погрешностей  $\delta_{nf} = 10^{-6}$ , а разности фаз измерены фазометром с пределами допускаемой погрешности  $1^\circ$ . Приращение разности фаз  $\varphi_2 - \varphi_1 = 1080^\circ$ . Как измерить такое приращение?

12. Гармонические колебания с близкими частотами  $f_1$  и  $f_2$  подводят ко входам фазометра и фиксируют изменение разности фаз  $\varphi_2 - \varphi_1$  за время  $T$ . Выведите соотношение, связывающее измеренную разность фаз и разность частот. Определите погрешность определения разности частот, если  $\varphi_2 = 106^\circ$ ,  $\varphi_1 = 92^\circ$  измерены с СКО  $0,5^\circ$ , интервал времени  $T = 1$  мин измерен с СКО 1 мкс.

## Глава 11. ИЗМЕРЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ

---

Напряжение и ток являются важнейшими параметрами колебаний, по которым определяют характеристики сигналов и цепей с сосредоточенными параметрами. Напряжение и ток измеряют в диапазоне от постоянного тока до частот 1...2 ГГц.

В электрических цепях легче измерить напряжение, чем ток, так как вольтметр подключают параллельно исследуемой цепи, не нарушая ее. Для подключения амперметра пришлось бы разрывать исследуемую цепь, что невозможно в современных конструкциях, основанных на микросхемах и печатном монтаже. Поэтому рассмотрим только методы измерений напряжения.

### 11.1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Полную информацию об исследуемом напряжении можно получить по его осциллограмме или по совокупности дискретных отсчетов напряжения, полученных с помощью АЦП. Однако на практике во многих случаях напряжение характеризуют несколькими параметрами, сравнительно легко поддающимися измерениям.

**Пиковое, средневыпрямленное и среднеквадратическое значения напряжения.** Периодические напряжения и ток характеризуют четырьмя параметрами: пиковым (амплитудным), средним, средневыпрямленным и среднеквадратическим значениями. Пиковое значение  $U_m$  — наибольшее или наименьшее значение напряжения за время измерений, превышающее период сигнала. Для несимметричных относительно нулевого уровня напряжений вводят понятия пиковых отклонений вверх  $U_{m+}$  и вниз  $U_{m-}$ .

Среднее значение

$$U_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt,$$

где время  $T$  выбирают кратным целому числу периодов исследуемого напряжения.

Средневыпрямленное значение

$$U_{св} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt \quad (11.1)$$

определяют как среднее значение модуля напряжения.

Среднеквадратическое значение

$$U_{ск} = \left( \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt \right)^{1/2} \quad (11.2)$$

Квадрат среднеквадратического значения численно равен мощности, рассеиваемой на активной нагрузке 1 Ом.

Различают пиковые (амплитудные) вольтметры и вольтметры средневыпрямленного и среднеквадратического значений, предназначенные для измерения одного из перечисленных параметров напряжения. Остальные параметры можно рассчитать, если известна форма напряжения. Следует иметь в виду, что шкалы пиковых вольтметров иногда градуируют не в амплитудных, а в среднеквадратических значениях  $U_{ск} = 0,707 U_m$  гармонического сигнала. Поэтому, если, например, по шкале отсчитано напряжение 1 В, то амплитуда входного напряжения составит 1,41 В при любой его форме.

Взаимосвязь между параметрами напряжения описывают тремя коэффициентами: амплитуды  $K_a = U_m / U_{ск}$ , формы  $K_\phi = U_{ск} / U_{св}$  и усреднения  $K_y = U_m / U_{св}$ . Из определения коэффициентов следует, что  $K_y = K_a K_\phi$ .

Значения коэффициентов зависят от формы напряжения и для часто употребляемых сигналов вычислены заранее. По известным коэффициентам рассчитывают параметры сигнала, если измерен один из них.

**Пример 11.1.** Определим коэффициенты амплитуды и усреднения для последовательности прямоугольных импульсов с амплитудой  $U_m$ , длительностью  $\tau$  и периодом повторения  $T$ . Среднеквадратическое значение напряжения  $U_{ск} = U_m / q^{1/2}$ , где  $q = T/\tau$  — скважность импульсов. Средневыпрямленное значение  $U_{св} = U_m / q$ . Следовательно,  $K_a = q^{1/2}$  и  $K_y = q$ .

Пусть вольтметром амплитудного значения, проградуированным в среднеквадратических значениях гармонического сигнала, измерена последовательность прямоугольных импульсов с периодом повторения 10 мс и длительностью 0,1 мс. Показание прибора 10 В. Определим среднеквадратическое и средневыпрямленное значения измеренного напряжения. В данном случае действительное значение амплитуды  $U_m = 1,41 \cdot 10 = 14,1$  В;  $U_{ск} = 1,41$  В,  $U_{св} = 0,141$  В.

**Эталон вольта.** С наивысшей точностью постоянное напряжение воспроизводят с помощью контакта Джозефсона, представ-

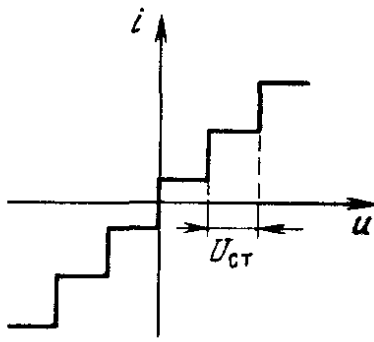


Рис. 11.1

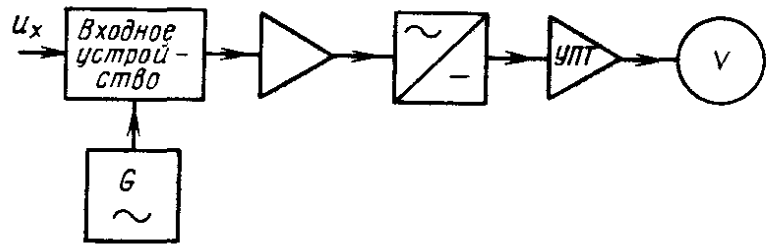


Рис. 11.2

ляющего собой два плоских проводника, разделенных тонким (порядка 1 нм) слоем изолятора. Контакт охлаждают до температуры в единицы кельвинов, хотя с появлением высокотемпературных сверхпроводников уже созданы макеты джозефсоновских контактов, работающих при температуре жидкого азота.

Если такой контакт поместить в электромагнитное поле с частотой  $f$ , то вольт-амперная характеристика контакта будет иметь ступенчатую форму, как показано на рис. 11.1. Размер ступени  $U_{ст}$  не зависит от внешних условий и состава вещества контакта, а определяется как  $U_{ст} = n\hbar/2e$ , где  $n$  — номер ступени,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $e$  — заряд электрона.

Отношение  $2e/\hbar = (483,593420 \pm 0,000019) \cdot 10^3$  ГГц/В известно с относительной погрешностью  $10^{-8}$ , а частота поля СВЧ может быть определена еще точнее, поэтому размер ступени можно определить с погрешностью  $10^{-8}$ . В эталоне напряжения частота поля СВЧ составляет около 10 ГГц, так что размер одной ступени оказывается около 20 мкВ. Такое напряжение трудно точно измерять, поэтому используют около ста ступеней. Существует и возможность последовательного соединения контактов, при котором протяженность первой ступени общей вольт-амперной характеристики увеличивается пропорционально числу контактов.

Хранят единицу вольта с помощью группы нормальных элементов, термостатированных в пределах  $(25 \pm 0,001)^\circ\text{C}$ . Поскольку напряжение нормальных элементов составляет около 1 В, а джозефсоновский контакт воспроизводит напряжение в несколько милливольт, то напряжение нормальных элементов уменьшают до этого уровня с помощью точного резистивного делителя напряжения, а затем сравнивают с напряжением на контакте. Для получения точного равенства частоту генератора СВЧ несколько изменяют. Среднее квадратическое отклонение эталона составляет  $5 \cdot 10^{-8}$ , а НСП  $10^{-6}$ .

**Структурные схемы вольтметров.** Существуют аналоговые и цифровые вольтметры. Как правило, аналоговые приборы имеют пониженную по сравнению с цифровыми точность. Структурная схема вольтметра переменного напряжения показана на рис. 11.2.

Измеряемое переменное напряжение  $u_x$  подводят ко входному устройству, выполняющему те же функции, что и аналогичный блок осциллографа: обеспечивающему высокое входное сопротивление и позволяющему изменять коэффициент передачи для выбора диапазона измерений. Ко входному устройству подводят и образцовое напряжение, необходимое для калибровки прибора, встроенного калибровочного генератора  $G$ . Иногда вольтметры калибруют от внешнего калибровочного генератора. Большая часть преобразователей переменного напряжения в постоянное работает при входных напряжениях не менее десятых долей вольта, поэтому входное напряжение приходится усиливать усилителем переменного напряжения. Его структура зависит от требуемого усиления.

Если измеряемое напряжение составляет  $0,1 \dots 1$  мВ, то применяют многокаскадные транзисторные усилители с глубокой обратной связью. Полоса пропускания таких усилителей составляет до  $30 \dots 100$  МГц при равномерности АЧХ в пределах полосы не более  $1 \dots 3$  %. Такие приборы называют милливольтметрами.

Для повышения чувствительности прибора необходимо увеличивать коэффициент усиления широкополосного усилителя, что приводит к ухудшению отношения сигнал-шум на входе преобразователя переменного напряжения в постоянное, поскольку преобразователи являются нелинейными элементами. При малых отношениях сигнал подавляется шумом. Фильтрация сигнала на выходе преобразователя становится неэффективной, и приходится уменьшать полосу пропускания усилителя. Чувствительность можно значительно повысить (до долей микровольта), применив узкополосные избирательные усилители, настраиваемые на частоту сигнала. Такие усилители выполняют по схеме супергетеродинного приемника, иногда прибегая к двойному или тройному преобразованию частоты. В современных приборах поиск частоты сигнала и настройка на нее выполняется автоматически. Приборы с избирательными усилителями называют селективными микровольтметрами.

Усиленное выходное напряжение попадает на преобразователь переменного напряжения в постоянное. Это нелинейное устройство, схема которого обеспечивает на выходе постоянное напряжение, пропорциональное амплитудному, средневыпрямленному или среднеквадратическому значению. Различные типы преобразователей будут рассмотрены далее.

Выходное напряжение преобразователя, как правило, приходится усиливать с помощью УПТ. В аналоговых вольтметрах обычно используется измерительный прибор  $V$  магнитоэлектрического типа. Цифровые вольтметры содержат АЦП и цифровое отсчетное устройство. Различные методы построения АЦП будут также описаны далее.

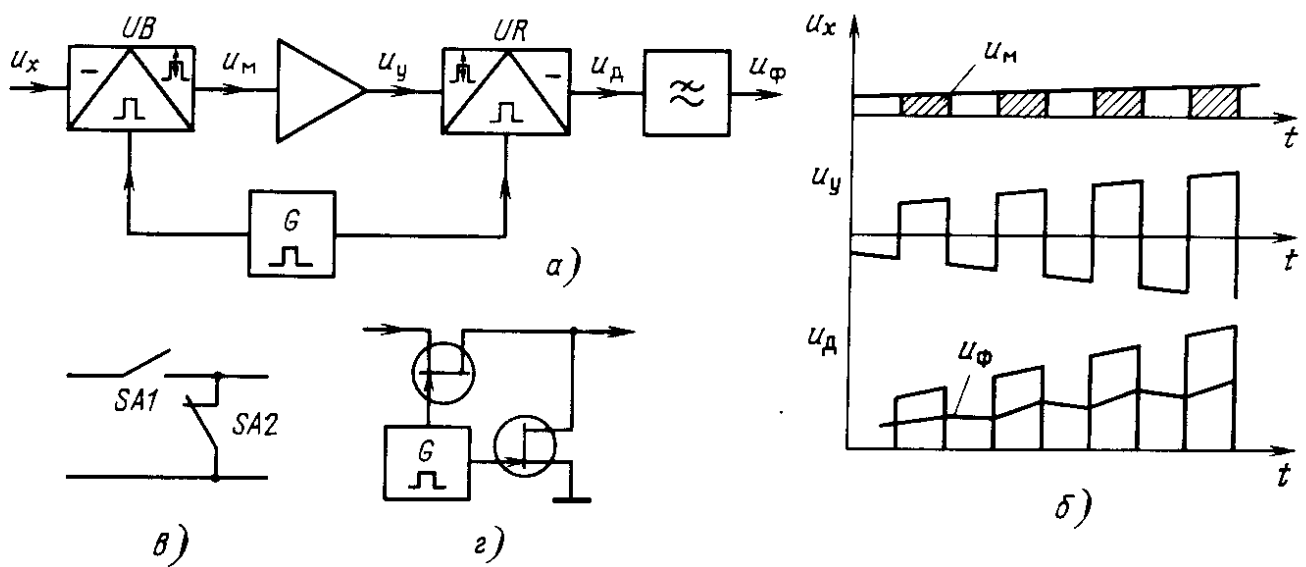


Рис. 11.3

Структурная схема вольтметров постоянного напряжения подобна рассмотренной, но в ней отсутствуют усилитель переменного напряжения и преобразователь. Поэтому при измерении малых напряжений функции усиления сигнала выполняет УПТ, необходимый коэффициент усиления которого зависит от чувствительности прибора. Из-за значительного дрейфа нуля транзисторные усилители с непосредственными связями применяют редко, и усилители с промежуточным преобразованием постоянного напряжения строят по схеме модуляция—усиление—демодуляция (МДМ).

**Усилители с промежуточным преобразованием.** Упрощенная схема усилителя типа МДМ показана на рис. 11.3, а. Входное напряжение  $u_x$  поступает на вход модулятора  $UB$ , управляемого периодической последовательностью прямоугольных импульсов с генератора  $G$  (рис. 11.3, б). Импульсы  $u_m$  с выхода модулятора усиливаются усилителем переменного напряжения. Демодулятор  $UR$ , построенный по схеме синхронного детектора, выделяет усиленные импульсы  $u_y$ , а с помощью фильтра нижних частот (ФНЧ) восстанавливают постоянное напряжение  $u_\phi$ .

В таком усилителе из-за наличия разделительных емкостей не проявляется дрейф нуля, который определяется модулятором, а не свойствами усилителя. Модулятор строят на основе вибропреобразователя, контакты  $SA1$  и  $SA2$  которого замыкаются поочередно (рис. 11.3, в). В современных усилителях применяют модулятор на малошумящих полевых транзисторах, к затворам которых подводят противофазные напряжения в форме меандра (рис. 11.3, г). Дрейф нуля усилителя может составлять  $0,01 \dots 10$  мкВ/ч, а температурная составляющая дрейфа лежит в пределах  $0,01 \dots 10$  мкВ/°С. Полоса пропускания усилителя определяется главным образом полосой ФНЧ и может составлять доли герца.

## 11.2. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ПИКОВОГО ЗНАЧЕНИЯ

Используемые в измерительной технике преобразователи пикового (амплитудного) значения представляют собой диодные детекторы, работающие в режиме больших сигналов. Подобные детекторы широко применяют в радиоаппаратуре различного назначения, в том числе и в радиоприемных устройствах.

**Схемы детекторов.** Существуют два основных типа диодных детекторов: последовательный (рис. 11.4, а) и параллельный (рис. 11.4, б), называемые детекторами с открытым и закрытым входами. В диодных детекторах при малых сигналах детектирование квадратичное, а при больших — линейное. Постепенный переход от квадратичного режима к линейному происходит при напряжениях 0,2...1 В. Квадратичный режим редко применяют в вольтметрах, но он широко распространен в технике измерений на СВЧ.

Детекторы с открытым входом реагируют не только на переменную, но и на постоянную составляющие исследуемого напряжения, так как постоянное напряжение  $u_x$  положительной полярности через открытый диод попадает на нагрузочное сопротивление  $R_n$ . Такие детекторы неудобны при измерениях переменного напряжения, и поэтому их применение ограничено.

В вольтметрах переменного напряжения применяют преимущественно детекторы с закрытым входом, реагирующие только на переменную составляющую напряжения.

Будем считать, что вольт-амперная характеристика диода имеет кусочно-линейный вид:

$$i = \begin{cases} Su_d & \text{при } u_d > 0, \\ 0 & \text{при } u_d \leq 0, \end{cases}$$

где  $i$  и  $u_d$  — ток и напряжение диода;  $S$  — крутизна. Для нормальной работы детектора необходимо выполнить условия  $R_n \gg R_d$

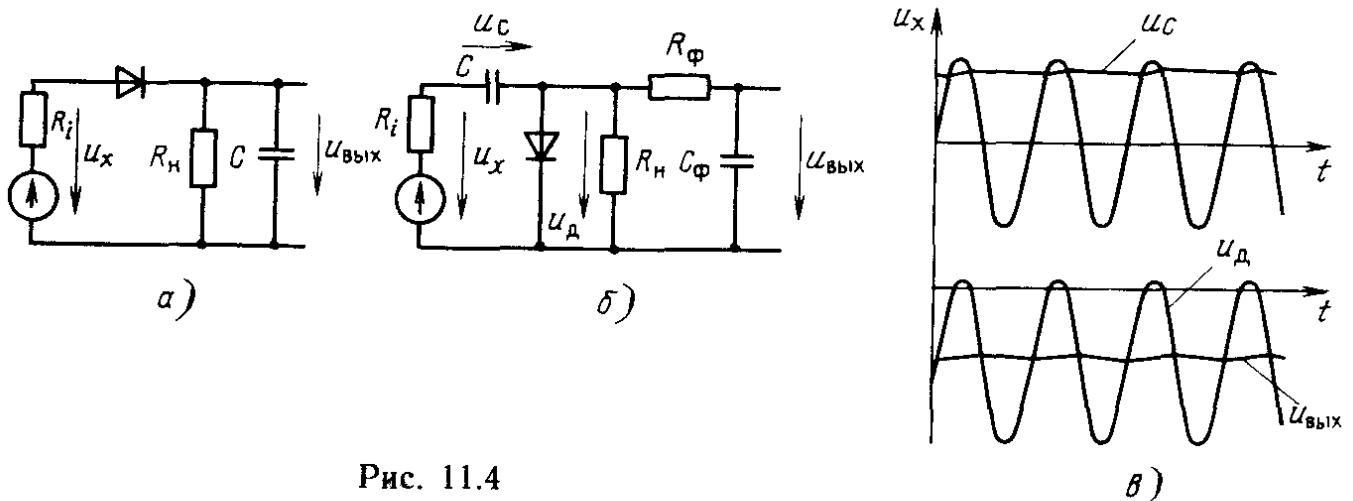


Рис. 11.4

и  $R_n \gg R_i$ , где  $R_d = 1/S$  — внутреннее сопротивление детектора. Тогда заряд конденсатора напряжением  $u_x$  через открытый диод с постоянной времени  $\tau_z = (R_i + R_d)C$  будет происходить значительно быстрее разряда через резистор  $R_n$  с постоянной времени  $\tau_p = (R_i + R_n)C$ . Поскольку  $R_i \ll R_n$ , то можно считать  $\tau_p = R_n C$ .

В установившемся режиме напряжение  $u_C$  на конденсаторе почти равно амплитуде  $U_m$  входного сигнала (рис. 11.4, в). Напряжение на нагрузке  $u_d = u_x - u_C$  представляет собой синусоиду, смещенную в область отрицательных напряжений на  $u_C$ . Среднее значение  $U_{\text{вых}}$  выходного напряжения, выделяемое ФНЧ  $R_{\text{ф}}C_{\text{ф}}$ , практически равно амплитуде измеряемого напряжения.

Можно показать, что при выполнении условия  $R_n / (R_i + R_d) > > 100$  коэффициент передачи детектора

$$K_d = \frac{U_{\text{вых}}}{U_m} = \cos^3 \sqrt{\frac{3\pi(R_i + R_d)}{R_n}} = 1 - 2,22 \left( \frac{R_i + R_d}{R_n} \right)^{2/3}, \quad (11.3)$$

а входное сопротивление детектора  $R_{\text{вх}} = R_n/3$ . Таким образом, увеличение сопротивления нагрузки благоприятно проявляется на свойствах детектора: растет его входное сопротивление и приближается к единице коэффициент передачи. На практике обычно сопротивление нагрузки с учетом шунтирующего действия входного сопротивления, следующего за детектором УПТ, составляет десятки мегом.

**Пример 11.2.** Определим коэффициент передачи и входное сопротивление детектора с закрытым входом, если  $R_n = 10$  МОм,  $R_i + R_d = 1$  кОм. В этом случае  $R_n / (R_i + R_d) = 10^4$ , и можно воспользоваться формулой (11.3), откуда  $K_d = 0,99$ . Входное сопротивление  $R_{\text{вх}} = 3,3$  МОм.

**Особенности работы детектора.** Соотношение (11.3) получено в предположении, что емкость  $C$  настолько велика, что напряжение  $u_C$  постоянно. В действительности емкость ограничена, и приходится учитывать изменения напряжения за период измеряемого напряжения. Пусть конденсатор успевает зарядиться до амплитудного значения  $U_m$ . Если  $u_C$  мало изменяется в процессе разряда, то ток разряда можно описать приближенным соотношением  $i_p = [U_m - u_x(t)] / [R_i + R_n] \approx [U_m - u_x(t)] / R_n$  (рис. 11.5). При малых изменениях  $u_C$  продолжительность разряда  $t_p \approx T$  и теряемый за период заряд

$$q_p = \frac{1}{R_n} \int_0^T [U_m - u_x(t)] dt = \frac{U_m}{R_n} T - \frac{1}{R_n} \int_0^T u_x(t) dt.$$

Здесь при интегрировании за период второе слагаемое обращается в нуль, поэтому напряжение на конденсаторе уменьшится на

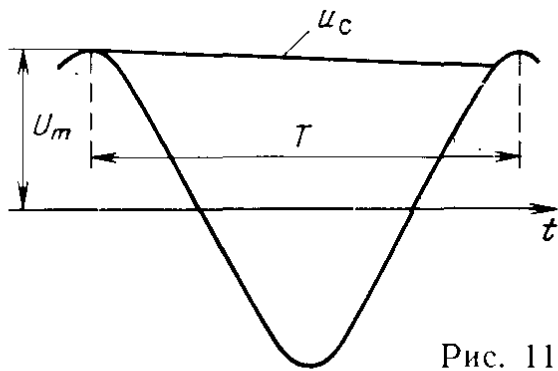


Рис. 11.5

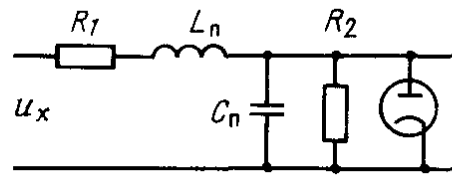


Рис. 11.6

$\Delta u_c = U_m T / R_n C$ . Среднее значение напряжения на конденсаторе  $U_{c\text{ср}} = U_m (1 - T/2\tau_p)$  также уменьшится, что приведет к уменьшению выходного напряжения. Относительная погрешность  $\delta_p = (U_{c\text{ср}} - U_m) / U_m = T/2\tau_p$  из-за частичного разряда конденсатора возрастает с уменьшением рабочей частоты и определяет нижнюю граничную частоту детектора. Например, для обеспечения погрешности  $\delta_p = 1\%$  на частотах  $f > 20$  Гц при  $R_n = 25$  МОм необходима емкость  $0,1$  мкФ.

Пиковые детекторы обычно являются первыми каскадами вольтметров, определяющими частотный диапазон прибора. Частотные свойства детекторов зависят прежде всего от паразитных параметров схемы: емкости  $C_n$  диода и монтажа, индуктивности  $L_n$  соединительных проводников и диода, а также потерями (рис. 11.6). С ростом частоты возрастает сопротивление  $R_1$ , учитывающее потери монтажа и выводов диода с учетом поверхностного эффекта и вихревых токов, и уменьшается сопротивление  $R_2$ , учитывающее сопротивление диода и диэлектрические потери.

Паразитные параметры уменьшают конструктивными способами: детектор монтируют в специальном пробнике, подключаемом непосредственно к исследуемой цепи. В паспортных данных прибора нормируют усредненное по множеству приборов максимально допускаемое значение входного сопротивления на нескольких частотах и приводят графики поправок, учитывающих АЧХ пробника. Активное сопротивление пробника может уменьшаться с единиц мегом на низких частотах до десятков килоом на частотах  $100$  МГц. Поправка может составлять  $10..15\%$  на частоте  $1$  ГГц.

**Преобразователь с нелинейной обратной связью.** Измеряемое гармоническое напряжение  $u_x = U_x \cos \omega t$  (рис. 11.7) подводят к детектору сигнала  $UR1$ , выходное напряжение которого  $U_{д1} = f(U_x)$  находится в некоторой функциональной зависимости от входного. В частности, при малых напряжениях эта зависимость близка к квадратичной, а при больших — к линейной. К аналогичному по конструкции детектору обратной связи  $UR2$  подведено гармоническое напряжение обратной связи  $u_{oc} = U_{oc} \cos \omega_{г} t$  с частотой порядка сотен килогерц. Оба детектора предварительно отбирают по одинаковым вольт-амперным характеристикам



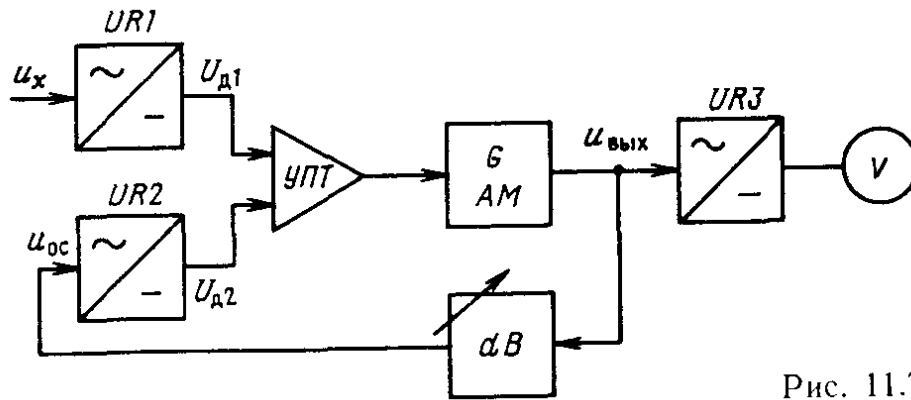


Рис. 11.7

и для создания одинакового температурного режима помещают в выносной пробник. Поэтому можно считать, что выходное напряжение детектора обратной связи  $U_{д2} = f(U_{oc})$ .

Разностное напряжение  $U_{д1} - U_{д2}$  после усиления вычитающим УПТ подают в качестве модулирующего на генератор  $G$ . Генератор имеет линейную модуляционную характеристику, проходящую через начало координат. Выходное напряжение поступает на аттенюатор обратной связи с коэффициентом передачи  $K_{ат}$  и затем на вход детектора обратной связи.

Работа преобразователя на рис. 11.7 описывается соотношением  $[f(U_x) - f(K_{ат} U_{вых})]K = U_{вых}$ , где  $K$  — коэффициент передачи цепи, состоящей из УПТ и генератора.

При большом коэффициенте усиления  $K$  можно принять  $f(U_x) = f(K_{ат} U_{вых})$  и поэтому независимо от вида функции  $f(U)$  получим  $U_{вых} = U_x / K_{ат}$ .

Измеряемое напряжение оценивают по показанию вольтметра постоянного напряжения  $V$ , подключенного к выходу детектора  $UR3$ , работающего при большом напряжении  $U_{вых}$  в линейном режиме. Шкала вольтметра линейна независимо от входного напряжения. Диапазон измеряемых напряжений устанавливают изменением коэффициента передачи аттенюатора.

Погрешность измерений гармонического напряжения определяется неидентичностью вольт-амперных характеристик диодов. Поскольку частота сигнала обратной связи постоянна, то на высоких частотах проявляются частотные погрешности преобразователей.

Рассмотренное устройство можно считать преобразователем пикового значения только для больших сигналов. Если сигнал мал, то режим детектирования приближается к квадратичному и появляется дополнительная погрешность, сильно зависящая от формы входного сигнала.

**Пример 11.3.** Рассмотрим погрешность, возникающую при измерениях меандра с малой амплитудой. Детекторы будем считать квадратичными, их выходные напряжения  $U_{д1} = K_1 U_{хск}^2$ ;  $U_{д2} = K_1 U_{ос ск}^2$  пропорциональны квадратам среднеквадратических значений  $U_{хск}$  и  $U_{ос ск}$  измеряемого напряжения и напряжения обратной связи, а  $K_1$  — постоянный коэффициент.

Поскольку выходные напряжения детекторов должны быть одинаковыми, то при квадратичном детектировании  $K_1 U_{x\text{ск}}^2 = K_1 U_{oc\text{ск}}^2$  или  $U_{x\text{ск}} = U_{oc\text{ск}}$ , причем напряжение обратной связи гармоническое, поэтому  $U_{oc\text{ск}} = U_{oc}/\sqrt{2}$ . Если измеряемое напряжение тоже гармоническое, то  $U_{x\text{ск}} = U_x/\sqrt{2}$ , и, следовательно,  $U_{oc} = U_x$ . Измеряющий амплитуду напряжения обратной связи прибор покажет амплитудное значение  $U_x$ .

Если входное напряжение — меандр с амплитудой  $U_m$ , то  $U_{x\text{ск}} = U_m/2$ . В этом случае  $U_m^2/4 = U_{oc}^2/2$ , откуда  $U_{oc} = U_m/\sqrt{2}$ . Следовательно, прибор покажет не амплитуду входного напряжения, а меньшее в  $\sqrt{2}$  значение.

Такая погрешность недопустима, и преобразователи с нелинейной обратной связью применяют только при измерениях гармонических и близких к ним по форме сигналов.

Промышленность выпускает вольтметры, предназначенные для измерений напряжения от десятков милливольт до единиц вольт. Основная погрешность составляет 4...6 % на частотах до 30 МГц и возрастает до 15...25 % на высоких частотах до 1 ГГц.

**Компенсационные преобразователи импульсных напряжений.** Компенсационные преобразователи с образцовым постоянным напряжением позволяют с высокой точностью измерять как гармонические, так и импульсные напряжения. Обычно компенсирующее напряжение устанавливают в автоматическом режиме, такие приборы называют автокомпенсационными вольтметрами.

Упрощенная схема вольтметра с преобразователем компенсационного типа показана на рис. 11.8, а. Входное напряжение  $u_x$  сравнивают с компенсирующим напряжением  $u_k$  компаратором. В исходном состоянии компенсирующее напряжение  $u_k = 0$ , и импульсы входного напряжения вызывают срабатывание компаратора. Перепады напряжения на его выходе запускают одновибратор  $G$ , вырабатывающий импульсы  $u_r$  с постоянной амплитудой и длительностью (рис. 11.8, б). Под действием каждого очередного импульса генератора выходное напряжение  $u_k$  интегратора, используемое как компенсирующее, увеличивается на шаг квантования. Нарастание  $u_k$  продолжается до тех пор, пока уровень срабатывания компаратора не превысит амплитуду входного сигнала и запуск генератора не прекратится. Из-за некоторого разряда емкости интегратора напряжение  $u_k$  будет постепенно понижаться, по истечении нескольких периодов входного напряжения компаратор снова срабатывает, и она увеличится. В установившемся колебательном режиме  $u_k \approx U_m$  периодически меняется в пределах шага квантования, его амплитуду измеряют вольтметром.

Из-за постоянства шага квантования процесс компенсации протекает медленно. В реальных приборах предусмотрена возможность ускорения заряда и разряда накопительной емкости интегратора, что позволяет сократить время измерений.

Погрешность измерений напряжения определяется погрешностью измерения компенсирующего напряжения, шагом квантова-

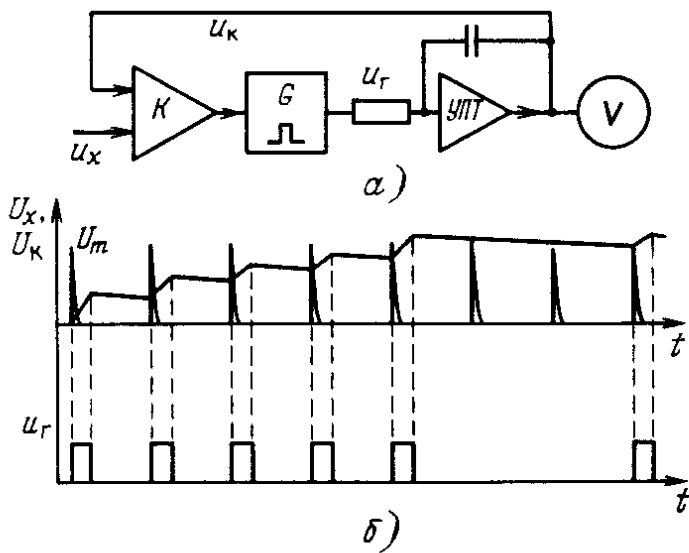


Рис. 11.8

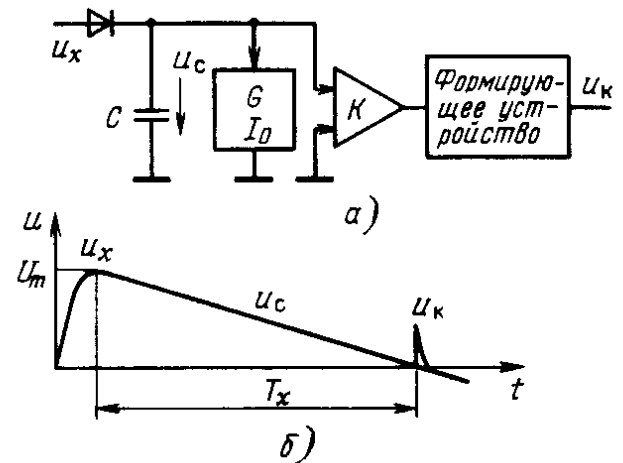


Рис. 11.9

ния, быстродействием компаратора и непостоянством порога его срабатывания.

Выпускаемые промышленностью автокомпенсационные вольтметры позволяют измерять амплитуду импульсного напряжения от 0,1 до 25 В длительностью  $2 \cdot 10^{-8} \dots 0,05$  с с частотой следования 10 Гц...10 кГц. Основная погрешность составляет 0,4...2 % при длительности импульсов более 0,5 мкс.

**Измерение амплитуды одиночных импульсов.** Все рассмотренные методы преобразования переменного напряжения в постоянное основаны на многократном воздействии измеряемых импульсов на преобразователь. При измерениях амплитуды одиночных импульсов возникают определенные трудности, возрастающие с уменьшением их длительности.

Существуют два основных способа измерений амплитуды одиночных импульсов: расширение импульсов и преобразование амплитуды во временной интервал. Оба эти метода основаны на быстром заряде накопительного конденсатора до амплитуды импульса за время его действия. В расширителе импульсов измеряют напряжение на конденсаторе в начальной стадии его разряда, например быстродействующим цифровым вольтметром.

Аналого-временное преобразование заключается в разряде накопительного конденсатора постоянным током и в формировании интервала времени  $T_x$ , пропорционального амплитуде (рис. 11.9). Импульс входного напряжения через открытый диод заряжает практически до амплитудного значения  $U_m$  конденсатор  $C$ . По окончании импульса конденсатор разряжается постоянным током  $I_0$ , который задают генератором тока  $G$ . При переходе напряжения  $u_c$  на конденсаторе через нулевой уровень на выходе компаратора получают перепад напряжения, из которого формируют импульс  $u_k$ . Интервал между срезом входного импульса и импульсом  $u_k$  измеряют с цифровым измерителем временных интервалов.

### 11.3. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ СРЕДНЕВЫПРЯМЛЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ

Средневыпрямленное значение напряжения измеряют посредством двухполупериодного выпрямления измеряемого напряжения. Для этого необходим большой сигнал, при котором вольт-амперная характеристика диодов хорошо описывается с помощью линейно-ломаной аппроксимации. Наиболее распространены мостовые преобразователи и преобразователи с обратной связью.

**Мостовой преобразователь.** Преобразователь такого вида используется как выпрямитель в источниках питания электронных устройств. Преобразователь (рис. 11.10) состоит из мостовой схемы с четырьмя диодами. Выходное напряжение снимают с ФНЧ, подключаемого к резистору  $R$  в диагонали моста. Если сопротивления диодов в прямом направлении можно считать одинаковыми и равными  $R_d$ , то напряжение в диагонали  $u_1 = R \times \times |u_x| / (2R_d + R)$ , а его среднее значение  $U_{\text{ВЫХ}}$  пропорционально средневыпрямленному. В аналоговых вольтметрах в диагональ включают магнитоэлектрический прибор, по шкале которого отсчитывают средневыпрямленное значение входного напряжения.

Погрешность измерений определяется в основном отличием реальных вольт-амперных характеристик диодов от аппроксимирующей характеристики кусочно-линейного вида, с ростом частоты начинают проявляться паразитные параметры схемы.

Такой преобразователь имеет малое входное сопротивление  $R_{\text{ВХ}} = 2R_d + R$ . Как правило, его не подсоединяют непосредственно к измеряемой цепи, а подключают к выходу усилительного каскада с малым входным сопротивлением.

Погрешность вольтметра с таким преобразователем может составлять на низких частотах единицы процентов, а частотный диапазон — десятки мегагерц. Мостовые преобразователи применяют в простых аналоговых вольтметрах. В совокупности с цифровыми вольтметрами постоянного напряжения такие преобразователи из-за большой погрешности использовать нецелесо-

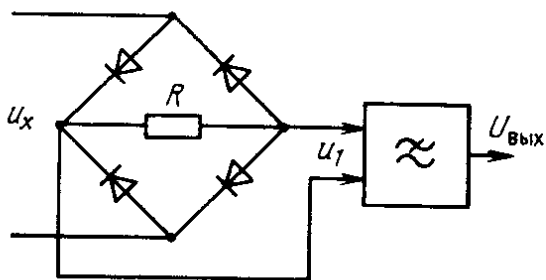


Рис. 11.10

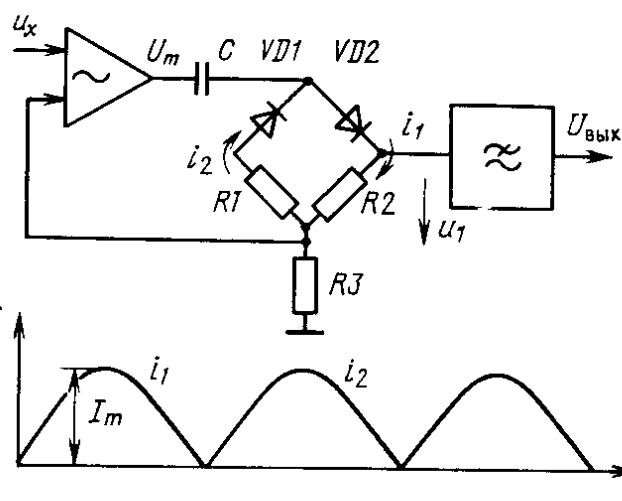


Рис. 11.11

сообразно. Погрешность уменьшают введением отрицательной обратной связи.

**Преобразователь с обратной связью.** Преобразователь представляет собой усилитель переменного напряжения, охваченный отрицательной обратной связью с помощью мостовой схемы, состоящей из диодов  $VD1$ ,  $VD2$  и резисторов  $R_1—R_3$  (рис. 11.11). Диоды подбирают так, чтобы их прямые сопротивления  $R_d$  были одинаковы, одинаковыми должны быть резисторы  $R_1$ ,  $R_2$ . Положительная и отрицательная полуволны выходного напряжения усилителя с амплитудой  $U_m$  создают токи  $i_1$  и  $i_2$  (рис. 11.11) с одинаковыми амплитудами  $I_m$ , а на резисторе  $R_3$  будет выделено гармоническое напряжение обратной связи.

Пусть измеряется гармоническое напряжение с амплитудой  $U_{xm}$ . Тогда амплитуды тока и напряжения на выходе усилителя с коэффициентом усиления  $K$

$$U_m = K(U_{xm} - I_m R_3), \quad I_m = U_m / (R_d + R_2 + R_3),$$

откуда

$$I_m = KU_{xm} / [(1 + K)R_3 + R_2 + R_d].$$

Напряжение  $u_1$ , вызванное токами  $i_1$  и  $i_2$ , будет несимметричным (рис. 11.11, б). Его среднее значение  $U_{вых}$ , выделяемое с помощью ФНЧ,

$$U_{вых} = \frac{1}{\pi} [I_m(R_2 + R_3) - I_m R_3] = \frac{KU_{xm} R_2}{\pi [(1 + K)R_3 + R_2 + R_d]}.$$

Коэффициент передачи преобразователя

$$K = \frac{U_{вых}}{U_{xm}} = \frac{KR_2}{\pi [(1 + K)R_3 + R_2 + R_d]}. \quad (11.4)$$

Учитывая, что коэффициент усиления  $K > 10^3 \dots 10^4$ , можно считать  $K \approx R_2 / \pi R_3$ . Следовательно, на погрешности измерений практически не влияет непостоянство сопротивлений диодов. Относительная погрешность коэффициента передачи  $\delta_K = \delta_{R_2} - \delta_{R_3}$  определяется только сопротивлениями резисторов  $R_2$  и  $R_3$ , которые для повышения стабильности выполняют проволочными.

Кроме рассмотренных источников, на погрешность преобразования влияют ограниченная полоса пропускания усилителя, нелинейность его амплитудной характеристики и утечки в конденсаторах ФНЧ. Общая погрешность может составлять 0,5...0,01 % на частотах от десятков герц до десятков килогерц. При повышении частоты до сотен килогерц появляется значительная частотная погрешность.

## 11.4. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОГО ЗНАЧЕНИЯ

Среднеквадратическое значение напряжения удобно для непосредственной характеристики мощности детерминированных сигналов и дисперсии случайных процессов. Для его измерения необходимо возвести в квадрат мгновенные значения напряжения, определить среднее значение, а затем извлечь из него квадратный корень.

**Методы измерений среднеквадратического значения.** Существующие методы измерений можно разделить на две группы. Первая основана на промежуточном преобразовании энергии измеряемого сигнала в тепло. Наиболее употребительный из тепловых методов — термоэлектрический с использованием специальных термопар. Существуют преобразователи, основанные на измерении тока транзистора или терморезистора, подогреваемых помещенными возле них нагревательными элементами. Возможно использование термоэмиссионных преобразователей, в которых исследуемый сигнал подогревает катод вакуумного диода, а о среднеквадратическом значении напряжения судят по току диода. Тепловые преобразователи имеют значительную тепловую инерционность и совмещают операции возведения в квадрат и усреднения.

Вторая группа методов основана на использовании малоинерционных нелинейных элементов, с помощью которых определяют квадрат напряжения. В простейшем случае таким элементом может быть диодный детектор в режиме квадратичного детектирования. Такой метод применяют при измерениях мощности на СВЧ.

Квадратичное преобразование можно реализовать, сочетая несколько нелинейных преобразований сигнала. Такие устройства выпускают в виде аналоговых микросхем.

Наконец, среднеквадратическое значение сигнала можно измерить цифровыми методами. Для этого сигнал дискретизируют, измеряют его период, а затем в цифровой форме проводят необходимые вычисления. Для получения высокой точности преобразования интервала число дискретных отсчетов на периоде измеряемого напряжения должно составлять порядка  $10^3$ , поэтому при ограниченном быстродействии АЦП частоты сигнала составляют до килогерца. Цифровой метод реализуют в универсальных измерителях параметров сигналов, построенных на основе микроЭВМ.

Иногда цифровые методы сочетают с аналоговыми, например, возведение в квадрат и усреднение производят аналоговыми методами, а извлечение квадратного корня — цифровыми с помощью встроенной микропроцессорной системы. В таких приборах широкая полоса сочетается с высокой точностью преобразований.

**Преобразователи с термоэлементами.** Такой преобразователь представляет собой сочетание термопары и подогревателя  $\beta$ , к ко-

тому подводят исследуемое напряжение (рис. 11.12). Термопара образована двумя термоэлектродами 2 и 3 из разнородных металлов. Перенос тепла от подогревателя к горячему спаю 4 осуществляется с помощью керамического шарика 1. ТермоЭДС  $E_T$  снимают с холодных спаев 6.

Из-за значительной тепловой инерционности подогревателя можно считать, что его температура в установившемся режиме практически не меняется за период изменения мгновенной мощности. В этом случае тепловое состояние горячего спаю термопары можно описать соотношением

$$P = \frac{1}{TR_{\text{п}}} \int_0^T u_x^2(t) dt = \frac{U_{\text{ск}}^2}{R_{\text{п}}} = (T_2^\circ - T_1^\circ) R_T,$$

где  $P$  — средняя мощность;  $T_2^\circ$  и  $T_1^\circ$  — температуры горячего и холодного спаев термопары;  $R_T$  — тепловое сопротивление;  $R_{\text{п}}$  — сопротивление подогревателя.

Под влиянием разности температур между спаями возникает термоЭДС, для малых разностей температур  $E_T = K(T_2^\circ - T_1^\circ)$ , где  $K$  — коэффициент, зависящий от конструкции термопары и материала термоэлектродов. Исключив из приведенных соотношений разность температур, получим:

$$E_T = KR_T U_{\text{ск}}^2 / R_{\text{п}} = K_T U_{\text{ск}}^2, \quad (11.5)$$

где  $K_T = KR_T / R_{\text{п}}$ .

Таким образом, термоЭДС пропорциональна мощности измеряемого сигнала. Для получения среднеквадратического значения необходимо выполнить операцию извлечения квадратного корня из  $E_T$ . В вольтметрах с магнитоэлектрическими приборами для этого применяют квадратичную шкалу. Если же вольтметр цифровой, то квадратный корень приходится вычислять.

Промышленность выпускает термопреобразователи на разные токи, начиная от 1 мА, при этом термоЭДС составляет единицы

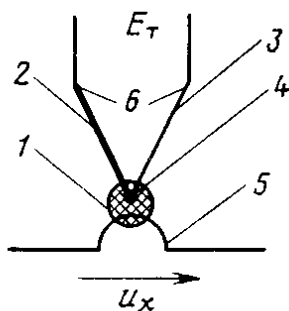


Рис. 11.12

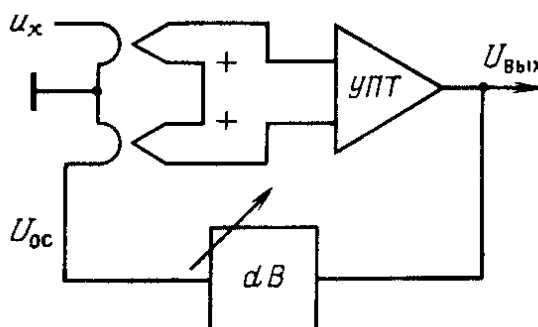


Рис. 11.13

милливольт. Такие термопары сохраняют свою работоспособность до частот 100...200 МГц, время установления показаний составляет единицы секунд.

Погрешность измерений обусловлена несколькими основными причинами. При длительной работе начинает проявляться погрешность за счет постепенного нагревания холодных спаев. Для уменьшения этого эффекта холодные спаи соединяют с массивными хорошо охлаждаемыми медными пластинами. Термопары подвержены старению из-за изменения электрических свойств горячего спая, особенно резкие изменения вызывают перегрузки. Превышение максимального тока в 2—3 раза может вывести термопреобразователь из строя.

На работу термопреобразователя на высоких частотах влияют поверхностный эффект в подогревателе и электрическая связь между подогревателем и термоэлектродами, определяемая емкостью и взаимной индуктивностью. Для уменьшения индуктивной связи подогреватель и термоэлектроды вблизи спая выполняют прямолинейными и располагают крестообразно. Для повышения долговременной стабильности характеристик термопары помещают в вакуумный баллон.

На основе термопреобразователей строят аналоговые амперметры и вольтметры с основной погрешностью порядка нескольких процентов. Точность измерений повышают разными способами, среди которых наиболее употребителен метод нелинейной отрицательной обратной связи, позволяющий получать линейную шкалу.

**Преобразователь с нелинейной обратной связью.** В таком преобразователе используют две одинаковые термопары (рис. 11.13). К подогревателю измерительной термопары подводят входное напряжение  $u_x$ , а к подогревателю термопары обратной связи — напряжение  $U_{\text{вых}}$  с выхода УПТ. В установившемся режиме

$$KK_T(U_{\text{ск}}^2 - K_{\text{ат}}^2 U_{\text{вых}}^2) = U_{\text{вых}}. \quad (11.6)$$

Поскольку коэффициент усиления  $K$  УПТ большой, то можно считать  $U_{\text{вых}} = U_{\text{ск}}/K_{\text{ат}}$ .

В рассмотренном методе реализованы два взаимобратных преобразования: возведение в квадрат и извлечение квадратного корня, поэтому его называют методом взаимобратных преобразований.

Среднеквадратическое значение измеряют по выходному напряжению УПТ, градуировочная характеристика такого преобразователя линейная.

В преобразователе обе термопары работают практически в одинаковом температурном режиме, поэтому изменения внешней температуры не вносят погрешности. Преобразователи с термопарами имеют невысокую чувствительность, поэтому входное



напряжение предварительно усиливают широкополосным усилителем.

Верхняя частота рабочего диапазона зависит от свойств термопреобразователей и от полосы пропускания усилителя, стоящего перед преобразователем. Нижняя граничная частота зависит от тепловой инерционности термопары: начиная с определенной частоты усредняющее действие термопары недостаточно, и температура спая начинает меняться во времени с периодом изменения мгновенной мощности. В результате в термоЭДС появляется переменная составляющая с удвоенной частотой сигнала.

Промышленность выпускает вольтметры среднеквадратического значения с преобразователями с нелинейной обратной связью, работающие в диапазоне частот 10 Гц...100 МГц, погрешность измерений наиболее точных приборов в центральной части диапазона составляет 0,2...1 %. Милливольтметры с ограниченной до единиц мегагерц полосой частот измеряемых сигналов позволяют измерять напряжения до 10 мкВ.

**Пример 11.4.** Определим погрешность преобразователя, обусловленную конечным значением коэффициента усиления  $K=10^2$ ,  $K_{ат}=1$ . Термопары характеризуются следующими параметрами:  $R_n=10$  Ом;  $E_T=1$  мВ при  $I_n=1$  мА. Для расчета погрешности прежде всего следует найти  $K_T=2E_T/U_{ск}^2=20$  В<sup>-1</sup>. Равенство (11.6) представим в виде  $(U_{ск}-U_{вых})(U_{ск}+U_{вых})K_TK=U_{вых}$ . Предположим, что погрешность невелика и  $U_{ск}\approx U_{вых}$ . Тогда  $U_{ск}+U_{вых}=2U_{вых}$ , откуда погрешность

$$\delta = \frac{U_{ск} - U_{вых}}{U_{вых}} = \frac{K_T K}{2} = 0,5 \cdot 10^{-3}.$$

**Преобразователь с вычислением логарифма и антилогарифма.** В преобразователях такого типа реализован метод косвенного вычисления среднеквадратического значения аналоговыми методами. Например, в виде операций:

$$\begin{aligned} u_x(t) &\rightarrow |u_x(t)| \rightarrow 2\ln|u_x(t)| = \ln u_x^2(t) \rightarrow \ln u_x^2(t) - \ln U_{ск} \rightarrow \\ &\rightarrow \ln [u_x^2(t)/U_{ск}] \rightarrow u_x^2(t)/U_{ск} \rightarrow \overline{u_x^2(t)/U_{ск}} = U_{ск}. \end{aligned}$$

Модуль измеряемого напряжения получают с помощью двухполупериодного выпрямителя, вычитающее устройство и ФНЧ построены на операционных усилителях. Логарифмическое преобразование основано на использовании свойств полупроводниковых диодов. Вольт-амперная характеристика полупроводниковых диодов в области положительных напряжений вблизи начала координат имеет вид  $i=I_0 \exp[(u_d/U_T)-1]$ , где  $I_0$  — начальный ток  $U_T$  — тепловой потенциал, составляющий для кремниевых дио-

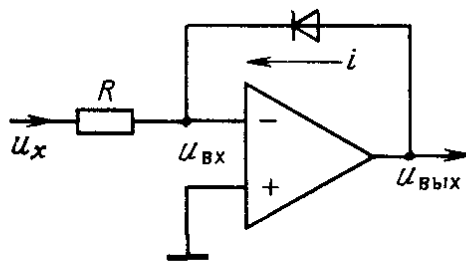


Рис. 11.14

дов 25 мВ при температуре 300 К. Отсюда следует, что

$$u_d = U_T \ln\left(\frac{i}{I_0} - 1\right) \approx U_T \ln\left(\frac{i}{I_0}\right),$$

так как обычно выполняется условие  $i/I_0 \gg 1$ .

Диод включают в цепь обратной связи операционного усилителя (рис. 11.14). Напряжение  $u_x$  отрицательной полярности подводят к резистору  $R$ . Поведение такой схемы описывают соотношениями  $u_{вх} = u_{вых} - u_d$ ;  $u_{вых} = -Ku_{вх}$ . Исключив отсюда входное напряжение при  $K \gg 1$  и учтя, что  $i = u_x(t)/R$ , получим

$$u_{вых} = u_d = U_T \ln [u_x(t)/RI_0].$$

Следовательно, подобная схема осуществляет логарифмическое преобразование исследуемого напряжения. Для вычисления  $2\ln|u_x(t)|$  в цепь обратной связи включают последовательно два диода. Обратную операцию — вычисление антилогарифма — выполняют также с помощью диода, включаемого последовательно ко входу операционного усилителя.

Логарифмический участок вольт-амперной характеристики диодов невелик, и в практических схемах применяют транзисторы с заземленной базой, работающие в диодном режиме. В таких схемах осуществляют термокомпенсацию тока транзистора. Логарифмирование сигнала на входе позволяет получать широкий динамический диапазон преобразователя.

Преобразователи, построенные согласно рассмотренной структурной схеме и выпускаемые в виде интегральных схем, широко используют в вольтметрах. Погрешность измерений составляет 0,1...1 % в частотном диапазоне до сотен килогерц. В микропроцессорных вольтметрах погрешность может быть снижена до 0,02...0,05 %.

## 11.5. ЦИФРОВЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Цифровые методы позволяют строить автоматизированные вольтметры высокой точности. Применение в современных цифровых вольтметрах встроенных МС позволит расширить их функцио-

нальные возможности. Такие приборы, предназначенные для измерений постоянного и переменного напряжения, емкости, сопротивления и индуктивности, а также частоты и периода сигналов, называют мультиметрами. Анализ реализованных в них цифровых методов измерений будет проведен в соответствующих разделах. Здесь же рассмотрим основные методы измерений постоянного напряжения.

**Метод сравнения с пилообразным напряжением.** В измерительной технике наиболее распространены методы преобразования напряжения в достаточно протяженный временной интервал, который затем измеряют цифровым способом. Такой интервал получают, например, путем сравнения измеряемого напряжения  $U_x$  с образцовым пилообразным напряжением  $u_n$  (рис. 11.15). Пилообразное напряжение, вырабатываемое генератором  $G1$ , поступает на два компаратора  $K1$  и  $K2$ , в которых его последовательно во времени сравнивают с напряжением  $U=0$  и измеряемым напряжением  $U_x$ . В моменты, когда выполняются равенства  $u_n=0$  и  $u_n=U_x$ , происходит переключение триггера  $T$ . Сформированный на его выходе импульс  $u_T$  с длительностью  $T_x = U_x / (du_n / dt)$  поступает на один из входов селектора  $SL$ . К другому его входу подведена последовательность счетных импульсов с периодом повторения  $T$  с генератора  $G$ . На время действия импульса с выхода триггера селектор открыт, и цифровой счетчик  $CT$  фиксирует число импульсов  $n$ , которое после дешифровки преобразователем кодов  $DC$  отображается на отсчетном устройстве  $HG$ . Как следует из рис. 11.15, б, измеряемое напряжение

$$U_x = (nT_0 - \Delta t_d) \frac{du_n}{dt} \approx nT_0 \frac{du_n}{dt} \quad (11.7)$$

пропорционально числу импульсов, что позволяет градуировать прибор в вольтах.

**Погрешности.** Относительная погрешность

$$\delta U_x = \delta T_x + \delta (du_n / dt)_{ср}, \quad (11.8)$$

где  $\delta (du_n / dt)_{ср}$  — среднее значение производной.

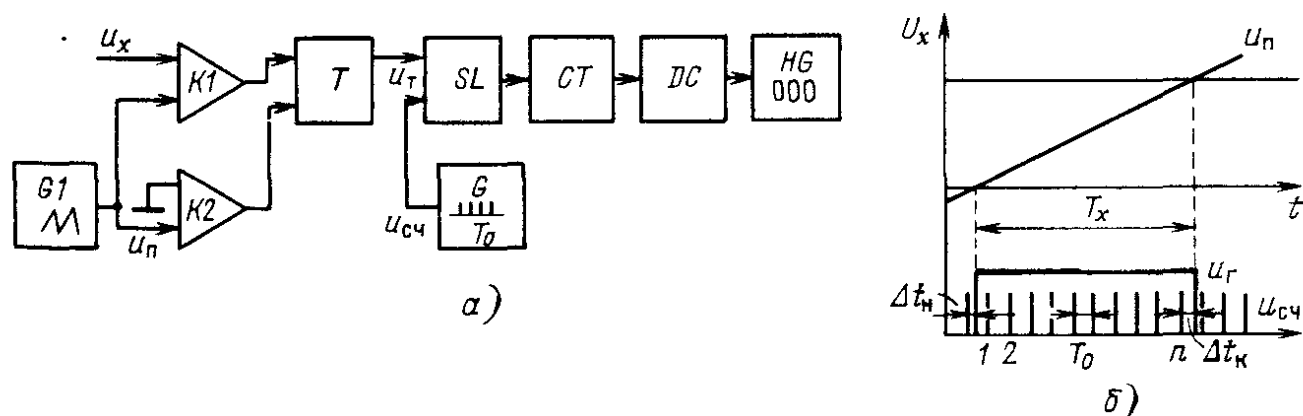


Рис. 11.15

Погрешность  $\delta T_x$  измерения временного интервала подробно рассмотрена в гл. 9. При использовании генератора счетных импульсов с кварцевой стабилизацией она определяется погрешностью дискретности, предельное значение которой  $1/n$ .

Погрешность  $\delta(du_n/dt)_{\text{ср}}$  вызвана непостоянством средней скорости нарастания пилообразного напряжения на интервале  $T_x$  и зависит от коэффициента усиления операционного усилителя, а также от его инерционности.

Рассмотрим погрешность, обусловленную конечным коэффициентом усиления, считая, что входное сопротивление усилителя бесконечно, а выходное равно нулю. Можно показать, что в этом случае при подключении ко входу интегратора в момент  $t=0$  скачка напряжения  $U_0$  его выходное напряжение

$$u_n = -KU_0 [1 - \exp(-t/\tau(K+1))] \approx -KU_0 [1 - \exp(-t/K\tau)],$$

где  $\tau = RC$ . Обычно используют начальный участок напряжения при  $t \ll K\tau$ , поэтому можно представить экспоненту в виде ряда  $\exp(-t/\tau K) \approx 1 - t/K\tau + t^2/2(K\tau)^2 - \dots$ . Ограничившись тремя первыми членами ряда, получим

$$u_n = -KU_0 [t/\tau K - t^2/2(K\tau)^2] = -U_0 t (1/\tau - t/2K\tau^2).$$

Скорость изменения напряжения

$$\frac{du_n}{dt} = -U_0 \left( \frac{1}{\tau} - \frac{t}{K\tau^2} \right)$$

уменьшается по линейному закону, поэтому средняя скорость изменения на интервале  $T_x$  равна полусумме скоростей при  $t=0$  и  $t=T_x$ :

$$(du_n/dt)_{\text{ср}} = -U_0 (1/\tau + T_x/2K\tau^2),$$

а относительная погрешность, вызванная отклонением формы выходного напряжения от линейной, не превышает

$$\delta(du_n/dt)_{\text{ср}} = T_x/2K\tau, \quad (11.9)$$

уменьшается пропорционально коэффициенту усиления  $K$  и имеет систематический характер.

Рассмотрим составляющие погрешности, вызванные свойствами компаратора. Компаратор представляет собой дифференциальный усилитель с большим коэффициентом усиления (рис. 11.16, а), ко входам которого подводят измеряемое и опорное пилообразное напряжения. Эти напряжения поступают от источников с внутренними сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$ . В дальнейшем будем считать сопротивления одинаковыми и равными  $R$ .

Если компаратор предназначен для работы с логическими схемами, то в идеальном случае его выходное напряжение при-

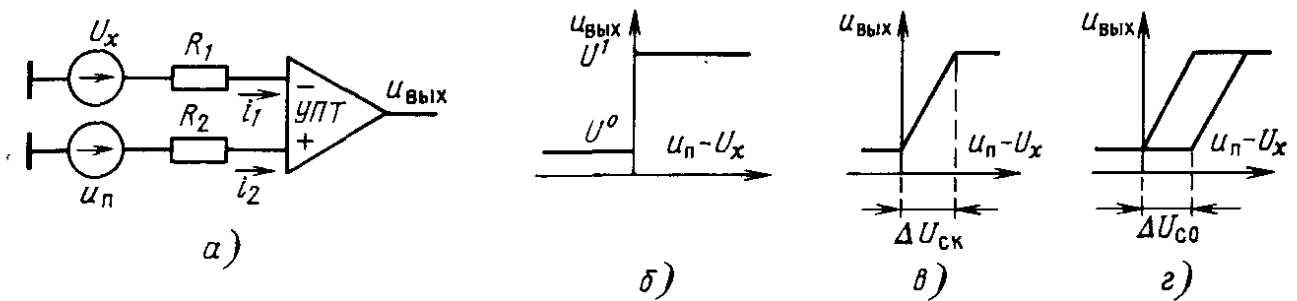


Рис. 11.16

нимает значение напряжения  $U^1$  логической единицы, если  $u_n > U_x$ , и логического нуля  $U^0$ , если  $u_n < U_x$  (рис. 11.16, б). В действительности переход выходного напряжения компаратора в состояние высокого уровня происходит при разности  $u_n - U_x = \Delta U_c$ , отличной от нуля. Приращение будем называть погрешностью смещения нуля. Существует несколько источников этой погрешности.

Из-за конечного коэффициента усиления амплитудная характеристика компаратора принимает вид, показанный на рис. 11.16, в. Погрешность  $\Delta U_{ск} = U^1 / K$  имеет преимущественно систематический характер.

Смещение может быть вызвано температурным дрейфом нуля усилителя (рис. 11.16, г). Температурную составляющую погрешности  $\Delta U_{с0}$  характеризуют коэффициентом  $K_0 = \Delta U_{с0} / \Delta T^\circ$ , где  $\Delta T^\circ$  — изменение температуры относительно номинальной. Погрешность возникает также из-за температурных изменений входных токов  $i_1$  и  $i_2$  компаратора. Поскольку к его входу поступает разность  $u_n - U_x + (i_2 - i_1)R$ , отличная от исходной разности напряжений, то погрешность  $\Delta U_{ci} = K_i R \Delta T^\circ$ . Эту погрешность оценивают по температурному коэффициенту  $K_i = \Delta U_{ci} / R \Delta T^\circ$ .

Общая предельная погрешность из-за смещения нуля

$$\Delta U_c = U^1 / K + \Delta U_{с0} + \Delta U_{ci} = U^1 / K + (K_0 + R K_i) \Delta T^\circ.$$

Пределы допускаемых значений коэффициентов  $K$  и  $K_i$  приводят в паспортных данных компараторов.

Рассмотренные погрешности характеризуют статический режим компаратора, когда изменения входных сигналов настолько медленны, что можно не принимать во внимание инерционность усилителя.

**Пример 11.5.** Определим погрешность компаратора, вызванную изменениями температуры в пределах  $\pm 10^\circ\text{C}$ , если  $K_0 = 10 \text{ мкВ}/^\circ\text{C}$ ;  $K_i = 3 \text{ нА}/^\circ\text{C}$ ;  $K = 10^5$ ;  $U^1 = 3 \text{ В}$ . Выходные сопротивления источников сравниваемых напряжений  $R = 1 \text{ кОм}$ . Коэффициент усиления  $K$  от температуры практически не зависит.

В данном случае погрешность  $\Delta U_{\text{ск}} = 3/10^5 = 0,03$  мВ будет систематической. Зависящие от температуры погрешности оценим для наихудшего случая по сумме  $\Delta U_{\text{с0}} + \Delta U_{\text{с1}} = (10 \cdot 10^{-6} + 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-9}) \cdot 10 = 0,13$  мВ. Границы общей погрешности, включая систематическую, лежат в пределах  $-0,1 \dots 0,16$  мВ.

Для уменьшения погрешностей градуировочную характеристику вольтметров с пилообразным напряжением перед измерениями корректируют двумя подключаемыми вручную образцовыми напряжениями;  $U = 0$  и  $U = (0,8 \dots 0,9)U_{\text{к}}$ , где  $U_{\text{к}}$  — конечное значение данной шкалы. Таким образом исключают погрешность из-за непостоянства средней скорости изменения пилообразного напряжения и смещения нуля компараторов. Однако из-за невозможности проводить корректировку перед каждым измерением ее эффективность снижается по мере роста интервала между корректировкой и измерением.

Промышленность выпускает вольтметры с компенсирующим пилообразным напряжением с основной погрешностью  $0,1 \dots 1$  %.

**Микропроцессорный вольтметр.** В таком вольтметре погрешности исключают с помощью метода образцовых мер, описанного в гл. 5. По команде микропроцессорной системы (рис. 11.17, а) к компаратору коммутатором поочередно подключают напряжение  $U = 0$ , измеряемое напряжение  $u_x$ , и образцовое напряжение  $U_0$ , определяющее конечное значение шкалы (рис. 11.17, б).

Компаратор сравнивает эти напряжения с пилообразным  $u_n$ , вырабатываемым генератором  $G$ . Полученные интервалы времени  $T_1$ ;  $T_2$  и  $T_3$  заполняют счетными импульсами так, что  $T_1 = n_1 T_0 + \Delta t_{\text{д1}}$ ;  $T_2 = n_2 T_0 + \Delta t_{\text{д2}}$ ;  $T_3 = n_3 T_0 + \Delta t_{\text{д3}}$ , где  $\Delta t_{\text{д1}}$ ;  $\Delta t_{\text{д2}}$  и  $\Delta t_{\text{д3}}$  — погрешности дискретизации;  $T_0$  — период повторения тактовых импульсов МС. Значения  $n_1$ ;  $n_2$  и  $n_3$  записывают в ОЗУ. Из подобия прямоугольных треугольников с катетами  $u_x$ ;  $T_2 - T_1$  и  $U_0$ ;  $T_3 - T_1$  следует, что

$$\frac{U_x}{U_0} = \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_1} \approx \frac{n_2 - n_1}{n_3 - n_1},$$

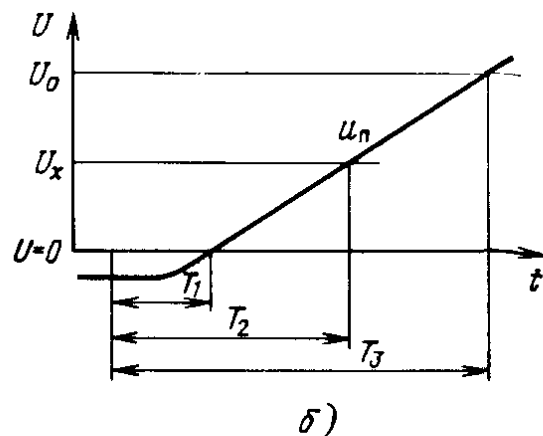
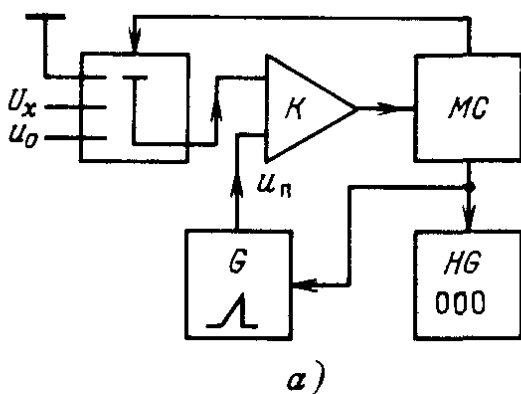


Рис. 11.17

откуда расчетное соотношение

$$U_x = U_0(n_2 - n_1)/(n_3 - n_1). \quad (11.10)$$

По окончании измерений МС вычисляет измеренное напряжение, результат вычислений отражается на дисплее *НГ*.

Погрешность микропроцессорного вольтметра в основном определяется нестабильностью источника образцового напряжения, нелинейностью пилообразного напряжения и дискретностью.

**Влияние наводок на входную цепь.** По мере роста точности измерений на их результат начинают влиять наводки на входную цепь прибора от сети переменного тока. Такие воздействия называют помехами нормального вида. Эти помехи не следует отождествлять с помехами в виде гауссовского процесса иногда называемого нормальным, с которым часто приходится встречаться в радиотехнике.

Пусть напряжение за счет наводок гармоническое с амплитудой  $U_m$ , тогда подводимое ко входу вольтметра напряжение  $U_x + U_m \cos \left( \frac{2\pi}{T_n} t + \varphi \right)$ , где  $T_n = 1/50 \text{ с} = 20 \text{ мс}$ ;  $\varphi$  — начальная фаза. Если начальная фаза случайна и равномерно распределена на интервале  $\pm \pi$ , то погрешность из-за влияния наводки случайна и подчинена закону распределения арксинуса с предельной погрешностью  $U_m$  и СКО  $\sigma = U_m/\sqrt{2}$ .

Для уменьшения погрешности за счет наводок прибегают к фильтрации входного напряжения или к усреднению погрешности. В вольтметре с пилообразным напряжением можно применять оба метода. В некоторых вольтметрах усредняют несколько результатов, полученных на интервале  $T_n$ .

## 11.6. МЕТОД ДВОЙНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

При этом методе входное напряжение интегрируют на интервале, кратном целому числу периодов сигнала помехи, что позволяет в принципе исключать влияние помехи нормального вида и уменьшать влияние шумов. Метод двойного интегрирования является наиболее употребительным, причем существуют различные варианты его реализации.

**Структурная схема вольтметра.** Структурная схема распространенного варианта вольтметра с двойным интегрированием показана на рис. 11.18, *а*. Процесс измерений делится на два цикла. В начале первого управляющее устройство с помощью переключателя подключает измеряемое постоянное напряжение  $U_x$  ко входу интегратора. Его выходное напряжение  $u_n$  начинает уменьшаться по линейному закону (рис. 11.18, *б*). Начало интегрирования совпадает с одним из счетных импульсов с периодом  $T_0$ , поступающих на счетчик с выхода генератора *G*. Конец интервала

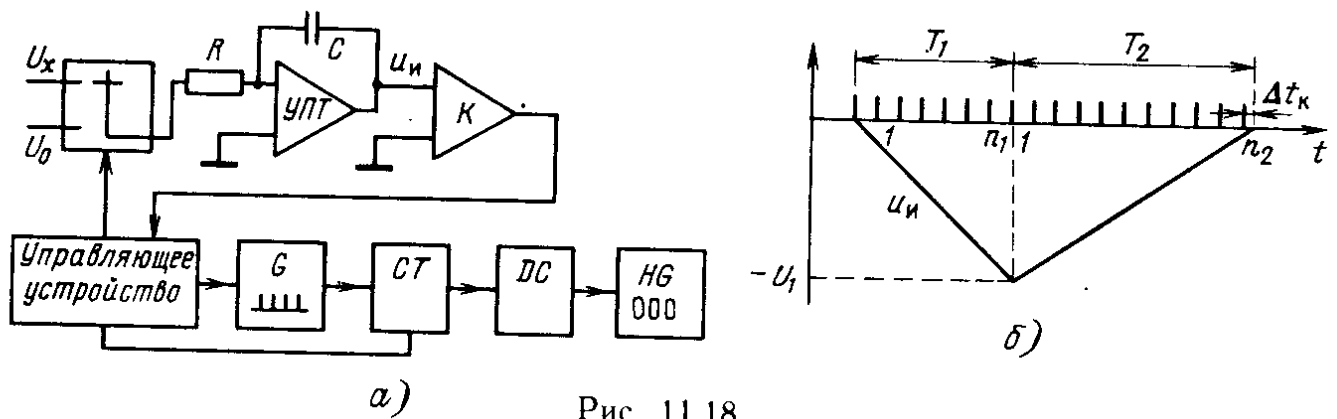


Рис. 11.18

интегрирования входного напряжения совпадает с моментом прихода импульса  $n_1$ , причем число  $n_1$  устанавливают заранее. Таким образом, длительность такта интегрирования  $T_1 = n_1 T_0$  задают точно, без погрешности дискретности. По окончании интервала времени  $T_1$  конденсатор интегратора приобретает заряд

$$q_3 = \frac{1}{R_1} \int_0^{T_1} U_x dt = \frac{U_x T_1}{R_1},$$

где  $R_1 = R_{i1} + R$ ;  $R_{i1}$  — выходное сопротивление источника  $U_x$  и замкнутого ключа переключателя. Обычно  $R_{i1} \ll R$ , и можно считать  $R_1 = R$ .

В начале второго такта по команде управляющего устройства счетчик сбрасывается на нуль и с помощью переключателя ко входу интегратора подключают образцовое напряжение  $-U_0$  отрицательной полярности. Напряжение на выходе интегратора начинает нарастать по линейному закону и по истечении интервала времени  $T_2$  достигает нулевого уровня, фиксируемого компаратором. Выходное напряжение компаратора воздействует на управляющее устройство, по команде которого счет импульсов прекращается. Потерянный конденсатором заряд

$$q_p = \frac{1}{R_2} \int_0^{T_2} U_0 dt = \frac{U_0 T_2}{R_2},$$

где  $R_2 = R_{i2} + R$ ;  $R_{i2}$  — внутреннее сопротивление источника образцового напряжения и переключателя. Приближенно можно считать  $R_{i2} \ll R$  и  $R_2 = R$ . Измеряемое напряжение

$$U_x = U_0 T_2 / T_1. \quad (11.12)$$

Интервал времени  $T_2 = n_2 T_0 + \Delta T_k$ , следовательно, результат измерения

$$U_x = U_0 \frac{n_2 T_0 + \Delta t_k}{n_1 T_0} = U_0 \left( \frac{n_2}{n_1} + \frac{\Delta t_k}{n_1 T_0} \right) \quad (11.13)$$



оценивают по числу  $n_2$ , которое отображается на отсчетном устройстве  $НГ$ .

**Погрешности.** Погрешности измерений складываются из нескольких составляющих. Поскольку продолжительность интервала  $T_1$  кратна целому числу счетных импульсов, а начало интервала  $T_2$  также совпадает со счетным импульсом, то погрешность дискретизации определяется единственным источником — погрешностью  $\Delta t_k$  конца интервала  $T_2$ . Эта погрешность характеризуется систематической составляющей  $T_0/2$  и СКО  $\sigma = T_0\sqrt{12}$ . Согласно (11.13) соответствующие погрешности измерений напряжения  $\theta_{U_d} = U_0/2n_1$ , СКО  $\sigma_{U_d} = U_0/n_1\sqrt{12}$ . Основной способ уменьшения этой погрешности — увеличение времени интегрирования  $T_1 = n_1 T_0$  — можно реализовать увеличением постоянной времени  $RC$ . Однако конденсаторы большой емкости имеют худшие электрические параметры, а увеличение сопротивления эффективно до тех пор, пока оно существенно меньше сопротивления утечек и их изменения проявляются мало.

Интегрирование входного сигнала значительно ослабляет влияние помех на результат измерений. При гармонической помехе  $u_n = U_n \cos(\omega_n t + \varphi)$  на входе накопленный конденсатором заряд за время  $T_1$

$$q_3 = \frac{1}{R} \int_{T_1/2}^{T_1/2} [u_x + U_n \cos(\omega_n t + \varphi)] dt = \frac{T_1}{R} \left( u_x + U_n \cos\varphi \frac{\sin\pi T_1/T_n}{\pi T_1/T_n} \right),$$

где  $T_n$  — период помехи.

Погрешность

$$\Delta U_n = U_n \cos\varphi \frac{\sin\pi T_1/T_n}{\pi T_1/T_n}$$

равна нулю при выполнении условия  $T_1 = kT_n$ , где  $k$  — целое число.

Пусть ко входу интегратора кроме напряжения  $U_x$  подведено шумовое напряжение — эргодический случайный процесс с корреляционной функцией  $K_{ш}(\tau) = \sigma_{ш}^2 \rho(\tau)$ , где  $\sigma_{ш}$  — СКО шума,  $\rho(\tau)$  — нормированная корреляционная функция.

Под действием шума приобретаемый конденсатором заряд изменится на

$$\Delta q_3 = \frac{1}{R} \int_0^{T_1} u_{ш}(t) dt,$$

что эквивалентно приращению  $U_x$  на

$$\Delta u_{ш} = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} u_{ш}(t) dt.$$

Если интервал  $T_1$  намного больше максимального интервала корреляции случайного процесса  $u_{ш}(t)$ , то СКО приращения

$$\sigma = \sigma_{ш} (2\tau_k/T_1)^{1/2}$$

где  $\tau_k = \int_0^{\infty} \rho(\tau) d\tau$  — интервал корреляции.

Отношение  $T_1/\tau_k$  можно рассматривать как число слабо коррелированных измерений, которые можно выполнить на интервале  $T_1$ . Поэтому по своей структуре полученное соотношение подобно формуле для расчета СКО среднеарифметического результата независимых измерений.

В чувствительных вольтметрах существенны погрешности за счет быстрых флуктуаций уровня формирования компаратора и шумов усилителя.

В отличие от большинства методов преобразования измеряемого параметра во временной интервал при методе двойного интегрирования результат не зависит от периода счетных импульсов  $T_0$ , поскольку период исключается при выводе соотношения (11.12). Однако необходима кратковременная стабильность  $T_0$  за время проведения измерений.

Поскольку метод основан на интегрировании входного напряжения на интервале  $T_1 = n_1 T_0$ , то, выбрав  $T_1 = k T_n$ , можно устранить влияние помехи нормального вида. Из-за нестабильности частоты напряжения питающей сети и частоты генератора счетных импульсов погрешность будет исключена не полностью. Поэтому в современных микропроцессорных вольтметрах частоту генератора счетных импульсов иногда подстраивают по частоте сети, сводя относительное значение разности частот до  $10^{-4}$ .

В интегрирующих вольтметрах погрешности, связанные со смещением нуля в усилителях и интеграторе и с непостоянством коэффициентов передачи усилителей, корректируют при значениях образцовых напряжений  $U_0 = (0,8 \dots 0,9) U_k$  и  $U_0 = 0$ . В микропроцессорных вольтметрах эта операция автоматизирована.

Вольтметры с двойным интегрированием — наиболее распространенные типы приборов, их основная погрешность составляет  $5 \cdot 10^{-5} \dots 2 \cdot 10^{-4}$ .

**Микропроцессорный интегрирующий вольтметр с частичным разрядом конденсатора.** Возможная структурная схема АЦП микропроцессорного вольтметра показана на рис. 11.19, а. Входное напряжение  $U_x$  подводят ко входу интегратора с помощью ключа SA1, замыкаемого микропроцессорным управляющим устройством. Момент замыкания соответствует одному из счетных импульсов, вырабатываемых имеющимся в микропроцессорной системе генератором тактовых импульсов. Время замыкания ключа  $T_1$ , в течение которого интегрируют входной сигнал, равно целому числу счетных импульсов (рис. 11.19, б). Состояние ключа

чей, в том числе и SA1, отражено на рис. 11.19, б. Замкнутому состоянию соответствует высокий уровень напряжения.

За время интегрирования емкость периодически частично разряжают, подключая с помощью ключа SA2 образцовое напряжение  $-U_0$  отрицательной полярности. Ключ замыкают по сигналу с управляющего устройства в тот момент, когда напряжение интегратора  $u_{\text{и}}$  достигнет порогового уровня  $-U_{\text{п1}}$ , это состояние фиксирует компаратором K2. Продолжительность разряда  $T_2$  равна целому числу периодов счетных импульсов. За время интегрирования  $T_1$  проводят несколько циклов разряда. Последний цикл может совпасть с окончанием интервала  $T_1$  интегрирования входного напряжения. В этом случае скорость разряда в конце последнего интервала  $T_2'$  разряда скачкообразно

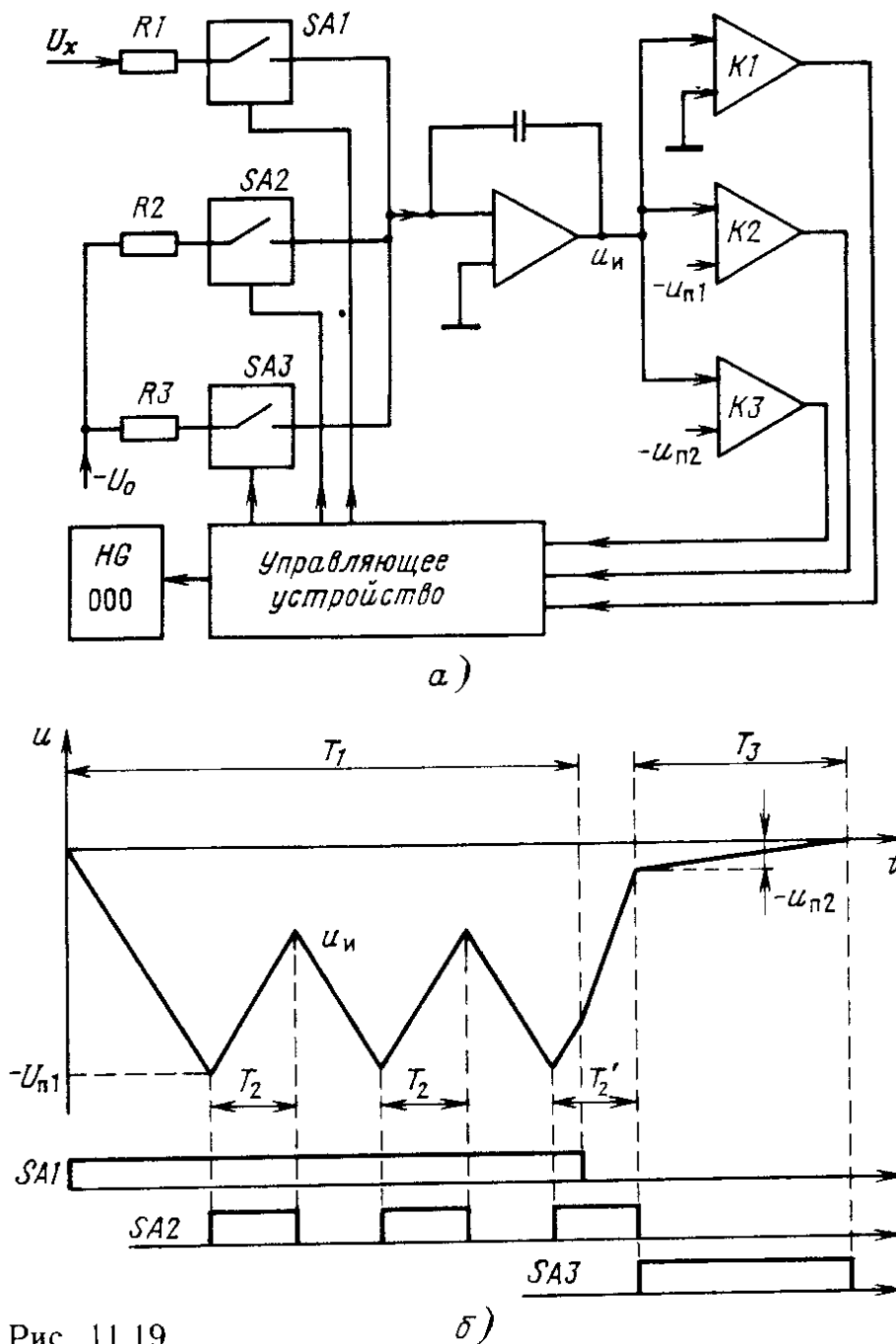


Рис. 11.19

возрастет в момент отключения входного напряжения. Разряд с повышенной скоростью заканчивается, как только напряжение  $u_n$  достигнет порогового уровня —  $U_{п2}$ , фиксируемого компаратором КЗ. По перепаду выходного напряжения компаратора управляющее устройство размыкает ключ SA2 и замыкает ключ SA3.

Поскольку  $R_3/R_2 = 128$ , то дальнейший разряд емкости происходит с меньшей скоростью, момент достижения напряжением интегратора нулевого уровня фиксируют компаратором К1. На этом измерения заканчиваются, и затем микропроцессорная система рассчитывает результат.

Учитывая, что в течение измерений приобретаемый конденсатором заряд равен теряемому, получаем

$$\frac{U_x T_1}{R_1} - n \frac{U_0 T_2}{R_2} - \frac{U_0 T_2'}{R_2} - \frac{U_0 T_3}{R_3} = 0,$$

где  $n$  — число циклов разряда конденсатора.

Интервалы  $T_1$  и  $T_2$  и  $T_2'$  соответствуют целым числам периодов счетных импульсов, поэтому результат их измерений не содержит погрешности дискретизации и только интервал  $T_3$  определен с погрешностью дискретизации. Поэтому  $T_1 = n_1 T_0$ ;  $T_2 = n_2 T_0$ ;  $T_2' = n_2' T_0$ ;  $T_3 = n_3 T_0 + \Delta t_d$  и

$$\frac{U_x n_1 T_0}{R_1} - \frac{n U_0 n_2 T_0}{R_2} - \frac{U_0 n_2' T_0}{R_2} - \frac{U_0 (n_3 T_0 + \Delta t_d)}{R_3} = 0.$$

Результат измерений

$$U_x = U_0 \frac{R_1}{n_1 R_2} \left( n n_2 + n_2' + \frac{n_3}{128} + \frac{\Delta t_d}{128 T_0} \right), \quad (11.13)$$

рассчитываемый МС, отображается на отсчетном устройстве НГ.

Предельная погрешность дискретизации  $\Delta U_{дп} = U_0 R_1 / 128 R_2$ , а ее относительное значение

$$\delta_{дп} = \frac{U_0}{U_x} \frac{R_1}{128 R_2 n_1}. \quad (11.14)$$

Если, например, принять  $U_0 = U_x$  и  $R_1 = R_2$ , то относительная погрешность  $\delta_{дп} = 1/128 n_1$  оказывается значительно меньшей погрешности вольтметра с двойным интегрированием.

В рассмотренной схеме на результат измерений не влияют неустойчивости напряжений смещения компараторов К2 и КЗ. Случайная погрешность, обусловленная шумами, уменьшается по сравнению с погрешностью вольтметра с двойным интегрированием, так как за счет многократного частичного разряда конденсатора возрастает интервал  $T_1$ .

В рассмотренной схеме уменьшается также погрешность из-за нелинейности, так как в режиме частичного разряда конденсатора можно работать с небольшими перепадами выходного напряжения интегратора, при которых нелинейность амплитудной характеристики операционного усилителя проявляется в меньшей мере.

Построенные по рассмотренной схеме вольтметры характеризуются погрешностью дискретности  $10^{-6}$  и погрешностью нелинейности  $10^{-5}$ . В настоящее время подобные структуры приборов считают наиболее перспективными для построения вольтметров наивысшей точности. Такие вольтметры обычно имеют стандартный интерфейс, чаще всего МЭК, и могут работать в ИВК. В некоторых приборах предусмотрено несколько режимов измерений с разной точностью.

### Выводы

Переменное напряжение характеризуют пиковым (амплитудным), средним, средневыпрямленным и среднеквадратическим (эффективным) значениями. Если измерено одно из значений, то по известной форме измеряемого напряжения с помощью коэффициентов амплитуды, формы и усреднения можно рассчитать остальные значения.

Пиковое детектирование выполняют с помощью диодных детекторов больших сигналов с открытым или закрытым входами. Детектор имеет большое входное сопротивление (1...10 МОм), малую входную емкость (0,5...2 пФ) и сохраняет свою работоспособность до частот 1...2 ГГц. Обычно такие детекторы, выполненные в виде выносного пробника, подсоединяют непосредственно к исследуемому устройству. Погрешность коэффициента передачи пиковых детекторов составляет от 1 % на низких частотах до 10...20 % на верхней границе частотного диапазона.

Эффективность пиковых детекторов снижается с ростом скважности исследуемого импульсного напряжения, на погрешность измерений на низких частотах влияет емкость  $C$  детектора.

Вольтметры с пиковыми детекторами градуируют в среднеквадратических значениях гармонического напряжения, поэтому амплитуду измеряемого напряжения получают умножением показания прибора на 1,41.

Детекторы преобразователей с нелинейной обратной связью в зависимости от амплитуды измеряемого напряжения могут работать как в линейном режиме, так и в квадратичном. Прибор с таким преобразователем предназначен для измерений только гармонических сигналов, при другой форме появляется значительная погрешность.

Амплитуду повторяющихся импульсов измеряют с помощью компенсационного метода, сравнивая ее с автоматически устанавливаемым компенсирующим постоянным напряжением. Одиночные импульсы измеряют, расширяя их пиковыми детекторами или преобразуя во временной интервал.

Преобразователи средневыпрямленного значения представляют собой двухполупериодные диодные выпрямители. Погрешность преобразования, зависящую от нестабильности вольт-амперных характеристик диодов, снижают, включая диоды в цепь отрицательной обратной связи. Погрешность преобразователей с обратной связью может составлять до 0,01 %, а верхняя граница рабочих частот лежит в пределах 50...100 кГц.

Среднеквадратическое значение напряжения измеряют тепловыми методами или вычисляют в аналоговой форме. Наиболее употребительный тепловой метод основан на использовании термопар. В таких преобразователях используют отрицательную обратную связь, позволяющую исключить влияние на результат измерений температурной нестабильности термопар и уменьшать время измерений.

Вычислительные методы чаще всего реализуют путем последовательного вычисления логарифма и антилогарифма. Выпускаемые в виде модуля преобразователи имеют погрешность до 0,03 % на низких частотах.

Основным элементом цифровых вольтметров постоянного напряжения является АЦП. Во многих АЦП точных вольтметров измеряемое постоянное напряжение преобразуют во временной интервал, измеряемый затем цифровым методом. Преобразователи, основанные на сравнении измеряемого напряжения с образцовым пилообразным измеряют мгновенное значение напряжения и поэтому непоколебимы. Погрешности, обусловленные смещением нуля усилителей и изменением их коэффициента передачи, в микропроцессорных вольтметрах уменьшают методом образцовых мер.

Наиболее распространены перспективные методы, основанные на интегрировании входного напряжения на интервале, кратном периоду помехи, что позволит исключить влияние на результат измерений периодических наводок на входные цепи прибора и ослабить влияние шумов. Широко используют метод двойного интегрирования и более сложные методы с периодическим неполным разрядом конденсатора интегратора, позволяющие создавать вольтметры с погрешностью 0,001 %.

В микропроцессорных вольтметрах, предназначенных для использования в ИВК, иногда предусмотрено несколько режимов измерений: с пониженной точностью при малом времени измерений и с повышенной точностью со временем до нескольких секунд.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Выведите формулы для среднего, средневыпрямленного и среднеквадратического значений напряжения. Как выбирают интервал интегрирования? Что характеризуют коэффициенты  $K_a$ ;  $K_\Phi$ ;  $K_f$  и как их используют?

2. В каких элементах структурной схемы чувствительных вольтметров переменного и постоянного напряжения в основном осуществляют усиление напряжения? Каковы особенности структуры усилителя типа МДМ, чем определяется его полоса пропускания и смещение нуля?

3. Изобразите схему замещения пикового детектора большого сигнала с закрытым входом для процессов заряда и разряда конденсатора. Чем отличаются схемы при использовании вакуумных и полупроводниковых диодов?

4. Определите выходные напряжения детекторов с открытым и закрытым входами, если входное напряжение имеет форму, показанную на рис. 11.20.

5. К пиковому детектору с открытым входом подведен радиоимпульс. Постройте временную зависимость напряжения на конденсаторе, если  $T \ll \tau_z$ ;  $\tau_n \ll \tau_p$ .

6. Чем ограничен частотный диапазон пикового детектора в области высоких и низких частот? Из каких соображений выбирают сопротивление нагрузки и емкость нагрузки детектора?

7. Чем определяется время установления показаний автокомпенсационного вольтметра (см. рис. 11.8) и период колебаний в установившемся режиме?

8. В чем состоят трудности измерений амплитуды одиночных импульсов? Поясните принцип аналого-временного преобразования.

9. Постройте временную диаграмму напряжения  $U_1$  на выходе ФНЧ мостового преобразователя средневыпрямленного значения (см. рис. 11.10), если входное напряжение  $u_x = 3 \cos \omega t + \cos 3\omega t$ . Как изменится диаграмма, если учесть реальную форму вольт-амперной характеристики диодов при малых сигналах?

10. Почему термопара выполняет операцию возведения сигнала в квадрат? Чем определяется рабочий диапазон частот термопар? Изобразите форму термоЭДС при низких частотах измеряемого напряжения, когда проявляется инерционность термопары. Каковы достоинства преобразователя с обратной связью (см. рис. 11.13)? Для чего в схему преобразователя введен аттенюатор?

11. Каким образом в аналоговой форме вычисляют логарифм и антилогарифм сигнала? Постройте схему преобразователя среднеквадратического значения на основе таких преобразователей.

12. Изобразите структурную схему АЦП с пилообразным напряжением. Назовите источники погрешностей. Как связано время измерений с погрешностью дискретизации?

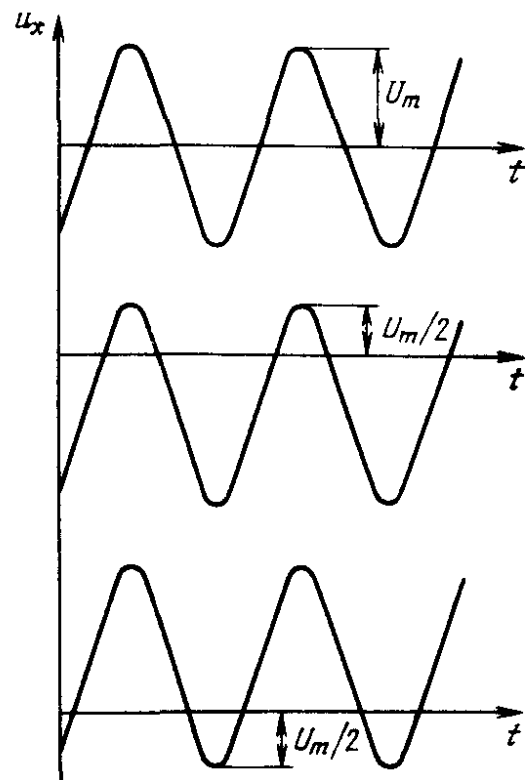


Рис. 11.20

13. Каким образом реализуют метод образцовых мер в вольтметрах с пилообразным напряжением? Какие погрешности компенсируют таким образом? Как следовало бы построить алгоритм вычислений и структурную схему прибора для компенсации погрешности из-за нелинейности пилообразного напряжения?

14. Что такое помехи нормального вида? Какие способы их исключения Вам известны? Как исключают помехи в вольтметрах с пилообразным напряжением?

15. Постройте временную диаграмму вольтметра с двойным интегрированием, если  $U_x = 2U_0$ . Чем ограничено напряжение  $U_1$  и какие погрешности увеличиваются с его ростом? Чем определяется случайная погрешность преобразователя?

16. Выведите выражение для расчетов погрешности дискретизации и шумовой погрешности вольтметра с двойным интегрированием. Как можно уменьшить общую случайную погрешность, если доминирует погрешность дискретизации или шумовая погрешность?

17. Покажите с помощью временных диаграмм, что в АЦП с частичным разрядом конденсатора результат измерений не зависит от непостоянства уровней  $U_{п1}$  и  $U_{п2}$ .

18. Для чего в вольтметре с частичным разрядом конденсатора в конце разряда уменьшают скорость разряда? За счет чего уменьшается шумовая погрешность?

### ЗАДАЧИ

1. Рассчитайте коэффициенты  $K_a$  и  $K_\phi$  для гармонических колебаний и для последовательности положительных прямоугольных видеоимпульсов с длительностью  $\tau$ , периодом повторения  $T$  и амплитудой  $U_m$ . К вольтметру пиковых значений подведена последовательность прямоугольных импульсов с длительностью 1 мкс и периодом 10 мкс. По коэффициентам  $K_a$  и  $K_\phi$  определите средневыпрямленное и среднеквадратическое значения последовательности импульсов. Показания прибора 1 В, прибор проградуирован в среднеквадратических значениях гармонического напряжения.

2. С помощью аналого-временного преобразователя измерена амплитуда  $U_m = 10$  В прямоугольного импульса длительностью 2 мкс. Определите погрешность коэффициента преобразования  $T_x/U_m$ , обусловленную неполным зарядом конденсатора, если постоянная времени заряда  $\tau_3 = 1$  мкс. Как изменятся границы погрешности коэффициента преобразования, если ток  $I_0$  задан с предельной погрешностью 3 %?

3. В мостовом преобразователе средневыпрямленного значения внутреннее сопротивление диодов  $R_d = 100$  Ом, выходное сопротивление источника напряжения  $R_i = 100$  Ом,  $R_n = 10$  кОм. Определите относительное изменение средневыпрямленного значения напряжения на сопротивлении нагрузки, обусловленное уменьшением  $R_d$  до 80 Ом.

4. В преобразователе средневыпрямленного значения с обратной связью  $R_2 = 1$  кОм,  $R_3 = 50$  Ом,  $K = 10^3$ ,  $R_d = 100$  Ом,  $U_{xm} = 0,1$  В. Постройте осциллограмму напряжения  $u_1$ . Определите относительное изменение средневыпрямленного значения, обусловленное изменением  $R_d$  до 80 Ом.



5. Постройте зависимость систематической погрешности измерений постоянного напряжения вольтметром с компенсирующим пилообразным напряжением, обусловленную нелинейностью пилообразного напряжения, от измеряемого напряжения при  $K=10^3$ ,  $\tau=10$  мс. Перед измерениями проводилась установка нуля и калибровка прибора при конечном значении шкалы 10 В. Как изменится полученная зависимость, если калибровку проводить при напряжении 8 В?

6. В вольтметре с пилообразным напряжением для уменьшения погрешности за счет помехи нормального вида проведено 4 равноотстоящих во времени наблюдения, а в качестве результата взято среднеарифметическое. Как следует выбрать интервалы между измерениями, проводимыми в пределах одного периода помехи, чтобы устранить помеху полностью? Как изменится погрешность, если частота помехи несколько изменится относительно ее номинального значения 50 Гц?

7. Вольтметром с пилообразным напряжением измерено напряжение  $U_x=7$  В, на вход прибора действует помеха нормального вида с амплитудой  $U_n=10$  мВ и шумовое напряжение с СКО  $\sigma_{ш}=10$  мВ. Определите СКО общей погрешности с учетом погрешности дискретизации, если  $T_0=0,1$  мкс,  $T_x=0,07$  мс. Целесообразно ли в данном случае уменьшать скорость нарастания пилообразного напряжения для уменьшения общей погрешности?

8. Выведите соотношение для вычисления погрешности измерений напряжения вольтметром с двойным интегрированием, обусловленной влиянием помехи нормального вида  $u_n=U_n\cos(\omega_n t + \varphi)$ . Постройте зависимость погрешности от времени интегрирования  $T_1$ .

9. В вольтметре с двойным интегрированием измеряемое напряжение подключено к интегратору на интервале  $T_1+T_2$ , а разряжается конденсатор на интервале  $T_2$ . Выведите соотношение для расчета измеряемого напряжения и погрешности дискретизации. Сравните результат с погрешностью дискретизации вольтметра, изображенного на рис. 11.19.

10. Определите СКО погрешности измерений постоянного напряжения вольтметром с двойным интегрированием, обусловленной шумами. Шумовое напряжение, подведенное ко входу интегратора, характеризуется автокорреляционной функцией  $K(\tau)=10^{-6}e^{-|\tau|/10^{-5}}\text{ В}^2$ . Рассчитайте СКО общей погрешности, включающей и погрешность дискретизации, если  $T_1=20$  мс,  $T_2=10$  мс,  $T_0=1$  мкс.

11. Выведите соотношение для расчета погрешности дискретизации микропроцессорного вольтметра с пилообразным напряжением. Начало интервалов  $T_1$ ,  $T_2$  и  $T_3$  совпадает с одним из счетных импульсов. Определите результат измерений, если  $T_0=0,1$  мкс,  $U_0=10$  В,  $n_1=5\cdot 10^3$ ,  $n_2=1,5\cdot 10^4$ ,  $n_3=2,5\cdot 10^4$ .

12. В микропроцессорном вольтметре с частичным разрядом конденсатора СКО шума составляет 10 мВ, интервал корреляции  $\tau_k=10$  мс. Каким должно быть время  $T_1$ , чтобы СКО шумовой погрешности измерения напряжения  $U_x=1$  В не превысило 0,1 мВ? Сколько циклов разряда требуется реализовать, если  $R=10$  кОм,  $U_0=2$  В,  $U_{н1}=5$  В, за время  $T_2$  конденсатор разряжается до уровня  $-1$  В?

К измерению мощности в практике электрорадиоизмерений прибегают на всех используемых в радиотехнике диапазоне частотах от постоянного тока до СВЧ. Такие измерения проводят, например, в процессе контроля режима работы радиопередающих устройств и генераторов, а также при измерениях параметров цепей и сигналов на СВЧ.

## 12.1. ОСОБЕННОСТИ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ МОЩНОСТИ

Для описания энергетических параметров сигналов на низких и высоких частотах в большинстве случаев достаточно знать напряжение и в редких случаях ток, а необходимость измерений мощности возникает сравнительно редко. На СВЧ все энергетические соотношения принято характеризовать мощностью, поэтому ее измерениям уделяют большое внимание.

**Мощность и ее характеристики.** Для гармонических сигналов  $u = U \cos(\omega t + \varphi)$  и  $i = I \cos \omega t$  мгновенная мощность  $P(t) = u(t)i(t)$  (рис. 12.1) — периодический процесс. Обычно мгновенная мощность не представляет интереса и измеряют среднюю мощность

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt.$$

При этом для немодулированных сигналов время  $T$  выбирают кратным целому числу периодов колебаний, а для сигналов с амплитудной, в том числе и с импульсной, модуляцией время интегрирования выбирают кратным целому числу периодов модулирующего сигнала.

Импульсную мощность  $P_{и}$  определяют как среднее значение мгновенной мощности за время  $\tau_{и}$  действия импульса:

$$P_{и} = \frac{1}{\tau_{и}} \int_0^{\tau_{и}} P(t) dt.$$

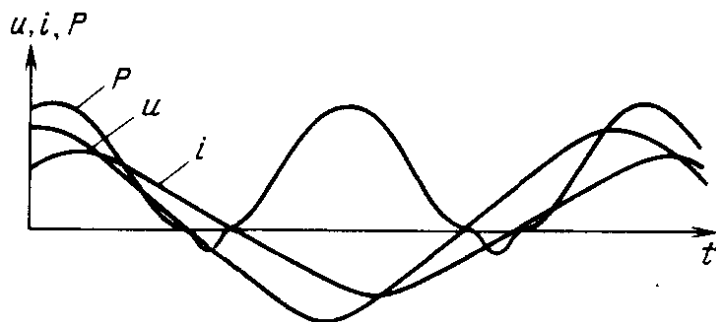


Рис. 12.1

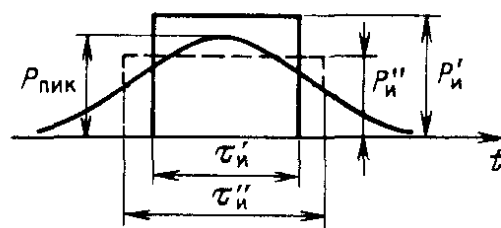


Рис. 12.2

Для радиоимпульсов с прямоугольной огибающей (рис. 12.2) импульсная мощность  $P'_и$  постоянна на интервале  $\tau'_и$  и поэтому является средней за время действия импульса. Если же форма огибающей отличается от прямоугольной, то понятие импульсной мощности становится неопределенным из-за отсутствия однозначной оценки длительности импульса  $\tau''_и$ . Импульсная мощность  $P''_и$  может характеризовать некоторое среднее значение, отличное от так называемой пиковой мощности  $P_{пик}$ , соответствующей максимуму огибающей.

Большая часть выпускаемых промышленностью ваттметров предназначена для измерений средней мощности, которую в дальнейшем будем называть просто мощностью. Если форма огибающей исследуемых колебаний известна или визуализирована, например, стробоскопическим осциллографом, то по средней мощности легко рассчитать импульсную и пиковую мощности.

**Методы измерений мощности.** На низких и высоких частотах для прямых измерений мощности применяют методы, основанные на перемножении мгновенных значений напряжения и тока. Сначала в аналоговой форме вычисляют произведение

$$\begin{aligned} u(t)i(t) &= UI \cos(\omega t + \varphi) \cos \omega t = \\ &= 0,5UI \cos \varphi + 0,5UI \cos(2\omega t + \varphi), \end{aligned}$$

а затем с помощью ФНЧ выделяют составляющую  $0,5UI \cos \varphi = P$  и измеряют ее. На низких частотах перемножение и фильтрацию выполняют приборы электродинамической системы. На высоких частотах для перемножения применяют электронные устройства, а функции фильтрации и измерений выполняют приборы магнитоэлектрического типа.

На СВЧ методы, основанные на измерении тока и напряжения, менее удобны или вовсе неприемлемы. Это обусловлено тем, что в используемых на СВЧ линиях передачи измеренные в произвольном сечении значения тока и напряжения могут отличаться от тока и напряжения на нагрузке. Кроме того, сами измерители тока и напряжения в диапазоне СВЧ сильно влияют на цепь, в которой производится измерение. Поэтому на частотах выше сотен мегагерц распространены методы, основанные на преобразовании энергии электромагнитного поля в другие виды, более удобные для измерений, чаще всего в тепловую энергию.

По виду рабочего тела, в котором рассеивается тепло, различают калориметрические, термоэлектрические, болометрические или термисторные ваттметры. Иногда применяют метод вольтметра, который заключается в измерении напряжения на согласованной с линией передачи нагрузке. Менее употребительны методы измерения мощности, использующие пондеромоторное действие электромагнитного поля, эффект Холла, нелинейные свойства ферритов и разогрев носителей в электрическом поле.

Пондеромоторный метод измерений основан на механическом действии электромагнитного поля. В существующих конструкциях ваттметров механическое действие оценивают по углу поворота пластинки, помещенной в линии передачи на кварцевой нити. Для получения малой погрешности измерений, составляющей несколько процентов, требуется высокая точность выполнения элементов конструкции. Ваттметры очень чувствительны к вибрациям, находят ограниченное применение и серийно не выпускаются.

На основе известного из курса физики эффекта Холла можно осуществить перемножение ортогональных составляющих векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  электромагнитного поля в линии передачи и таким образом измерить поток мощности. Приемные преобразователи представляют собой полупроводниковые пластины, помещенные в линии передачи. Поверхностный эффект и термоЭДС в точках присоединения выводов ограничивают возможности работы таких устройств в широком диапазоне частот.

Метод, основанный на использовании термоЭДС горячих носителей тока в полупроводниковом элементе, основан на возникновении термоЭДС на потенциальном барьере в переходе металл-полупроводник под действием поля СВЧ. Метод применяют для измерений импульсной мощности при длительностях импульсов  $\tau_{и} > 0,05 \dots 0,1$  мкс.

**Поглощаемая и проходящая мощности.** В зависимости от цели эксперимента при измерении мощности могут возникнуть две задачи. Первая заключается в измерении мощности, которую генератор  $G$  отдает в согласованную нагрузку (рис. 12.3, а). Нагрузкой является ваттметр поглощаемой мощности с входным сопротивлением, близким к волновому сопротивлению линии передачи.

Вторая задача состоит в измерении мощности, проходящей от генератора к нагрузке (рис. 12.3, б), сопротивление которой  $Z_H$  может быть произвольным. Такую задачу решают с помощью измерителя проходящей мощности, который ответвляет небольшую часть передаваемой по линии передачи мощности, не нарушая заметно ее режим.

Проходящую мощность часто измеряют с помощью направленных ответвителей  $WE1$  и  $WE2$ , выделяющих часть мощностей падающей и отраженной волн (рис. 12.3, б). Ответвленную часть

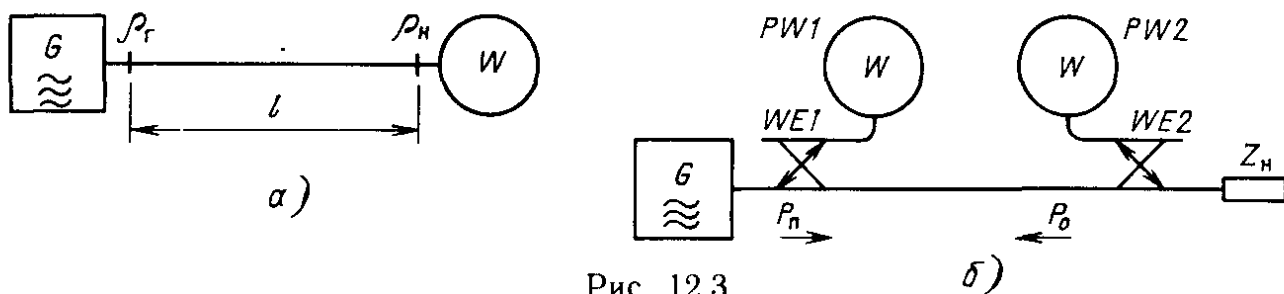


Рис. 12.3

$K_1 P_n$  мощности падающей волны  $P_n$  измеряют поглощающим ваттметром  $PW1$ , а часть  $K_2 P_o$  мощности  $P_o$  отраженной волны — ваттметром  $PW2$ . Если коэффициенты связи направленных ответвителей одинаковы и  $K_1 = K_2 = K$ , то проходящую мощность вычисляют по разности показаний ваттметров. Существуют и микропроцессорные поглощающие ваттметры с двумя входами, которые измеряют в автоматическом режиме мощности падающей и отраженной волн и вычисляют проходящую мощность.

С помощью ваттметров измеряют мощность в широком диапазоне:  $10^{-10} \dots 10^8$  Вт. По уровню измеряемой мощности различают ваттметры малой (до 10 мВт), средней (от 10 мВт до 10 Вт) и большой (более 10 Вт) мощности. Результат измерений  $P$  иногда выражают в децибелах:  $\alpha = 10 \lg(P/P_o)$ , где мощность  $P_o$  выбирают равной 1 Вт или 1 мВт.

**Влияние согласования в линии передачи на результат измерения.** Входное сопротивление ваттметра поглощаемой мощности, а также выходное сопротивление генератора в реальных условиях отличаются от волнового сопротивления линии передачи. Это приводит к отражениям, а следовательно, и к уменьшению поглощаемой мощности. Оценим погрешность из-за неполного согласования, для упрощения будем считать, что линия передачи не вносит потерь.

Пусть нагрузка характеризуется коэффициентом отражения  $\rho_n = \rho_n \exp j\varphi_n$ , а коэффициент отражения генератора  $\rho_r = \rho_r \exp j\varphi_r$ , где  $\rho_n$  и  $\rho_r$  — модули коэффициентов отражения,  $\varphi_n$  и  $\varphi_r$  — их фазы (рис. 12.3, а).

Поглощаемая в нагрузке мощность

$$P = P_n - P_o = P_n(1 - \rho_n^2) = \frac{P_c(1 - \rho_n^2)}{|1 - \rho_n \rho_r \exp(-j2\beta l)|^2},$$

где  $P_n$  и  $P_o$  — мощности падающей и отраженной волн;  $P_c$  — мощность, поглощаемая в согласованной нагрузке;  $\beta = 2\pi/\lambda_v$  — волновое число;  $\lambda_v$  — длина волны в линии передачи.

Обычно коэффициенты отражения малы:  $\rho_n \ll 1$  и  $\rho_r \ll 1$ , поэтому

$$P \approx \frac{P_c(1 - \rho_n^2)}{1 - 2\rho_n \rho_r \cos\Phi} \approx P_c(1 - \rho_n^2 + 2\rho_n \rho_r \cos\Phi),$$

где  $\Phi = -2\beta l + \varphi_n + \varphi_r$ .

Относительная погрешность из-за несогласованности нагрузки и генератора

$$\delta_{нс} = (P - P_c)/P_c = -\rho_n^2 + 2\rho_n \rho_r \cos\Phi. \quad (12.1)$$

Здесь первое слагаемое зависит только от модуля коэффициента отражения от нагрузки. Если генератор согласован с линией

Таблица 12.1. Допускаемые значения КСВ

Класс точности ваттметра	2,5	4,0	6,0	10	15,25
Допускаемое значение КСВ	1,2	1,3	1,4	1,5	1,7

передачи, то эта составляющая полностью определяет общую погрешность. По известному коэффициенту отражения  $\rho_n$  от нагрузки погрешность можно вычислить и внести в результат измерений поправку. Так поступают при точных измерениях, в большинстве же случаев поправку не вносят, а предъявляют определенные требования к предельному значению коэффициента отражения  $\rho_n$  или коэффициента стоячей волны (КСВ)  $K_{стU} = (1 + \rho_n)/(1 - \rho_n)$ . Допускаемые значения КСВ нормируют в зависимости от класса точности ваттметра согласно табл. 12.1.

Вторая составляющая погрешности, называемая погрешностью рассогласования, зависит от фаз коэффициентов отражения и от длины линии передачи и лежит в пределах  $\pm 2\rho_n\rho_r$ . Для расчета этой погрешности можно считать, что фазовый угол случаен и равномерно распределен в пределах  $\pm\pi$ . В этом предположении можно показать, что погрешность подчинена закону арксинуса со средним квадратическим отклонением  $\sigma = \sqrt{2\rho_n\rho_r}$ .

**Пример 12.1.** Мощность измерена в нормальных условиях ваттметром с основной погрешностью  $\delta_{оп} = 2,5\%$ , показание прибора  $P = 16,3$  мВт. Определим результат измерений с учетом погрешности из-за несогласованности нагрузки и генератора, если  $\rho_r = 0,5$ ;  $\Phi = 30^\circ$ , а коэффициент отражения от нагрузки  $\rho_n = 0,1$ , что соответствует допускаемому значению КСВ  $K_{стU} = 1,2$  для ваттметров класса точности 2,5.

Как следует из (12.1), относительная погрешность из-за несогласованности  $\delta_{ис} = 0,01 + 2 \cdot 0,05 \cdot 0,86 = 0,076$  имеет систематический характер и поэтому может быть введена в качестве поправки. Абсолютная погрешность  $\Delta_{ис} = \delta_{ис}P \approx 1,2$  мВт. Исправленный результат  $P_{ис} = P - \Delta_{ис} = 15,1$  мВт. Предел допускаемого значения абсолютной инструментальной погрешности  $\Delta_{оп} = \delta_{оп}P \approx 0,65$  мВт. Результат измерений  $15,1 \pm 0,6$  мВт;  $P_\Delta = 1$ .

В данном примере доминирует погрешность из-за несогласованности, учет которой существенно влияет на результат.

Рассмотрим теперь случай, когда фазовый угол неизвестен. В этом случае погрешность рассогласования неизвестна, а ее границы  $\delta_{вн} = 2\rho_n\rho_r = 0,1$ .

Абсолютную погрешность  $\Delta_{вн} = \delta_{вн}P = 1,63$  мВт следует суммировать с инструментальной. Предельная погрешность измерений мощности  $\Delta_{п} = \Delta_{вн} + \Delta_{оп} = 1,63 + 0,65 = 2,29 \approx 2,3$  мВт почти в 4 раза превышает аналогичную погрешность в случае задания угла  $\Phi$ .

В качестве поправки можно учитывать только составляющую погрешности —  $\rho_n^2$ . Исправленный результат  $P_{ис} = P(1 + \rho_n^2) = 16,5$  мВт. Результат измерений  $16,5 \pm 2,3$  мВт;  $P_\Delta = 1$ .

**Эталоны.** Эталоны СВЧ мощности представляют собой сочетание генераторов и ваттметров, по которым устанавливают воспроизводимую мощность. Для измерения средних мощностей используют калориметрические ваттметры, малые мощности определяют по показаниям болометрических ваттметров. В эталонах используют группу ваттметров, что позволяет повышать точность воспроизведения мощности.

В диапазоне частот 0,03...30 ГГц государственный эталон воспроизводит в коаксиальных трактах мощности 0,1 мВт...1 Вт с СКО  $(0,5...1,5) \cdot 10^{-3}$  и НСП  $(1...8) \cdot 10^{-3}$ . Эталон в диапазоне частот 2,59...37,5 ГГц для волноводных трактов воспроизводит мощность  $10^{-3}...10^{-2}$  Вт с СКО  $3 \cdot 10^{-3}$  и НСП  $3 \cdot 10^{-3}$ .

## 12.2. ТЕПЛОВЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ МОЩНОСТИ. КАЛОРИМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД

Самые употребительные тепловые методы измерений мощности положены в основу подавляющего большинства выпускаемых промышленностью ваттметров. Они состоят в преобразовании измеряемой энергии в тепловую и изменении теплового эффекта в рабочем теле преобразователя.

**Основные соотношения. Адиабатический и неадиабатический режимы.** Рассмотрим термодинамическое состояние рабочего тела преобразователя. Рассеиваемая в рабочем теле мощность  $P$  может расходоваться на повышение его температуры  $T^\circ$ , а также на потери, обусловленные теплопроводностью, конвекцией и излучением. Потери характеризуют тепловым сопротивлением  $R_T$  между рабочим телом и окружающей средой. Если температуру можно считать постоянной во всех точках рабочего тела, то его термодинамическое состояние описывают дифференциальным уравнением

$$P = c \frac{dT^\circ}{dt} + \frac{T^\circ - T_{\text{ср}}^\circ}{R_T}, \quad (12.2)$$

где  $c = c_1 V$  — теплоемкость рабочего тела;  $c_1$  — удельная теплоемкость;  $V$  — объем;  $T_{\text{ср}}^\circ$  — температура окружающей среды.

Если измеряемая мощность  $P$  была подведена к рабочему телу в момент  $t=0$ , то решение уравнения имеет вид

$$T^\circ - T_{\text{ср}}^\circ = PR_T [1 - \exp(-t/\tau_T)], \quad (12.3)$$

где  $\tau_T = R_T c$  — тепловая постоянная времени. Соответствующие зависимости показаны на рис. 12.4.

На практике реализуют два предельных режима. Если обеспечить идеальную тепловую изоляцию рабочего тела  $R_T = \infty$ , то

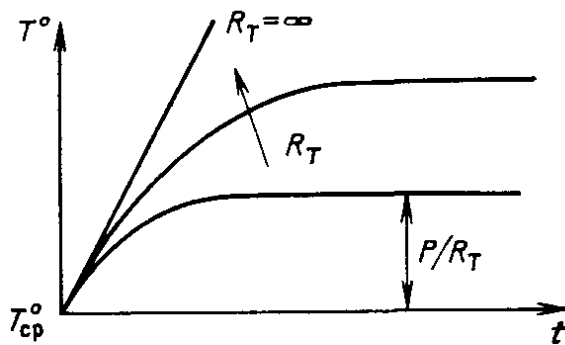


Рис. 12.4

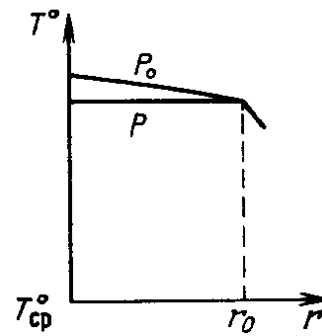


Рис. 12.5

вся энергия СВЧ будет расходоваться на нагревание рабочего тела. Такой режим называют адиабатическим. Мощность вычисляют по приращению температуры  $T^\circ - T_{\text{cp}}^\circ = Pt/c$  в данный момент  $t$ .

Адиабатический режим полностью реализовать не удастся из-за невозможности устранить все тепловые потери. Однако в течение определенного интервала времени, пока приращение температуры мало и можно не учитывать потери, он реализуется и при конечных значениях  $R_T$ . Адиабатический режим соответствует начальным линейным участкам показанных на рис. 12.4 зависимостей. Из-за сложности получения хорошей тепловой изоляции и невозможности вести измерения непрерывно на практике адиабатический режим реализуют редко.

Обычно ваттметры работают в неадиабатическом режиме. Как следует из (12.1), в установившемся режиме при  $t \gg \tau_T$   $T^\circ - T_{\text{cp}}^\circ = PR_T$ , откуда при известном тепловом сопротивлении вычисляют мощность.

Калориметрические тела обычно имеют сложную геометрическую форму, характеризуются смешанным механизмом теплоотдачи, и рассчитать тепловое сопротивление в большинстве случаев не удастся. Поэтому мощность измеряют методом сравнения: мощность колебаний СВЧ сравнивают с мощностью низкочастотного колебания или постоянного тока, а о равенстве мощностей судят по их одинаковому тепловому действию.

**Погрешность из-за неэквивалентности теплового действия токов СВЧ и постоянного тока.** В реальных условиях распределения токов СВЧ и постоянного тока в рабочем теле различны. Это приводит к неодинаковому распределению температур, вызывающему погрешность измерений мощности. Для качественного пояснения сказанного рассмотрим простейший пример. Пусть рабочим телом является длинный провод радиуса  $r$ , поверхность которого охлаждается за счет конвекции, а потерями через выводы можно пренебречь. Токи СВЧ в силу поверхностного эффекта будут сосредоточены в поверхностных слоях провода, и по его сечению установится постоянная температура (рис. 12.5), которая вызовет



некоторое приращение сопротивления провода на постоянном токе  $\Delta R$ .

Плотность постоянного тока, создаваемого источником замещающей мощности, будет приблизительно постоянна по сечению провода. Следовательно, его внутренние слои будут нагреты сильнее, чем поверхность. Характер зависимости температуры по сечению провода показан на рис. 12.5. Одинаковые мощности  $P$  и  $P_0$  создают одинаковую температуру на поверхности провода, но приращения сопротивлений будут разными.

О равенстве мощностей судят по одинаковому приращению сопротивления провода, измеренного при постоянном токе. Для достижения равенства приращений необходимо выполнить условие  $P > P_0$ . Разность  $P_0 - P$  называют погрешностью из-за неэквивалентности теплового действия токов СВЧ и постоянного тока.

В реальных конструкциях рабочих тел механизм появления погрешности замещения очень сложен и не поддается расчету. Для его ослабления стараются уменьшать геометрические размеры рабочих тел и обеспечивать идентичное распределение температур, создаваемых постоянными токами и токами СВЧ.

Погрешность из-за неодинакового теплового действия, а также потери в элементах конструкции характеризуют коэффициентом эффективности  $K_\varepsilon = P_0/P$ , определяемым экспериментально при аттестации прибора. Допускаемые значения  $K_\varepsilon$ , нормируемые в зависимости от класса точности ваттметра, составляют от  $1 \pm 0,06$  для класса точности 2,5 до  $1 \pm 0,6$  для класса точности 25. Средние значения  $K_\varepsilon$  указывают в паспортных данных ваттметров для каждого из диапазонов.

Исправленный результат измерений поглощаемой мощности обычно вычисляют по показанию  $P$  ваттметра с учетом погрешности  $\rho_n^2$ :

$$P_{ис} = P/K_\varepsilon(1 - \rho_n^2), \quad (12.4)$$

при этом предельная погрешность рассогласования составляет  $\pm 2\rho_n\rho_r$ . Необходимые для расчетов значения  $\rho_n$  и  $\rho_r$  определяют экспериментально или по паспортным данным ваттметра и генератора.

**Пример 12.2.** Показания ваттметра класса точности 2,5 составляют 26,3 мВт. Запишите результат измерений с учетом погрешности из-за несогласованности нагрузки, если  $K_{стU} = 1,2$ ;  $K_\varepsilon = 1,05$ , генератор согласован с линией передачи. Сначала определим коэффициент отражения от нагрузки  $\rho_n = (K_{стU} - 1)/(K_{стU} + 1) = 0,2/2,2 = 0,09$ . Поглощаемая мощность  $P_{ис} = 26,3/1,05(1 - 0,092) = 25,2$  мВт. Результат измерений  $25,2 \pm 0,6$  мВт.

**Калориметрические ваттметры.** Эти приборы состоят из калориметра и измерительного блока. В калориметре мощность СВЧ

преобразуется в напряжение, а измерительный блок предназначен для измерений этого напряжения, калибровки и управления калориметром. Различают статические и проточные калориметры. В первых мощность рассеивается на поглощающей нагрузке, мерой мощности является изменение ее температуры. Во вторых непрерывно циркулирует жидкость, нагреваемая в приемном преобразователе рассеиваемой мощностью СВЧ, о которой судят по приращению температуры жидкости.

Рассмотрим в качестве примера проточный калориметр, показанный на рис. 12.6, а. Мощность СВЧ подводят к приемному преобразователю, который обеспечивает хорошее согласование с линией передачи и передачу тепловой энергии к теплоносителю — охлаждающей приемный преобразователь жидкости. Обычно используют дистиллированную воду или специальную кремнийорганическую жидкость. Вода имеет большую теплоемкость и при прочих равных условиях обеспечивает меньшую по сравнению с кремнийорганической жидкостью чувствительность.

Охлаждающая жидкость циркулирует в замкнутой системе, состоящей из насоса, теплообменника (радиатора), регулятора расхода и измерителя расхода. Разность температур охлаждающей жидкости на входе и выходе приемного преобразователя измеряют с помощью термобатарей, состоящей из большого числа (до сотен) последовательно включенных термопар.

Рассеивая в калориметре мощность  $P = c g \Delta T^\circ$ , где  $c$  — теплоемкость жидкости;  $g$  — ее расход;  $\Delta T^\circ$  — приращение температуры.

О мощности судят по напряжению термобатарей, измеряемому вольтметром.

Устройство приемного преобразователя зависит от уровня измеряемой мощности и диапазона частот. Возможная конструкция коаксиального приемного преобразователя (рис. 12.6, б) представляет собой коаксиальную нагрузку, состоящую из поглощающего резистора 3, заключенного в конический переход 2. Резистор охлаждают водой, циркулирующей в трубке 1. Существуют конструкции приемных преобразователей, в которых мощность СВЧ рассеивается непосредственно в водяной нагрузке.

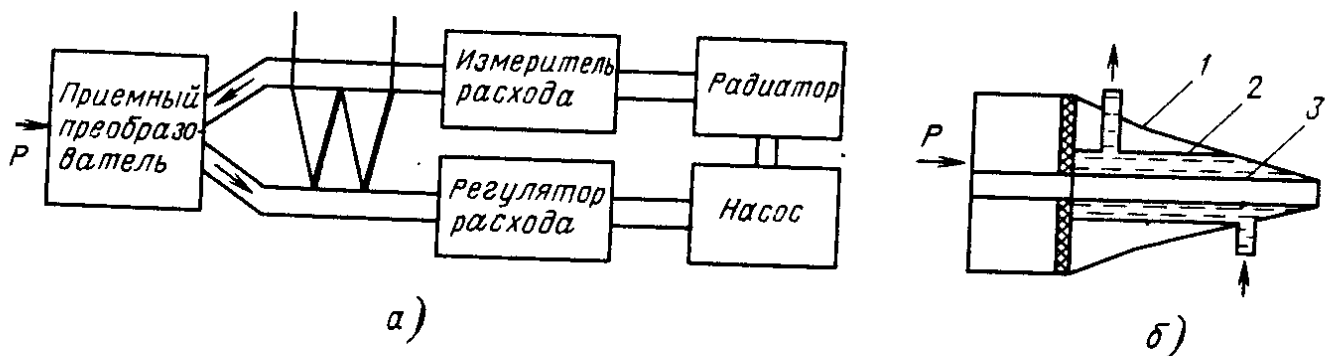


Рис. 12.6

Показанному на рис. 12.6 калориметру свойствен целый ряд погрешностей. Кроме уже рассмотренных погрешностей из-за несогласованности нагрузки, здесь проявляются погрешности, вызванные неточностью измерения расхода жидкости и температуры. Значительную роль играют неконтролируемые потери мощности, затрачиваемые, например, на нагревание стенок коаксиальной нагрузки. Источником погрешности может быть образование пузырьков газа в жидкости при ее нагревании и трение жидкости о стенки трубопроводов. Наконец, на погрешность влияет нелинейность термопар — отклонение зависимости термоЭДС от температуры от линейной. Общая погрешность такого калориметра может составлять до 10...20 %.

Время установления показаний ваттметра определяется двумя составляющими. Первая зависит от теплоемкости рабочего тела калориметра и скорости потока жидкости и в большинстве случаев лежит в пределах 0,5...3 мин. Вторая зависит от времени установления теплового режима во всем приборе, включая теплообменник, трубопроводы и насос. Это медленный процесс, для завершения которого требуются десятки минут.

**Способы уменьшения погрешностей в ваттметрах с проточными калориметрами.** Из-за больших погрешностей рассмотренную структурную схему можно использовать только при построении грубых ваттметров. Некоторые из указанных погрешностей можно устранить или существенно уменьшить, изменив структуру ваттметра и перейдя к измерению мощности методом сравнения с автоматической регулировкой мощности сравнения (рис. 12.7).

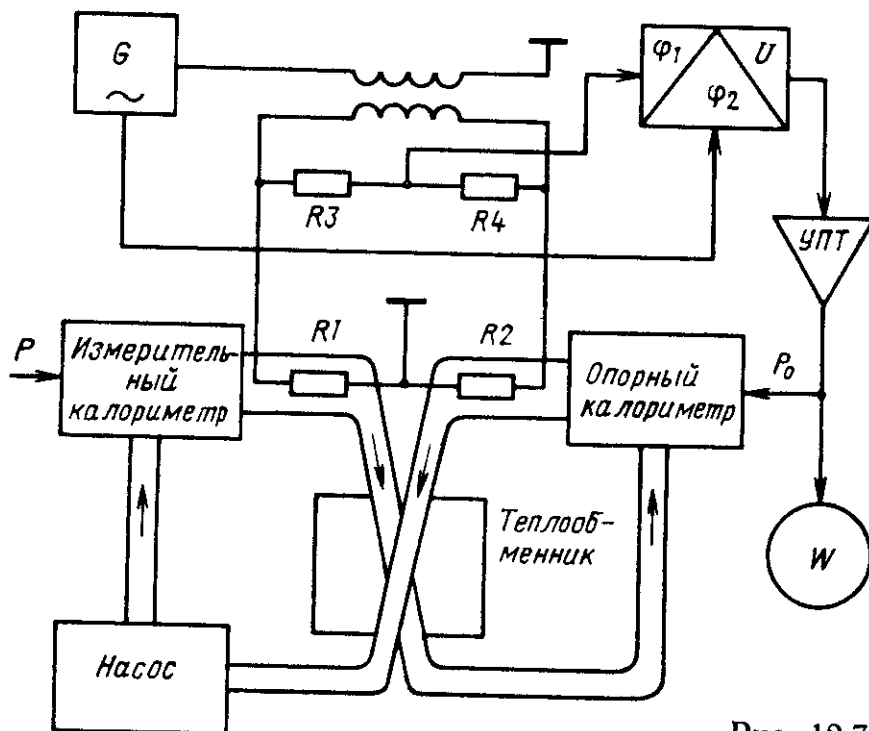


Рис. 12.7

В таком ваттметре используют два одинаковых проточных калориметра: измерительный и опорный. Оба калориметра омываются одним и тем же потоком охлаждающей жидкости, циркулирующей в замкнутой системе с общим теплообменником. Теплообменник обеспечивает охлаждение жидкости и уравнивание ее температур на входе обоих калориметров. Температуру жидкости на выходах калориметров измеряют терморезисторами  $R_1$  и  $R_2$ , помещенными в трубопроводах. Терморезисторы вместе с резисторами  $R_3$  и  $R_4$  образуют мостовую схему, источником питания которой служит генератор  $G$ , подключенный к трансформатору. Напряжение с диагонали моста вместе с сигналом генератора поступает на фазовый детектор. Выходное напряжение детектора попадает на усилитель мощности. Выходная мощность усилителя  $P_0$  рассеивается в опорном калориметре.

Если измеряемая мощность не подведена к прибору, то сопротивления терморезисторов одинаковы, мост сбалансирован и выходная мощность усилителя  $P_0 = 0$ . Под действием измеряемой мощности баланс моста нарушается, сигнал ошибки с выхода фазового детектора поступает на усилитель. Выходная мощность усилителя, рассеиваясь на нагрузке опорного калориметра, создает тепловой эффект, близкий к тепловому эффекту от воздействия измеряемой мощности, температуры на выходах калориметров выравниваются, и схема приходит к состоянию, близкому к балансу. При большом коэффициенте усиления в цепи авторегулирования можно считать, что  $P = P_0$ . Измеряемую мощность отсчитывают по прибору, измеряющему мощность постоянного тока.

В ваттметре с авторегулированием мощность измеряют методом сравнения, поэтому нет необходимости измерять расход охлаждающей жидкости, а необходимо лишь контролировать его постоянство. Распределение температур в нагрузках обоих калориметров стараются сделать одинаковыми, так что частично компенсируется погрешность из-за неэквивалентного теплового действия токов СВЧ и постоянного тока. Оба термочувствительных элемента — терморезисторы  $R_1$  и  $R_2$  — работают при одинаковых температурах, поэтому нелинейность температурной зависимости их сопротивлений не сказывается на работе системы авторегулирования, важна лишь идентичность этих зависимостей.

Наконец, в схеме с авторегулированием существенно уменьшается время установления показаний, которое практически определяется временем переноса тепла от поглощающих нагрузок калориметров к расположенным в непосредственной близости к ним терморезисторам.

Выпускаемые промышленностью ваттметры с проточными калориметрами, как правило, предназначены для измерения больших мощностей до нескольких киловатт с основной погрешностью 4...10 %, хотя некоторые приборы могут измерять средние мощности. Время установления показаний 10...60 с. Существуют

и микропроцессорные калориметрические ваттметры с погрешностью до 1...3 %.

**Статические калориметры.** В статических калориметрах измеряемая мощность рассеивается в твердой нагрузке или в непроточной жидкости. Обычно применяют калориметры с твердотельными объемными или пленочными поглотителями. Такие калориметры называют сухими. По своей конструкции они подобны поглощающим нагрузкам, которые дополнены термопарами для измерений температуры рабочего тела.

Сухие калориметры используют преимущественно для измерений малых и средних мощностей. Тепловая постоянная времени составляет порядка секунд и более.

Рассмотрим в качестве примера упрощенную схему ваттметра, основанного на методе сравнения (рис. 12.8). Измерительный и опорный калориметры 1 и 2 помещены в массивном экране 4, необходимом для ослабления влияния на них колебаний внешней температуры. Тепловую постоянную времени экрана выбирают на 2...3 порядка больше постоянных времени калориметров. Оба калориметра изолированы от теплового действия со стороны экрана с помощью тонкостенных отрезков 3 волновода, выполненных из металла с плохой теплопроводностью, например из нержавеющей стали.

Разность температур калориметров измеряют с помощью термопары 5. Мощность постоянного тока  $P_0$  с выхода усилителя мощности подводят к нагревательной спирали, помещенной в рабочем теле опорного калориметра (на рисунке не показана). В состоянии баланса, осуществляемого с помощью системы авторегулирования,  $P = P_0$  и измеряемую мощность отсчитывают по прибору.

Для уменьшения погрешности, вызванной изменениями внешней температуры, необходимо обеспечить одинаковые тепловые постоянные времени обоих калориметров и их одинаковое тепловое

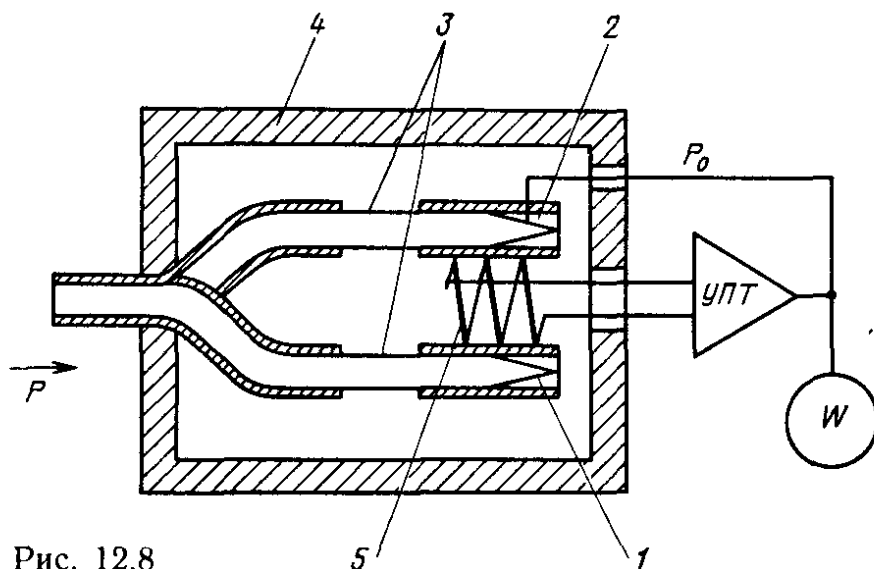


Рис. 12.8

сопротивление по отношению к экрану. При выполнении этих условий увеличение температуры экрана приведет к нагреванию обоих калориметров с одинаковой скоростью, так что их температуры останутся одинаковыми и показания ваттметра не изменятся. Равенство постоянных времени калориметров позволяет существенно уменьшать и время установления показаний, сделав его немного меньше тепловых постоянных времени калориметров. Равенство мощностей  $P = P_0$  поддерживается даже в неустановившемся тепловом режиме калориметров, поскольку скорость нарастания температур для обоих калориметров одинакова.

На основе статических калориметров промышленность выпускает ваттметры средней мощности с пределами измерений 10 мВт...100 Вт и основной погрешностью 4...10 %.

### 12.3. ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ МЕТОД

Этот метод основан на измерении термоЭДС термопар, горячий спай которых разогревается рассеиваемой мощностью СВЧ. В термоэлектрических ваттметрах применяют специальные термопары высокой чувствительности.

**Термопары.** Для измерений мощности применяют как полупроводниковые термопары, так и термопары из разных металлов. Обычно ветви термопары выполняют в виде пленок, напыленных на плоской диэлектрической подложке 1 или отрезке стекловолокна диаметром 20...40 мкм (рис. 12.9, а). Ветви термопары 2 и 4 иногда соединяют с помощью резистивного слоя 3, который в основном определяет общее сопротивление термопары. Измеряемая мощность рассеивается преимущественно в резистивном слое, поэтому температура горячего спая резко возрастает и увеличивается чувствительность термопары.

Термопары помещают в термоэлектрический приемный преобразователь, к которому непосредственно подводят СВЧ мощность. Конструкция преобразователя обеспечивает хорошее согласование нагрузки с линией передачи и возможность измерений термоЭДС.

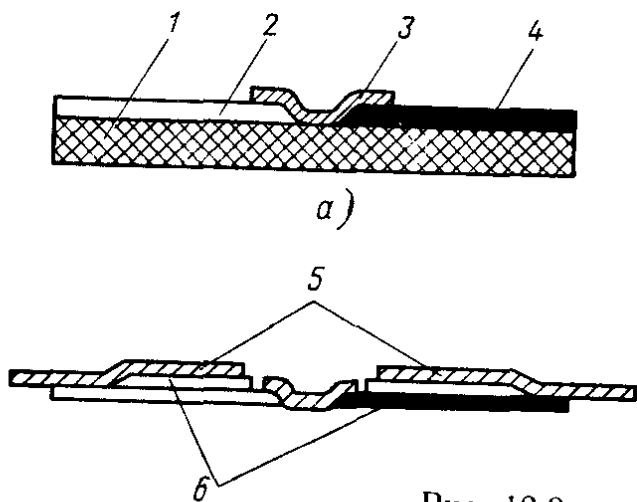


Рис. 12.9

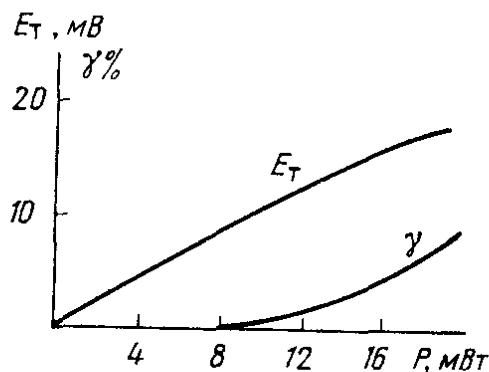


Рис. 12.10

С ростом частоты коэффициент эффективности приемных преобразователей с термопарами уменьшается из-за возрастающих потерь в элементах конструкции. Иногда потери компенсируют увеличением температуры горячего спая термопары с ростом частоты. Для этого поверх ветвей пленочной термопары наносят слой металла 5 (рис. 12.9, б), изолированный от ветвей диэлектрической пленкой 6. С ростом частоты проводимость емкости между слоями металла и ветвями термопары возрастает и слой металла в большей мере шунтирует ветви термопары. Это вызывает увеличение температуры горячего спая и возрастание термоЭДС.

Термопарам свойственна значительная нелинейность амплитудной характеристики, резко возрастающей с увеличением мощности. Так, для термоэлектрического преобразователя М5-51 нелинейность  $\gamma$  начинает заметно проявляться, начиная с мощности 10 мВт (рис. 12.10). Для устранения этого явления ограничивают максимальную мощность, в микропроцессорных ваттметрах можно вводить поправку на нелинейность.

Для термоэлектрических приемных преобразователей сильно выражена частотная зависимость эффективности и КСВ, что обусловлено влиянием реактивных элементов; индуктивности термопар, емкостей контактной системы и неоднородностей, возникающих при включении термопар в линию передачи. Эти погрешности также имеют систематический характер и могут быть учтены.

Постоянная времени пленочных термопар составляет десятки миллисекунд, а чувствительность — порядка одного милливольт на милливатт.

**Термоэлектрические ваттметры.** Термоэлектрические ваттметры состоят из приемного преобразователя, высокочувствительного усилителя постоянного тока (УПТ) и вольтметра постоянного напряжения. При малых входных мощностях напряжение термоЭДС может составлять единицы нановольт, так что коэффициент усиления приходится выбирать большим. Такие усилители обычно строят по схеме с модуляцией и демодуляцией (МДМ) подобно усилителям микровольтметров постоянного напряжения. Для уменьшения влияния шумов термопар и входных цепей УПТ сигнал фильтруют фильтрами нижних частот с регулируемой полосой пропускания. Наименьшую полосу, составляющую доли герца, устанавливают при работе на самой чувствительной шкале. Выходное напряжение УПТ измеряют с помощью цифрового вольтметра, который строят, например, по схеме с двойным интегрированием.

Выпускаемые промышленностью термоэлектрические ваттметры поглощаемой мощности предназначены для измерений малых мощностей, начиная от 1 мкВт с основной погрешностью 4... 15 % в конце диапазонов измерений. Время установления таких

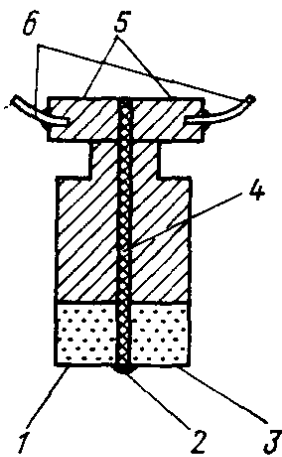


Рис. 12.11

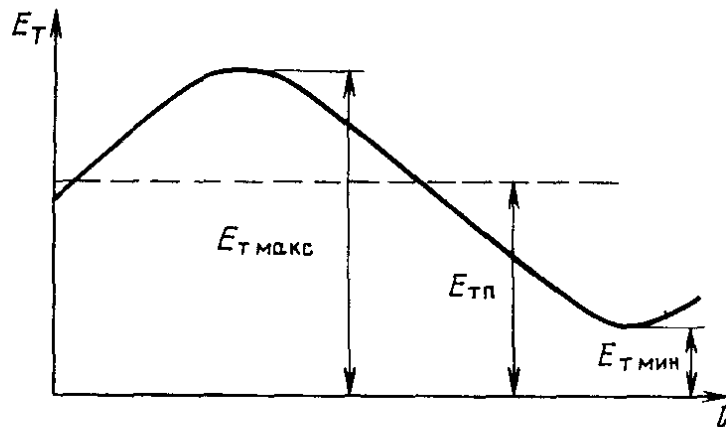


Рис. 12.12

приборов определяется главным образом постоянной времени ФНЧ и составляет единицы секунд. Существуют возможности значительного повышения точности ваттметров путем внесения поправок с помощью встроенной микропроцессорной системы.

**Термоэлектрические ваттметры проходящей мощности.** Проходящую мощность измеряют с помощью полупроводниковых термопар в виде стержня (рис. 12.11). Ветви 1 и 3 термопары, разделенные изолирующей прокладкой 4, выполняют из полупроводниковых материалов с проводимостью разного типа. Термопару располагают в отверстии широкой стенки прямоугольного волновода так, что нижняя торцевая поверхность с горячим спаем 2 расположена заподлицо с внутренней поверхностью волновода. ТермоЭДС снимают с выводов 6, соединенных с медными удлинителями 5.

Нагрев горячего спая токами СВЧ приводит к появлению термоЭДС, по которой измеряют проходящую мощность. Термопары рассмотренного типа имеют чувствительность около 160 мВ/град, поэтому термоЭДС измеряют непосредственно с помощью магнитоэлектрических приборов без промежуточного усиления.

**Погрешности.** Простейший ваттметр проходящей мощности можно построить, разместив термопару на произвольном расстоянии  $l$  от нагрузки. Как известно, квадрат амплитуды напряжения в произвольной точке линии передачи  $U^2 = U_n^2 + U_o^2 + 2U_n U_o \cos \Phi = U_n^2(1 + \rho_n^2 + 2\rho_n \cos \Phi)$ , где  $U_n$  и  $U_o$  — амплитуда падающей и отраженной волн;  $\Phi = -2\beta l + \varphi_n$ . Подобным же образом изменяются и составляющие поверхностных токов в линии передачи, а следовательно, и термоЭДС  $E_T = KU^2$  (рис. 12.12), где  $K$  — коэффициент, зависящий от свойств термопары и ее связи с линией передачи. Значения  $E_T$  сильно зависят от положения термопары. Максимальное значение  $E_{T \text{ макс}} = KU_n^2(1 + \rho_n)^2$ , а минимальное значение  $E_{T \text{ мин}} = KU_n^2(1 - \rho_n)^2$ . Уровень, соответствующий



проходящей мощности,  $E_{Tп} = K(U_n^2 - U_0^2) = KU_n^2(1 - \rho_n^2)$ . Следовательно, возникает методическая погрешность измерений проходящей мощности, зависящая от положения термодпар. Предельные значения погрешности

$$\delta_{\text{макс}} = \frac{E_{T\text{макс}} - E_{Tп}}{E_{Tп}} = \frac{2\rho_n}{1 - \rho_n};$$

$$\delta_{\text{мин}} = \frac{E_{T\text{мин}} - E_{Tп}}{E_{Tп}} = -\frac{2\rho_n}{1 + \rho_n}.$$

Если  $\rho_n \ll 1$ , то погрешность заключена в пределах  $\pm 2\rho_n$ . В большинстве случаев такая погрешность неприемлема.

Эффективный способ уменьшения погрешности заключается в использовании двух термодпар, разнесенных на  $\lambda_v/4$ . Проходящую мощность измеряют по полусумме термоЭДС  $0,5(E_{T1} + E_{T2}) = KU_n^2(1 + \rho_n^2)$ . Погрешность

$$\delta = \frac{0,5(E_{T1} + E_{T2}) - E_{Tп}}{E_{Tп}} = \frac{2\rho_n^2}{1 - \rho_n^2} \approx 2\rho_n^2$$

оказывается малой и не зависит от положения термодпар. Поэтому, при известном значении КСВ можно внести поправку в результат измерений.

**Пример 12.3.** Ваттметром проходящей мощности с одной термодпарой измерена проходящая мощность в линии передачи с  $K_{стU} = 1,2$ . Определим максимальную и минимальную методические погрешности. Коэффициент отражения от нагрузки  $\rho_n = (1,2 - 1)/(1,2 + 1) = 0,091$ . Экстремальные значения погрешности  $\delta_{\text{макс}} = 2 \cdot 0,091/0,909 = 0,2$ ;  $\delta_{\text{мин}} = -2 \cdot 0,091/1,091 = -0,17$  получаются значительными. Если же использовать ваттметр с двумя термодпарами, то методическая погрешность  $\delta = 0,016$  уменьшится почти на порядок.

Если линия передачи работает в диапазоне длин волн, то появляется частотная погрешность. Простейший способ ее уменьшения заключается в использовании нескольких термодпар, на каждой частоте выбирают ту пару, расстояние между которыми ближе к  $\lambda_v/4$ . Можно построить широкополосные ваттметры, в которых одновременно обрабатывают термоЭДС нескольких неэквидистантно расположенных термодпар.

Шкалу ваттметров проходящей мощности градуируют по образцовому ваттметру поглощаемой мощности. Погрешность измерений проходящей мощности определяется неточностью градуировки, погрешностью образцового ваттметра и стрелочного прибора, нелинейностью термодпар.

Промышленность выпускает термоэлектрические измерители проходящей мощности от 5...100 Вт до 1 кВт с погрешностью 15 %. Такие ваттметры широко используют как встроенные приборы.

## 12.4. МЕТОД ТЕРМОРЕЗИСТОРОВ

При этом методе мощность СВЧ подводят непосредственно к терморезистору, сопротивление которого изменяется в зависимости от температуры. О рассеиваемой мощности судят по изменениям сопротивления, приращение которого измеряют обычно с помощью мостовых схем на постоянном токе.

**Болометры и термисторы.** По знаку температурного коэффициента сопротивления (ТКС) терморезисторы делят на болометры и термисторы. Болометры имеют положительный ТКС, термисторы — отрицательный.

В технике измерений мощности получили распространение пленочный и нитевидный болометры. Пленочный болометр (рис. 12.13, а и б) представляет собой тонкую металлическую пленку 1, нанесенную на диэлектрическую подложку 2. Болометр включают в измерительную цепь с помощью контактного металлического слоя 3. Нитевидный болометр выполняют в виде тонкой, диаметром около 1 мкм, платиновой проволоочки длиной 1 мм. Нитевидные болометры имеют высокую стабильность параметров и применяются главным образом в образцовых ваттметрах.

Термисторы изготавливают из полупроводникового материала. Рабочее тело 1 имеет форму бусинки диаметром 0,3...0,5 мм или цилиндра диаметром 0,2...0,3 мм и длиной 1...1,5 мм (рис. 12.14, в и г). Выводы 2 выполняют из платиновой проволоки диаметром 25...50 мкм.

Сопротивление  $R_T$  болометров и термисторов сильно зависит от рассеиваемой на них мощности и от температуры окружающей среды (рис. 12.14). Зависимости сопротивления от мощности характеризуют чувствительностью  $dR_T/dP$ . Чувствительность болометров лежит в пределах 1...10 Ом/мВт, а чувствительность термисторов на порядок выше.

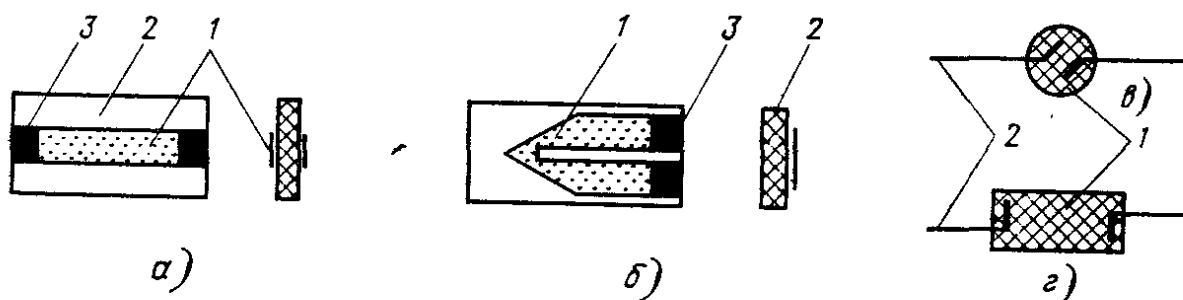


Рис. 12.13

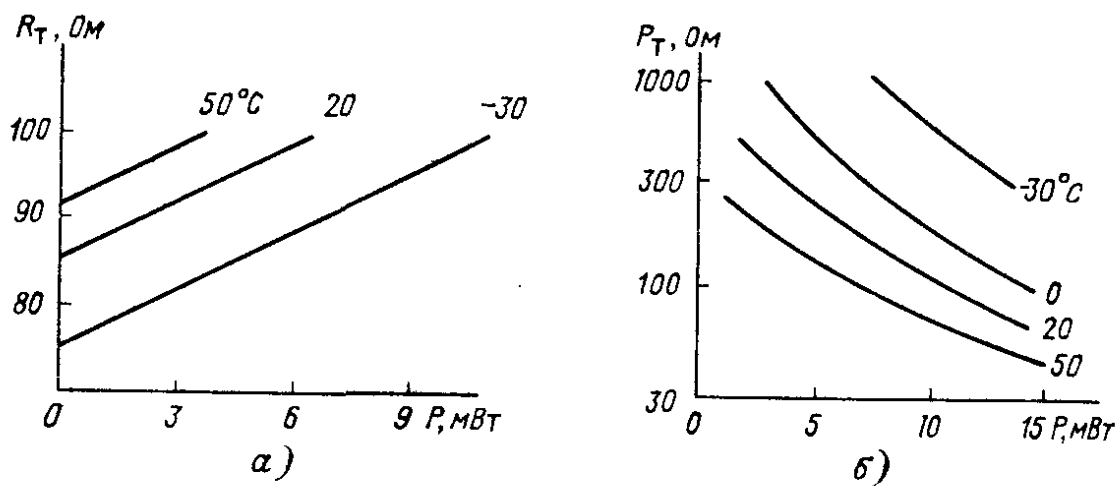


Рис. 12.14

Тепловая постоянная времени наиболее распространенных пленочных болометров и термисторов составляет 0,1...1 с, а постоянная времени проволочных болометров значительно меньше —  $5 \cdot 10^{-5} \dots 10^{-4}$  с. Измерительные болометры и термисторы допускают рассеяние на них мощности до десятков милливольт, поэтому на них строят измерители малой мощности. Наиболее распространены термисторные ваттметры.

**Приемные преобразователи.** В основе измерения мощности термисторами лежит метод замещения мощности СВЧ известной мощностью постоянного тока. Следовательно, термисторные приемные преобразователи должны допускать подведение к термистору постоянного тока и возможность измерения сопротивления. Кроме того, приемные преобразователи должны обеспечивать хорошее согласование с линией передачи в широком диапазоне частот и малые потери. Таким образом, требования к болометрическим и термисторным приемным преобразователям одинаковы.

Существует большое число волноводных и коаксиальных конструкций приемных преобразователей. Поскольку сопротивление термисторов сильно зависит от температуры среды, то приемные преобразователи часто помещают в термоизолирующий экран. Температуру преобразователя иногда измеряют специальным термокомпенсирующим термистором, к которому не подводят мощность СВЧ. Термокомпенсирующий термистор, идентичный рабочему, устанавливают в корпусе приемного преобразователя вблизи от рабочего термистора.

**Ваттметр с уравновешенным мостом.** Метод замещения и измерение замещающей мощности постоянного тока, как правило, реализуют с помощью сбалансированных четырехплечих или более сложных мостов. Рассмотрим в качестве примера простейший прибор с четырехплечим мостом (рис. 12.15).

Измерительный мост образован одинаковыми резисторами  $R$  и термистором  $R_T$ , находящимся в приемном преобразователе. Сопротивление термистора в общем случае отличается от сопротив-

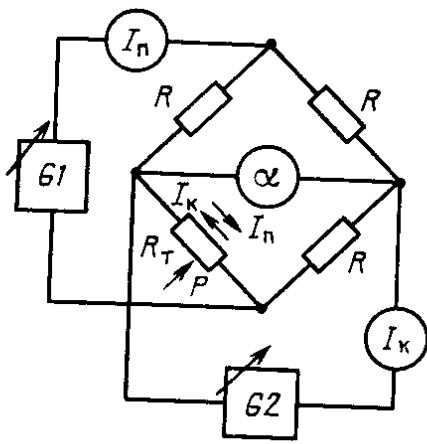


Рис. 12.15

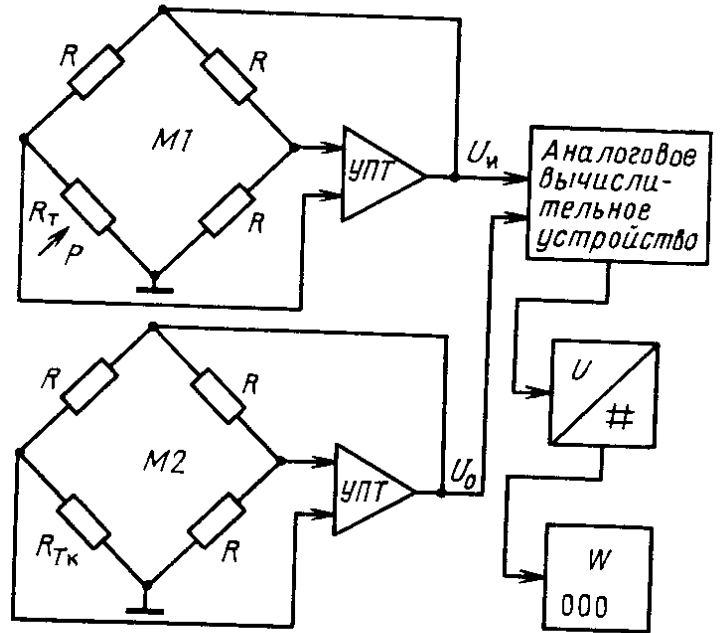


Рис. 12.16

лений других плеч моста, поэтому перед измерениями мост балансируют. Для этого при отсутствии мощности СВЧ и при выключенном генераторе  $G2$  тока компенсации  $I_k$  регулировкой генератора  $G1$  изменяют ток подогрева  $I_n$  до получения баланса моста, при котором  $R_T = R$ . Баланс фиксируют по нулевому отсчету  $\alpha$  индикаторного прибора в диагонали моста. В состоянии баланса рассеиваемая на термисторе мощность  $P_T = I_n^2 R$ .

Затем к приемному преобразователю подводят мощность СВЧ. Термистор разогревается, его сопротивление уменьшается и нарушается состояние баланса, что фиксируют по показанию индикаторного прибора. Баланс снова восстанавливают, уменьшая постоянный ток через термистор. Для этого включают ток компенсации  $I_k$ , направленный противоположно току подогрева. Регулируя ток компенсации, восстанавливают баланс. Рассеиваемая на термисторе мощность  $P_T = P + (I_n - I_k)^2 R$ . Исключив  $P_T$  из приведенных выражений, получим:

$$P = I_k(2I_n - I_k)R. \quad (12.5)$$

Следовательно, измерив токи подогрева и компенсации, можно вычислить мощность. Возможность их отдельного измерения обеспечена за счет развязки генераторов  $G1$  и  $G2$ , создаваемой сбалансированным мостом.

Рассмотренной схеме построения ваттметра свойственны ряд недостатков. Основной недостаток заключается в необходимости ручной балансировки моста при установке нуля и при проведении измерения. В схеме отсутствует термокомпенсация, и поэтому установку нуля и балансировку приходится проводить часто. Для вычисления мощности необходимо измерить два тока, а затем произвести вычисления по формуле (12.5), что может усложнить

построение цифрового прибора на основе рассмотренной схемы. Все эти недостатки устранены в автобалансных ваттметрах, выпускаемых промышленностью.

**Автобалансный ваттметр.** Ваттметр содержит два одинаковых моста: измерительный  $M1$  и опорный  $M2$  (рис. 12.16). Одно из плеч измерительного моста образовано рабочим термистором  $R_T$ , а в опорный мост введен термокомпенсационный термистор  $R_{Тк}$ . Мосты с помощью УПТ все время автоматически балансируются: появление сигнала ошибки в диагоналях мостов вызывает изменение выходного напряжения УПТ, приводящее мосты в состояние баланса.

Если мосты одинаковы, то при отсутствии мощности СВЧ выходные напряжения  $U_{и0} = U_{о0}$  УПТ одинаковы. Рассеиваемая на рабочем термисторе мощность  $P_T = U_{и0}^2/R$ . Это состояние практически не изменяется при изменении внешней температуры из-за одинаковых приращений температуры рабочего и термокомпенсационного термисторов.

Подключение мощности СВЧ к рабочему термистору за счет действия системы автоматического балансирования приведет к уменьшению выходного напряжения до значения  $U_{и1}$ . Рассеиваемая на термисторе мощность  $P_T = U_{и1}^2/4R + P$ , откуда  $P = (U_{и0}^2 - U_{и1}^2)/4R$ . Разность квадратов определяют аналоговыми методами с помощью вычислительного устройства, а затем с помощью АЦП преобразуют в код. Мощность отсчитывают в цифровой форме по шкале прибора  $W$ .

Автобалансные термисторные и болометрические ваттметры широко применяют для измерений мощности в диапазоне частот 30 МГц...78 ГГц. Диапазон измеряемых мощностей составляет 10 мкВт...10 мВт и может быть расширен применением делителей мощности. Погрешность измерений для большинства ваттметров 6...10 % и может быть уменьшена до 2...3 %. При измерениях по шкале с верхним пределом 10...100 мкВт погрешность возрастает до 10...25 %.

## 12.5. МЕТОД ВОЛЬТМЕТРА

Метод вольтметра заключается в измерении поглощаемой мощности по напряжению на согласованной нагрузке и может применяться при измерении как средней, так и импульсной мощностей.

**Режим пикового детектирования.** При измерении мощности используют диодные детекторы, построенные на вакуумных или полупроводниковых диодах. Наилучшие по частотным свойствам вакуумные диоды позволяют проводить измерения на частотах до 2 ГГц. В зависимости от входного напряжения возможна реализация как пикового, так и квадратичного режимов детекти-

рования. В режиме пикового детектирования появляется погрешность, обусловленная высшими гармониками измеряемого сигнала.

**Пример 12.4.** Оценим погрешность измерений мощности колебания  $u = U_1 \cos \omega t + U_3 \cos 3\omega t$  с помощью пикового детектора. Амплитуды напряжений  $U_1 = 1$  В;  $U_3 = 0,05$  В. Выходное напряжение пикового детектора при заданных фазовых соотношениях между колебаниями первой и третьей гармониками  $U_d = U_1 + U_3$  и измеренная мощность  $P_n = U_d^2 / 2R = (U_1 + U_3)^2 / 2R$ , где  $R$  — сопротивление нагрузки. В действительности мощность  $P = (U_1^2 + U_3^2) / 2R$ . Относительная погрешность измерения мощности

$$\delta = \frac{P_n - P}{P} = \frac{2(U_3/U_1)}{1 + (U_3/U_1)^2} = 0,1$$

при проведении точных измерений должна учитываться.

Заметим, что влияние гармоник на результат измерения мощности зависит от их начальных фаз. На СВЧ легко поддаются измерениям только амплитудные соотношения, поэтому в каждом конкретном случае погрешность вычислить не удастся и ее оценивают предельным значением для наихудшего случая. Ваттметры с вакуумными диодами находят ограниченное применение, и в настоящее время промышленность их не выпускает.

Весьма перспективными оказались полупроводниковые диоды с низким потенциальным барьером перехода — диоды Шотки с током насыщения до 10 мкА, работающие в квадратичном режиме.

**Квадратичный режим.** Как известно, для малых сигналов вольт-амперную характеристику диода описывают полиномом

$$i = a_0 + a_1 (u - U_0) + a_2 (u - U_0)^2 + \dots,$$

где  $a_0, a_1, a_2$  — постоянные коэффициенты;  $U_0$  — напряжение в рабочей точке. Под влиянием переменного напряжения  $u = U_m \cos \omega t + U_0$  возникнет постоянная составляющая  $I_0 = a_0 + a_2 U_m^2 / 2 + 3a_4 U_m^4 / 8 + \dots$ . При малых амплитудах  $U_m$  из-за малости третьего слагаемого ток можно представить в виде  $I_0 = a_0 + a_2 U_0^2 / 2$ .

Следовательно, независимо от значений всех коэффициентов разложения кроме  $a_2$  при малых сигналах детектор является квадратичным. У полупроводниковых диодов  $a_0 = 0$  и рабочая точка соответствует нулевому напряжению. Мощность измеряют по падению напряжения, вызванному током  $I_0$  на сопротивлении нагрузки.

Предназначенные для измерений мощности диоды Шотки сохраняют свою работоспособность до частот 17 ГГц. Основное достоинство приемных преобразователей с диодами — очень высокая чувствительность, составляющая до 500 мВ/мВт, что на несколько порядков превышает чувствительность преобразователей с термопарами (1 мВ/мВт).

На базе диодных первичных преобразователей в сочетании с чувствительными маломощными усилителями строят ваттметры, позволяющие измерять мощности в диапазоне 0,1 нВт ... 10 мкВт. Усилитель с цифровым вольтметром можно использовать и с термоэлектрическими приемными преобразователями, таким образом перекрывая весь диапазон малых мощностей.

## 12.6. ИЗМЕРЕНИЕ МОЩНОСТИ НА ОСНОВЕ ЯВЛЕНИЯ КРОССУМНОЖЕНИЯ В ФЕРРИТЕ

Этот метод позволяет измерять мощность в узкой полосе частот, которую можно смещать по диапазону частот в широких пределах. Поэтому метод удобен для спектральных измерений, в частности для анализа энергетических спектров шумов.

**Ферромагнитный резонанс.** Ферриты — это неметаллические материалы, близкие по своим свойствам к ферромагнитным. По своей химической природе ферриты являются сложными веществами, образуемыми окисью железа и окислами различных металлов. Например, существуют ферриты с окислами марганца, никеля, иттрия.

Магнитные свойства ферритов определяются в основном спиновыми моментами электронов. Вращающийся вокруг своей оси электрон подобно витку с током  $I$  можно характеризовать некоторым магнитным моментом  $M$ . При комнатной температуре под действием теплового движения магнитные моменты ориентированы не упорядоченно, так что суммарный магнитный момент равен нулю.

Если к ферриту приложено постоянное магнитное поле  $H_0$ , то моменты отдельных спинов ориентируются в предпочтительном направлении, совпадающем с направлением поля (рис. 12.17, а). При некоторой напряженности поля наступает насыщение, когда практически все спиновые моменты ориентированы вдоль поля. В намагниченном до насыщения феррите влияние различных факторов, например слабых переменных полей, во многих случаях можно считать одинаковым для всех спинов. Следовательно, при качественном анализе свойств феррита можно ограничиться рассмотрением поведения одного электрона.

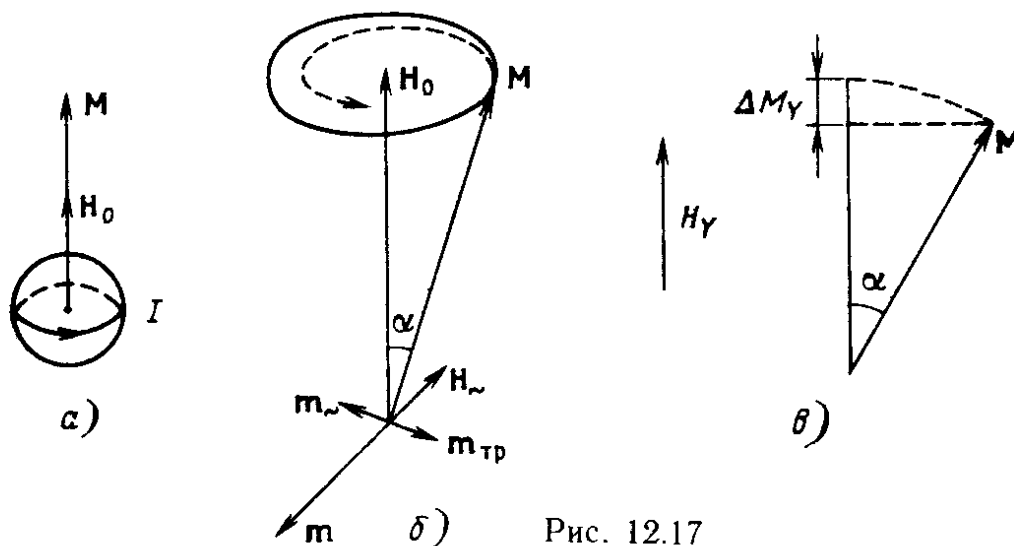


Рис. 12.17

Вращающийся вокруг своей оси электрон обладает массой и характеризуется моментом инерции (механическим моментом), так что его можно рассматривать как гироскоп с осью, совпадающей с вектором магнитного момента  $\mathbf{M}$ . Под действием поля  $\mathbf{H}_0$  магнитный момент, а следовательно, и ось гироскопа ориентированы вдоль поля.

Если ось гироскопа отклонить от начального направления на угол  $\alpha$  (рис. 12.7, б), то на нее будет действовать вращающий момент  $\mathbf{m} = \mu_0 [\mathbf{M}\mathbf{H}_0]$ , стремящийся вернуть ось в первоначальное состояние. Под влиянием вращающего момента ось гироскопа начнет прецессировать и конец вектора  $\mathbf{M}$  будет описывать окружность в горизонтальной плоскости. Направление прецессии зависит от ориентации вектора  $\mathbf{H}_0$ : вращение вектора всегда происходит по часовой стрелке, если смотреть вдоль него.

Прецессия происходит с некоторой частотой  $f_0$ , зависящей от напряженности магнитного поля, свойств ферритового материала и формы ферритового элемента. Например, для ферритового шарика, если в первом приближении пренебречь кристаллографической анизотропией материала, частота прецессии  $f_0$  [кГц]  $= 35,2H_0$  [А/м], т. е. частота линейно зависит от  $H_0$ .

Вследствие магнитных потерь прецессионные колебания затухают: конец вектора  $\mathbf{M}$  движется не по окружности, а по спирали, показанной штриховой линией. Энергия электрона при этом переходит в тепло. Постоянная времени свободного процесса для разных ферритов составляет от  $10^{-6}$  до  $10^{-9}$  с.

Влияние магнитных потерь можно представить как момент «трения»  $\mathbf{m}_{\text{тр}}$ , стремящийся затормозить прецессионные колебания, т. е. перпендикулярный вектору  $\mathbf{M}$  (в плоскости  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{H}_0$ ), как показано на рис. 12.17, б.

Для поддержания незатухающих колебаний на электрон необходимо воздействовать вращающим моментом, компенсирующим момент трения, например с помощью слабого переменного магнитного поля, вектор  $\mathbf{H}_{\sim}$  которого перпендикулярен плоскости векторов  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{H}_0$ . Если вектор  $\mathbf{H}_{\sim}$  направлен так, как показано на рис. 12.17, б, то создаваемый переменным полем момент  $\mathbf{m}_{\sim}$  будет противоположен моменту  $\mathbf{m}_{\text{тр}}$ .

Вектор  $\mathbf{H}_{\sim}$  должен вращаться, т. е. переменное магнитное поле должно быть поляризовано по кругу, а направление вращения должно совпасть с направлением прецессии. Однако прецессионные колебания возбуждаются и в случае линейно поляризованного поля. Если же вектор  $\mathbf{H}_{\sim}$  имеет противоположное направление вращения, то вектор  $\mathbf{m}_{\sim}$  в течение одного полупериода будет оказывать тормозящее воздействие, а в течение другого — компенсировать трение. Среднее за период воздействие будет равно нулю, и колебания затухнут.

Вынужденные колебания вектора магнитного момента феррита представляют собой прецессию с частотой  $f$ , совпадающей с частотой переменного поля. При его заданной амплитуде угол  $\alpha$  тем больше, чем ближе частота внешнего воздействия к собственной частоте рассматриваемой колебательной системы — частоте прецессии  $f_0$ . Это явление носит название ферромагнитного резонанса. Зависимость  $\alpha(f)$  имеет вид резонансной кривой с центральной частотой  $f_0$ , называемой частотой ферромагнитного резонанса.

**Сущность кроссмодуляции.** Пусть намагниченный до насыщения ферритовый резонатор помещен в линию передачи СВЧ мощности. Если резонатор



настроен на частоту СВЧ колебаний, то угол прецессии в установившемся режиме пропорционален амплитуде  $\mathbf{H}_{\sim}$  высокочастотного поля в точке расположения резонатора:  $\alpha = KH_{\sim}$ , где  $K$  — постоянный коэффициент, зависящий от свойств феррита. Резонатор можно расположить в плоскости круговой поляризации напряженности магнитного поля в прямоугольном волноводе, тогда при заданном поле угол  $\alpha$  будет наибольшим.

При отклонении вектора магнитного момента  $\mathbf{M}$  от начального положения на угол  $\alpha$  составляющая  $M_y$  этого вектора, совпадающая с направлением  $\mathbf{H}_y$  постоянного магнитного поля (рис. 12.17, в) уменьшается на

$$\Delta M_y = M - M \cos \alpha = M \left( 1 - 1 + \frac{\alpha^2}{2} - \dots \right) \approx M \frac{\alpha^2}{2}$$

или

$$\Delta M_y = MK^2 H_{\sim}^2 / 2 = K_1 P_n,$$

где  $P_n$  — мощность падающей волны в линии передачи;  $K_1$  — коэффициент пропорциональности.

Отсюда следует, что для определения мощности достаточно измерить изменение магнитного момента.

Схема первичного преобразователя мощности показана на рис. 12.18, а. Ферритовая сфера располагается в плоскости круговой поляризации  $X'$  в прямоугольном волноводе. Под действием поляризованного по кругу в плоскости  $Y$  поля  $H$  возникают прецессионные колебания вектора  $\mathbf{M}$  и его составляющая  $M_y$  уменьшается (рис. 12.18, б). При значениях напряженности поля  $H_y$ , сильно отличающихся от напряженности  $H_0$ , соответствующей настройке резонатора на частоту поля СВЧ, прецессия не возникает, и  $M_y = M$ . Если же  $H_y \approx H_0$ , то в результате прецессии  $M_y$  уменьшается, причем максимальное отклонение  $\Delta M_{ym}$  имеет место при  $H_y = H_0$ .

На ферритовый резонатор намотана небольшая катушка, через которую проходит ток низкой частоты  $\Omega$  от внешнего источника. Под действием тока возникает переменное магнитное поле  $H_m \cos \Omega t$ , вектор которого направлен по

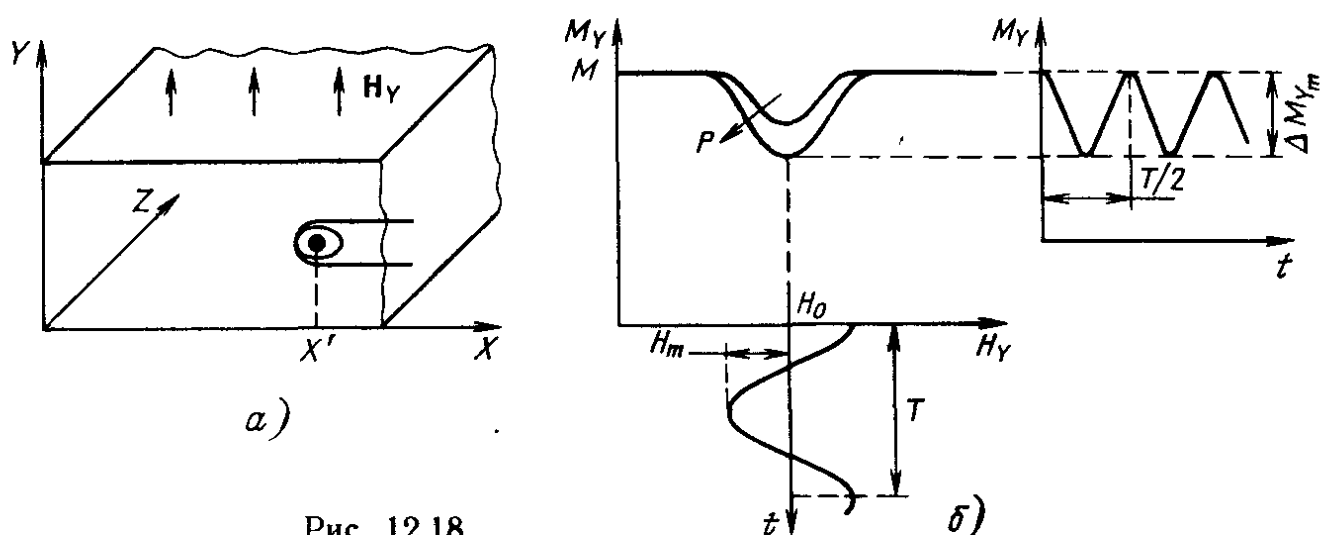


Рис. 12.18

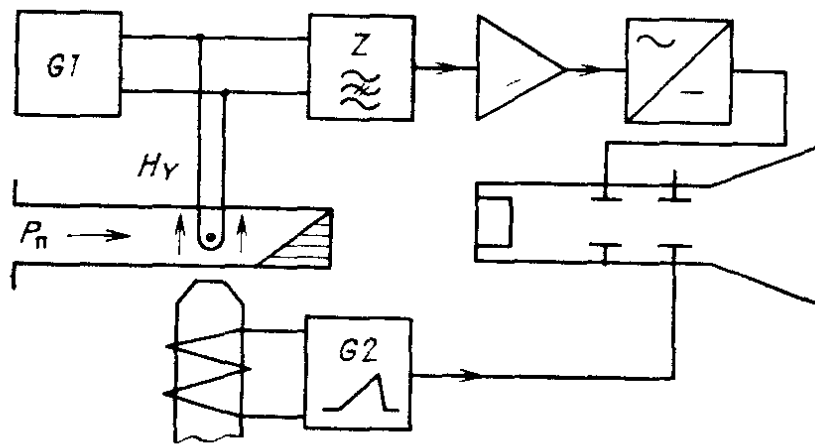


Рис. 12.19

оси  $Y$ . Следовательно, намагничивающее поле изменяется во времени с низкой частотой по закону  $H_0 + H_m \cos \Omega t$  (рис. 12.18, б). Это приведет к периодическим колебаниям магнитного момента  $M_y$  во времени с амплитудой, пропорциональной измеряемой мощности  $P_n$ , и периодом, вдвое меньшим периода изменений магнитного поля  $T = 2\pi/\Omega$ . Под действием колебаний  $M_y$  в катушке наводится ток, форма которого повторяет зависимость  $dM_y(t)/dt$ . Мощность измеряют по амплитуде гармоники тока с частотой  $2\Omega$ , которую выделяют узкополосным фильтром, настроенным на эту частоту.

**Структурная схема анализатора спектра.** Упрощенная схема панорамного ваттметра, основанного на кроссмодуляции, показана на рис. 12.19. Генератор  $G1$  создает ток подмагничивания с частотой  $\Omega$ . Фильтр  $Z$  выделяет полезный сигнал второй гармоники, который после усиления узкополосным усилителем и детектирования детектором подается на вертикально отклоняющие пластины ЭЛТ. Смещение луча по оси абсцисс, а также изменение напряженности поля  $H_y$  осуществляются с помощью генератора развертки  $G2$ . Следовательно, в каждый момент отклонение луча по оси  $Y$  пропорционально мощности СВЧ поля, а положение луча по оси  $X$  характеризует частоту колебаний СВЧ.

Основное назначение таких приборов — измерение мощности в импульсе, калибровка производится в непрерывном режиме. Погрешность измерения составляет до 10...15 %.

## Выводы

Мощность является энергетическим параметром, удобным для описания сигналов на СВЧ. Мощность немодулированных колебаний характеризуют ее средним значением за период колебаний. Колебания с импульсной модуляцией описывают средней за время действия импульса мощностью, называемой импульсной. Пиковую мощность определяют как среднее за период колебаний значение мощности в максимуме огибающей радиоимпульса.

Различают поглощаемую мощность, рассеиваемую в согласованной нагрузке, и мощность, проходящую через данное сечение

линии передачи. Мощности делят на малые (до 10 мВт), средние (от 10 мВт до 10 Вт) и большие (более 10 Вт).

Погрешность измерений поглощаемой мощности зависит от коэффициентов отражения от нагрузки и от генератора. При известных модулях коэффициентов отражения можно оценить предельные значения погрешности.

Наиболее распространены тепловые методы измерений мощности, основанные на нагревании энергией СВЧ рабочего тела и измерении его температуры. Рабочим телом может быть поглощающая нагрузка, терморезистор или терморезистор.

Калориметрические ваттметры в основном применяемые для измерений больших и средних мощностей, строят на основе точных или статических калориметров. Наилучшие метрологические характеристики имеют автоматические калориметрические ваттметры, реализующие метод сравнения.

Для определения малых мощностей, начиная с десятых долей микроватт, используют специальные пленочные терморезисторы, о мощности судят по термоЭДС, измеряемой чувствительным вольтметром. Чувствительность приемного преобразователя с терморезисторами составляет приблизительно 1 мВ/мВт. Существуют и термоэлектрические измерители проходящей мощности.

Малые мощности можно измерять с помощью терморезисторов — бусиновых или стержневых терморезисторов и пленочных болометров. Измерение основано на замещении мощности СВЧ равной ей по тепловому действию образцовой мощностью постоянного тока. О равенстве мощностей судят по одинаковым приращениям сопротивления, фиксируемым с помощью мостовых схем.

Наибольшую чувствительность порядка 500 мВ/мВт имеют первичные преобразователи с детектором, построенном на диоде Шоттки. Ваттметры с такими преобразователями могут измерять мощности до десятых долей нановатт.

### *КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ*

1. Чем отличаются мгновенная, средняя, импульсная и пиковая мощности? Постройте структурную схему прибора для измерений импульсной и пиковой мощностей, состоящую из ваттметра средней мощности и осциллографа, позволяющего наблюдать огибающую импульса.

2. Выведите соотношение для расчета погрешности из-за несогласованности нагрузки и генератора. Почему погрешность зависит от коэффициента отражения от генератора? Что такое погрешность рассогласования и как ее учесть?

3. Какие тепловые методы измерений мощности Вам известны и чем они отличаются? Что такое адиабатический и неадиабатический режимы и как измеряют мощность в каждом режиме? Чем определяется тепловая постоянная времени рабочего тела и что она характеризует?

4. В чем сущность погрешности из-за неэквивалентности теплового действия токов СВЧ и постоянного тока? Как учитывают эту погрешность?
5. Перечислите недостатки калориметрического ваттметра, изображенного на рис. 12.5. Как их устраняют? Чем определяется постоянная времени проточного калориметра? Чем определяется время установления показаний в ваттметре, основанном на методе сравнения?
6. Покажите характер распределения температуры по длине пленочной термопары с резистивным слоем под действием токов СВЧ. Для чего в термопару вводят изолирующий и металлический слои?
7. Постройте структурную схему термоэлектрического ваттметра. В чем состоит особенность используемого УПТ? Чем определяется время установления показаний прибора?
8. Что такое термопара стержневой конструкции и как с ее помощью измеряют проходящую мощность? Рассчитайте предельные значения погрешности из-за неполного согласования нагрузки. Как уменьшают эту погрешность?
9. Изобразите упрощенную конструкцию бусинкового термистора. Сравните основные характеристики термисторов и пленочных болометров. Постройте упрощенную схему ваттметра со сбалансированным мостом. Как можно осуществить термокомпенсацию?
10. В чем заключается метод вольтметра? Какие режимы детектирования применяют в ваттметре? Почему при малом сигнале режим можно считать квадратичным независимо от коэффициентов  $a_1, a_3, a_4, \dots$  разложения вольт-амперной характеристики диода?

### ЗАДАЧИ

1. Выведите соотношения между средней, импульсной и пиковой мощностями для радиоимпульсов с импульсной модуляцией при трех формулах модулирующего напряжения: прямоугольной, треугольной и косинусоидальной с углом отсечки  $90^\circ$ . Длительности импульсов определены по нулевому уровню. Рассчитайте среднюю и импульсную мощности на нагрузке  $50 \text{ Ом}$ , если значение напряжения в максимуме огибающей  $U = 1 \text{ В}$ , длительность импульсов  $\tau_n = 1 \text{ мкс}$ , а их период  $T = 10 \text{ мкс}$ .
2. Сигнал генератора СВЧ модулирован по гармоническому закону. Выведите формулу для расчета коэффициента модуляции, если измерены средние мощности  $P_m$  модулированного и  $P$  немодулированного колебаний. Рассчитайте коэффициент модуляции, если  $P_m = 1,1 \text{ мВт}$ ,  $P = 1 \text{ мВт}$ .
3. Для приведенных в табл. 12.1 значений КСВ определите предельные значения погрешности из-за несогласованности нагрузки и генератора, если  $\rho_r = 0,05$ .
4. К калориметрическому рабочему телу с тепловой постоянной времени  $\tau_T = 1 \text{ с}$  в момент  $t = 0$  подведена мощность СВЧ колебаний. Какое время измерений необходимо в неадиабатическом режиме, чтобы погрешность, обусловленная процессом установления температуры, не превысила  $1\%$ ?
5. К калориметрическому рабочему телу с тепловой постоянной времени  $\tau_T = 10 \text{ мс}$  подведен прямоугольный импульс с длительностью  $\tau = 1 \text{ мс}$ . Изо-

бразите зависимость температуры рабочего тела от времени, если  $R_T = 10^\circ/\text{Вт}$ ,  $T_{\text{ср}} = 20^\circ\text{С}$ , по окончании импульса температура рабочего тела возросла на  $1^\circ\text{С}$ . Каким образом и с какой относительной погрешностью можно рассчитать импульсную мощность, если приращение температуры измерено с погрешностью  $\Delta T = 0,1^\circ\text{С}$ ?

6. Проходящая мощность измерена с помощью двух термопар, разнесенных по длине линии передачи на  $\lambda_b/4$  при номинальной длине волны. Выведите соотношения для расчета погрешности измерений проходящей мощности, вызванной малым отклонением  $\Delta\lambda$  длины волны от ее номинального значения. Влиянием термопар на поле в линии пренебречь.

## Глава 13. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ХАРАКТЕРИСТИК ЦЕПЕЙ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПОСТОЯННЫМИ

Основными параметрами цепей с сосредоточенными постоянными являются активное сопротивление, емкость и индуктивность. Измерения таких параметров может иметь самостоятельное значение в ходе экспериментальных работ. Для измерений неэлектрических величин, таких, как температура, влажность, давление, ускорение, часто применяют резистивные, емкостные и индуктивные приемные преобразователи. В этом случае параметры  $R$ ,  $C$ ,  $L$  измеряют для оценки значений неэлектрических величин.

При исследовании избирательных цепей часто панорамными измерителями с осциллографической индикацией определяют их АЧХ.

### 13.1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Катушки индуктивности, конденсаторы и резисторы помимо основного параметра (индуктивности, емкости и сопротивления) имеют еще и паразитные. С их учетом катушку и конденсатор можно характеризовать некоторыми эквивалентными индуктивностью, емкостью и сопротивлением, которые зависят от частоты. Поэтому эквивалентные параметры необходимо измерять на рабочей частоте.

В зависимости от целей эксперимента приходится измерять как основные, так и эквивалентные параметры. Если требуемая точность невелика, то их можно считать иногда одинаковыми.

**Эквивалентные схемы катушки индуктивности, резистора и конденсатора.** Эквивалентная схема катушки индуктивности состоит из индуктивности  $L$ , сопротивления потерь  $r_L$  и собственной

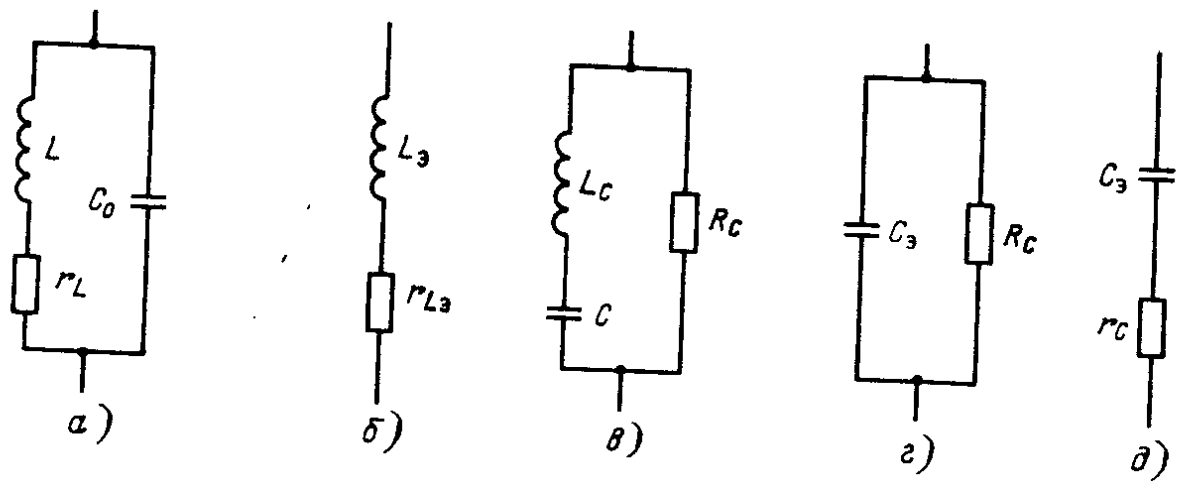


Рис. 13.1

емкости  $C_0$  (рис. 13.1, а). Катушку можно характеризовать ее добротностью  $Q_L = \omega L / r_L$  и собственной частотой  $\omega_0 = 1 / \sqrt{LC_0}$ . Параметры  $r_L$  и  $C_0$  зависят от частоты: с ее ростом увеличиваются потери, а следовательно, и  $r_L$ . Емкость  $C_0$  сильно изменяется вблизи собственной частоты катушки. Обычно катушки применяют на частотах, много меньших собственной, и изменениями  $C_0$  можно пренебречь. Поэтому в дальнейшем будем считать собственную емкость постоянной.

Схему замещения катушки при  $\omega < \omega_0$  можно представить в виде последовательно соединенных эквивалентных индуктивности  $L_э$  и сопротивления  $r_{Lэ}$  (рис. 13.1, б). Эти параметры легко рассчитать, если перейти от параллельной схемы замещения к последовательной:

$$L_э = \frac{L}{1 - (\omega/\omega_0)^2}; \quad r_{Lэ} = \frac{r_L}{1 - (\omega/\omega_0)^2}.$$

Большая часть методов измерения параметров катушки позволяет определять ее эквивалентные параметры. Если  $\omega < 0,1\omega_0$ , то с приемлемой для большинства случаев практики погрешностью можно принять  $L = L_э$ ,  $r_L = r_{Lэ}$ .

**Пример 13.1.** Пусть катушка индуктивности имеет  $L = 1$  мГ и собственную емкость  $C_0 = 10$  пФ. В этом случае собственная частота  $\omega_0 = 1 / \sqrt{10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-12}} = 10^7$  1/с и  $f_0 = 10^7 / 2\pi = 1,6$  МГц. На частоте  $f = 160$  кГц эквивалентная индуктивность  $L_э = 1 / [1 - (0,16/1,6)^2] = 1,01$  мГ отличается от  $L$  всего на 1 %.

Эквивалентная схема резистора имеет такой же вид, что и схема катушки, но емкость и индуктивность обычно малы, и полное сопротивление практически определяется величиной  $R$ . Толщина проводящего слоя пленочных сопротивлений, как правило, намного меньше глубины проникновения тока, так что вплоть до самых высоких частот рабочего диапазона резистора сопротив-

ление проводящего слоя изменяется мало. Однако с ростом частоты увеличиваются диэлектрические потери в каркасе резистора, что главным образом и определяет зависимость сопротивления от частоты.

Эквивалентная схема конденсатора (рис. 13.1, в) включает в себя емкость  $C$ , индуктивность вводов и обкладок конденсатора  $L_c$ , а также сопротивление потерь  $r_c$ , зависящее в основном от диэлектрических потерь. В рабочем диапазоне частот конденсатор можно представить в виде параллельной или последовательной схемы замещения (рис. 13.1, г и д). Параметры этих схем связаны соотношениями:

$$C_s = \frac{C}{1 - (\omega/\omega_0)^2}; \quad r_c = \frac{1}{(\omega C)^2 R_c}; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_c C}}.$$

Конденсатор характеризуют тангенсом угла диэлектрических потерь  $\operatorname{tg} \delta = 1/r_c \omega C$  или добротностью  $Q_c = 1/\operatorname{tg} \delta$ , которая в зависимости от применяемого диэлектрика может составлять от  $10^2$  до  $10^4$ .

**Методы измерений.** Параметры  $L$ ,  $C$  и  $R$  измеряют тремя основными способами: мостовым, резонансным и преобразованием во временной интервал или напряжение.

При мостовом методе измеряемый элемент вводят в одно из плеч сбалансированного моста, что приводит к нарушению баланса. Затем с помощью образцовых элементов баланс восстанавливают. По изменению последних судят о параметре измеряемого элемента.

Резонансный метод основан на известных зависимостях между параметрами контура  $L$ ,  $C$ ,  $R$  и его резонансной частотой и добротностью. Он пригоден для измерений в диапазоне частот от единиц килогерц до сотен мегагерц.

Параметры  $L$ ,  $C$  и  $R$  элемента цепи можно определить как отношение напряжения на элементе к протекающему через него току. К таким измерениям часто прибегают на постоянном токе. На переменном токе приходится измерять действительную и мнимую составляющие комплексных амплитуд тока и напряжения, а затем вычислять искомые параметры. В современных приборах, реализующих этот метод, используют встроенные МПС, осуществляющие управление процессом измерений, коррекцию погрешностей и расчет результатов для разных схем замещений.

Параметры  $L$ ,  $C$ ,  $R$  можно преобразовать во временной интервал, воспользовавшись переходной характеристикой цепи, в которую входит измеряемый и образцовый элементы, например образцовый резистор и измеряемый конденсатор.

**Эталоны.** Эталонирование параметров  $L$ ,  $C$  и  $R$  основано на точном воспроизведении одного размера индуктивности, емкости или сопротивления с помощью эталонных катушек индук-

тивности, конденсаторов и резисторов. Диапазон воспроизводимых размеров расширяют, используя несколько эталонных мер, периодически сравниваемых с эталоном мостовыми методами. Эталоны аттестованы на частоте 1 кГц.

Эталон индуктивности состоит из четырех тороидальных катушек с индуктивностью 10 мГ, СКО  $10^{-6}$ , НСП  $5 \cdot 10^{-6}$ . Эталон емкости содержит плоский вакуумный конденсатор, размеры которого контролируют интерферометром. Конденсатор воспроизводит емкость 0,2 пФ. Содержащиеся в эталоне меры воспроизводят емкости 1 пФ...1 мкФ с СКО  $2 \dots 10 \cdot 10^{-6}$  и НСП  $10 \dots 30 \cdot 10^{-6}$ . В эталоне сопротивления используют 10 резисторов с сопротивлением 1 Ом. Набор мер воспроизводит сопротивления  $10^{-3} \dots 10^9$  Ом с СКО  $3 \cdot 10^{-8}$  и НСП  $3 \cdot 10^{-7}$ .

### 13.2. МОСТОВЫЕ МЕТОДЫ

Измерительные приборы основаны на четырехплечих или более сложных мостовых схемах, обычно работающих на низких частотах или на постоянном токе.

**Четырехплечие мосты переменного тока.** Упрощенная схема измерителя с четырехплечим мостом приведена на рис. 13.2. К диагонали моста подведено синусоидальное напряжение от генератора  $G$ . Индикатор регистрирует напряжение, возникающее в другой диагонали моста. Искомое полное сопротивление вводят в одно из плеч моста. Затем мост балансируют, изменяя сопротивления остальных плеч. Состояние баланса фиксируют по нулевому показанию индикатора. Условием баланса моста является соотношение

$$Z_x Z_2 = Z_1 Z_3, \quad (13.1)$$

из которого определяют измеряемое сопротивление.

Представим сопротивление плеч моста в показательной форме:

$$Z_x = Z_x \exp(j\varphi_x); \quad Z_1 = Z_1 \exp(j\varphi_1); \quad Z_2 = Z_2 \exp(j\varphi_2); \\ Z_3 = Z_3 \exp(j\varphi_3).$$

Подставив эти значения в (13.1), получим два условия баланса моста:

$$Z_x Z_2 = Z_1 Z_3; \quad \varphi_x + \varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_3,$$

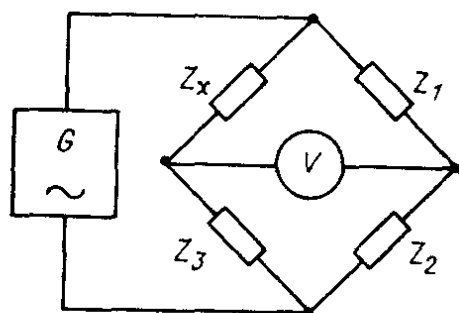


Рис. 13.2



которые иногда удобнее представить в форме:

$$\operatorname{Re}(Z_x Z_2) = \operatorname{Re}(Z_1 Z_3), \quad (13.2)$$

$$\operatorname{Im}(Z_x Z_2) = \operatorname{Im}(Z_1 Z_3). \quad (13.3)$$

Для балансирования моста необходимо изменять как модуль, так и фазу по крайней мере одного из сопротивлений, т. е. иметь не менее двух регулируемых элементов. Для четырехплечих мостов регулировать отдельно модуль и фазу не удастся. Мост балансируют методом последовательных приближений: поочередно регулируют каждый из элементов до получения минимального показания индикаторного прибора. Эти операции повторяют многократно, пока индикаторный прибор не зафиксирует нулевое показание. Минимально необходимое число операций при балансировке характеризует сходимость моста. Сходимость зависит от сопротивлений плеч моста, а также от чувствительности и типа применяемого индикатора. Если индикатор моста выполнен на основе магнитоэлектрического прибора с детектором, то по отклонению стрелки можно судить лишь об амплитуде напряжения в диагонали моста. Значительно удобнее индикатор с ЭЛТ. На одну пару отклоняющих пластин подают некоторое опорное напряжение, а на другую — напряжение в диагонали. При таком способе индикации можно судить об изменении как модуля, так и фазы напряжения, что позволяет ускорить процесс балансировки.

В качестве регулировочных элементов в мостах используют образцовые резисторы и конденсаторы. Катушки с переменной индуктивностью из-за сложной конструкции не применяют. Изменяя  $R$  или  $C$ , можно добиться выполнения условия (13.2) при любом емкостном или индуктивном характере измеряемого полного сопротивления. Условие же (13.3) можно выполнить только при определенном характере измеряемого сопротивления.

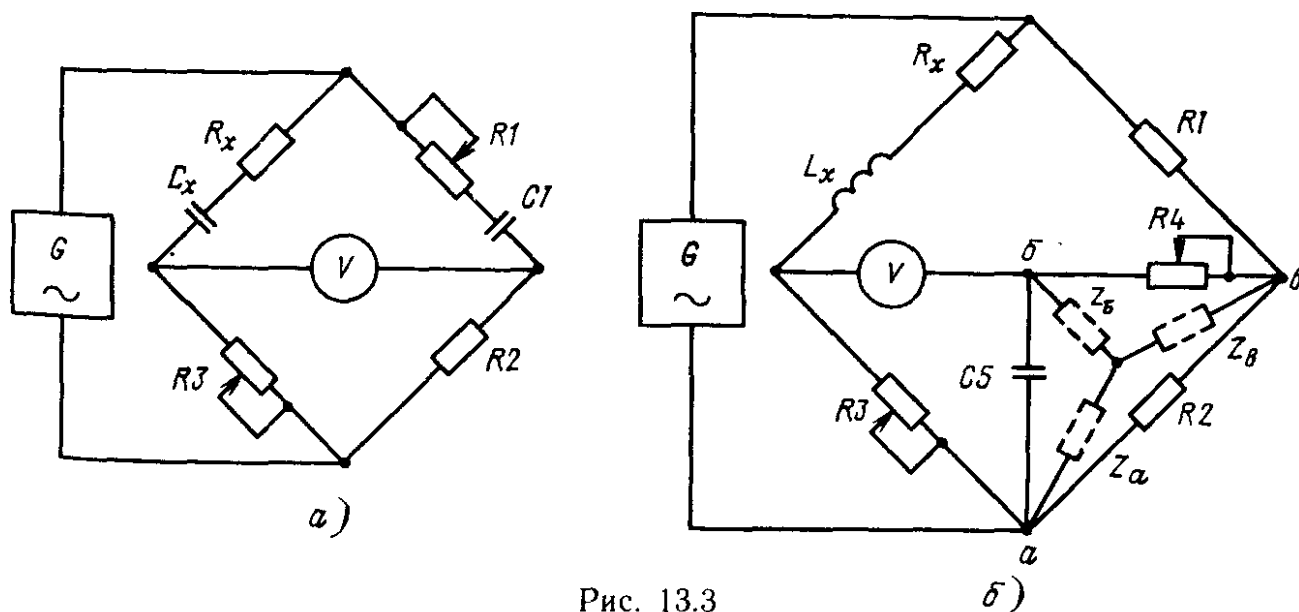


Рис. 13.3

Например, если сопротивления  $Z_2$  и  $Z_3$  моста активные, а  $Z_1$  емкостное, то неизвестное сопротивление  $Z_x$  должно быть также емкостным.

Существует много разновидностей мостовых схем для измерения сопротивления, емкости и индуктивности. Например, для измерения емкости и сопротивления потерь конденсатора применяют схему, показанную на рис. 13.3, а. Здесь

$$Z_x = R_x + \frac{1}{j\omega C_x}; \quad Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}; \quad Z_2 = R_2; \quad Z_3 = R_3.$$

При условии баланса моста

$$C_x = C_1 R_2 / R_3, \quad R_x = R_1 R_3 / R_2, \quad (13.4)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \omega C_x R_x = \omega C_1 R_1. \quad (13.5)$$

Мост балансируют переменными резисторами  $R_1$  и  $R_3$ . Шкалу резистора  $R_3$  градуируют в единицах измеряемой емкости, отсчет сопротивления производят по шкале резистора  $R_1$ .

**Шестиплечий мост.** Иногда применяют более сложные мосты, например шестиплечие (рис. 13.3, б). Для анализа схемы преобразуем треугольник  $abv$  в эквивалентную звезду, состоящую из сопротивлений  $Z_a$ ,  $Z_b$ ,  $Z_v$ , в результате чего мост превращается в четырехплечий. Сопротивления эквивалентной звезды определяются соотношениями:

$$Z_b = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4 + 1/j\omega C_5};$$

$$Z_a = \frac{R_2/j\omega C_5}{R_2 + R_4 + 1/j\omega C_5}.$$

Запишем условия баланса полученного четырехплечевого моста:

$$Z_x Z_a = (Z_1 + Z_b) Z_3, \quad \text{где } Z_1 = R_1; \quad Z_3 = R_3.$$

Отсюда

$$R_x = R_1 R_3 / R_2, \quad (13.6)$$

$$L_x = C_5 (R_3 / R_2) [R_4 (R_1 + R_3) + R_1 R_2]. \quad (13.7)$$

Достоинством моста является его хорошая сходимость. Действительно, от сопротивления  $R_4$  зависят только условия (13.7), поэтому если выполнено условие (13.6), то оно не нарушается при регулировке этого сопротивления.

Рассмотренные мосты являются частотно-независимыми, так как условия баланса не зависят от частоты.

Элементы мостовой схемы связаны между собой, с источником напряжения и индикатором паразитными связями, которые могут иметь емкостный, индуктивный или гальванический характер. Эти связи приводят к неконтролируемым утечкам тока и нарушению нормальной работы моста. Они обусловлены сравнительно большими размерами магазинов образцовых резисторов и конден-

саторов и невозможностью заземлить в мостовой схеме больше чем одну точку. Емкостные связи особенно сильно проявляются на высоких частотах. Для их уменьшения элементы моста экранируют. При этом возникают значительные паразитные емкости между элементами моста и заземленным экраном. Однако они не вызывают существенных погрешностей, так как постоянны во времени и могут быть учтены при градуировке моста на постоянной частоте, составляющей для большинства выпускаемых промышленностью приборов 100 Гц или 1 кГц.

Погрешности измерения параметров  $L$ ,  $C$ ,  $R$  мостовыми схемами обусловлены следующими основными факторами: погрешностью установки баланса моста, непостоянством сопротивлений его плеч, неточностью отсчета значений образцовых элементов по шкалам и нестабильностью частоты питающего напряжения.

Погрешность установки баланса тем меньше, чем выше чувствительность моста и индикатора. Чувствительность моста зависит от параметров его плеч и возможности ее увеличения ограничены. Для получения малой погрешности установки баланса применяют высокочувствительные индикаторы, построенные подобно селективным микровольтметрам.

Влияние непостоянства сопротивлений плеч моста можно оценить, пользуясь уравнениями баланса. Например, для четырехплечего моста, показанного на рис. 13.2, относительные погрешности  $\delta C_x$  и  $\delta R_x$  определения  $C_x$  и  $R_x$ :

$$\delta C_x = \delta C_1 + \delta R_2 - \delta R_3, \quad \delta R_x = \delta R_1 + \delta R_3 - \delta R_2.$$

Систематические составляющие нестабильностей сопротивлений плеч влияют мало, так как перед измерениями мост уравнивают. Нестабильность частоты питающего напряжения вызывает существенную погрешность измерения только в схемах с частотно-зависимыми мостами.

**Мосты с сильной индуктивной связью.** В таких мостах плечи образованы обмотками трансформаторов, поэтому их иногда называют трансформаторными мостами. Трансформаторные мосты выполняют по разным схемам. Один из вариантов моста показан на рис. 13.4.

Напряжение питания  $U$  от генератора  $G$  подводят к первичной обмотке  $W_1$  трансформатора  $Tr1$ . К его вторичным обмоткам  $W_2$  и  $W_7$  присоединены измеряемый конденсатор с потерями ( $C_x$  и  $R_x$ ) и образцовые элементы  $C_0$  и  $R_0$ , соединенные с первичными обмотками  $W_5$ ,  $W_6$  трансформатора  $Tr2$ . Сигнал ошибки  $U_{\text{вых}}$  снимают с его вторичной обмотки  $W_4$ .

Если не учитывать индуктивностей обмоток, то токи

$$I_3 = U \frac{W_2}{W_1} \left( \frac{1}{R_x} + j\omega C_x \right); \quad I_5 = U \frac{W_7}{W_1} j\omega C_0; \quad I_6 = U \frac{W_7}{W_1} \cdot \frac{1}{R_0}.$$

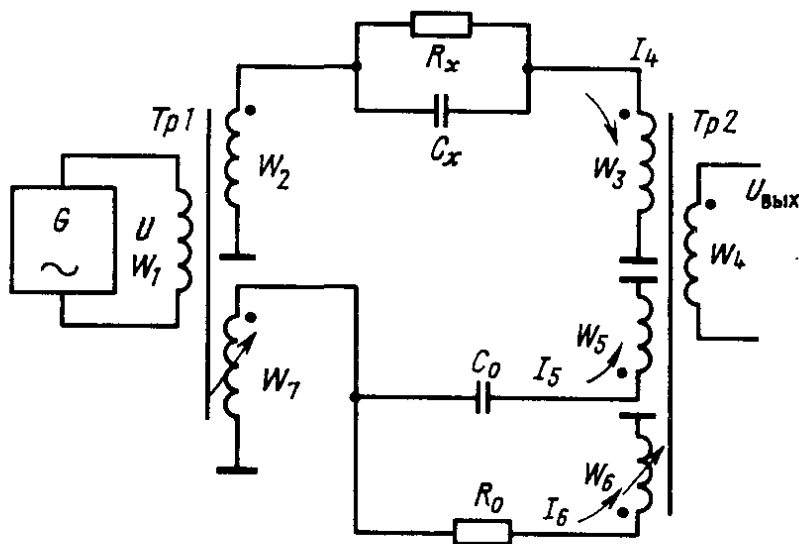


Рис. 13.4

Условие баланса моста ( $U_{\text{вых}} = 0$ ) получается при равенстве нулю магнитного потока в сердечнике трансформатора  $Tr2$ , т. е. при выполнении условия  $I_3 W_3 = I_5 W_5 + I_6 W_6$ . Подставив сюда значения токов после выделения действительной и мнимой частей равенства, получим

$$R_x = W_2 W_3 / W_7 W_6 R_0, \quad C_x = W_7 W_5 / W_2 W_3 C_0, \quad (13.8)$$

$$\operatorname{tg} \delta = W_6 / W_5 \omega R_0 C_0. \quad (13.9)$$

Такие мосты уравнивают, изменяя параметры образцовых элементов или число витков трансформаторов. На основе трансформаторных мостов строят цифровые мосты с автоматической балансировкой. Метод трансформаторного моста реализован в выпускаемых промышленностью приборах, позволяющих измерять  $L$ ,  $C$ ,  $R$  и  $\operatorname{tg} \delta$  с основной погрешностью не менее 0,1 % на частоте 1 кГц в широком диапазоне значений измеряемых параметров. Диапазон измеряемых индуктивностей составляет  $10^{-7} \dots 10^3$  Гн, емкостей  $10^{-2} \dots 10^8$  пФ, сопротивлений  $10^{-3} \dots 10^7$  Ом.

### 13.3. РЕЗОНАНСНЫЕ МЕТОДЫ

Резонансные методы можно реализовать, вводя измеряемый элемент в контур автогенератора или в колебательный контур, слабо связанный с генератором. Эти методы иногда называют генераторным и контурным.

**Генераторный метод.** Прибор (рис. 13.5) включает в себя два генератора  $G1$  и  $G2$  высокой частоты. Генератор  $G1$  настроен на фиксированную частоту. Контур генератора  $G2$  можно перестраивать образцовым конденсатором  $C$ . Перед началом измерений частоту генератора  $G2$  устанавливают равной частоте генератора  $G1$ . Равенство частот генераторов контролируют индикатором равенства частот. При этом емкость  $C_k$  контура генератора  $G2$  складывается из емкости  $C_1$  образцового конденсатора и

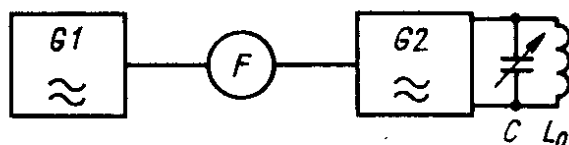


Рис. 13.5

некоторой паразитной емкости  $C_{\text{п}}$ , включающей собственную емкость катушки. Следовательно,  $C_{\text{к}} = C_1 + C_{\text{п}}$ . Измеряемый конденсатор  $C_x$  включают в контур генератора  $G_2$  параллельно образцовому. Равенство частот нарушается, а затем его восстанавливают, уменьшая емкость образцового конденсатора до значения  $C_2$ . При этом  $C_{\text{к}} = C_x + C_2 + C_{\text{п}}$ . Сравнивая полученные соотношения, получаем  $C_x = C_1 - C_2$ .

Погрешность измерения емкости  $\Delta C_x = \Delta C_1 - \Delta C_2$ .

Погрешность измерения образцовой емкости  $\Delta C_1$  зависит от неточности градуировки шкалы образцового конденсатора  $\Delta C_{1\text{ш}}$ , погрешности при считывании  $\Delta C_{1\text{с}}$  и погрешности индикации равенства частот  $\Delta C_{1\text{р}}$ . На погрешность  $\Delta C_2$  помимо перечисленных причин влияет относительная нестабильность частот генераторов за время между отсчетами  $C_1$  и  $C_2$ , вызывающая погрешность  $\Delta C_{\text{н}}$ . Следовательно,

$$\Delta C_x = (\Delta C_{1\text{ш}} - \Delta C_{2\text{ш}}) + (\Delta C_{1\text{с}} - \Delta C_{2\text{с}}) + (\Delta C_{1\text{р}} - \Delta C_{2\text{р}}) + \Delta C_{\text{н}}$$

Первых два слагаемых в правой части имеют систематический характер, остальные слагаемые имеют случайный характер, и практически их можно считать некоррелированными.

Случайная составляющая погрешности, обусловленная погрешностью при считывании, зависит от конструкции шкалы. Составляющая  $\Delta C_{1\text{р}}$  определяется погрешностью  $\Delta f_1$  фиксации равенства частот

$$\frac{\Delta C_{1\text{р}}}{C_1} = -2 \frac{\Delta f_1}{f_1},$$

где  $f_1$  — частота генератора.

Максимальное значение  $\Delta f_1$  при использовании индикатора равенства частот с ЭЛТ может составлять доли герца, а частота  $f$  выбирается достаточно высокой — до единиц мегагерц. В этих условиях относительная погрешность  $\Delta C_{1\text{р}}/C_1$  весьма мала и составляет  $10^{-6} \dots 10^{-7}$ . Такого же порядка и погрешность  $\Delta C_{2\text{р}}/C_2$ . Погрешность  $\Delta C_{\text{н}}$  обусловлена взаимной нестабильностью генераторов за время измерений.

Обычно генераторы реализуют по идентичным схемам и их взаимная нестабильность за время измерений, длящихся несколько секунд, не превышает  $10^{-6} \dots 10^{-7}$ . Следовательно, погрешность  $\Delta C_{\text{н}}$  весьма мала. Погрешность измерения в основном определяется неточностью градуировки шкалы конденсатора и погрешностью при считывании значений емкости.

Приборы рассмотренного типа характеризуются высокой разрешающей способностью, зависящей главным образом от кон-

струкции образцового конденсатора, и могут применяться для измерения малых емкостей и индуктивностей на частотах до десятков мегагерц. Активную составляющую сопротивления, а следовательно и потери, прибор измерять не может.

**Контурный метод.** Этот метод положен в основу приборов, называемых измерителями добротности (куметрами). Измеритель добротности (рис. 13.6, а) содержит последовательный колебательный контур, состоящий из переменного образцового конденсатора  $C$  и образцовой катушки индуктивности  $L$  и подключенный к генератору  $G$ . Измеряемую катушку вводят вместо образцовой, а конденсатор  $C_x$  подключают параллельно образцовому. Вводимое в контур напряжение фиксируют по показаниям вольтметра  $PV1$  уровня, а напряжение на образцовом конденсаторе измеряют вольтметром  $PV2$ .

Большая часть измерений, проводимых куметром, основана на резонансных свойствах контура. Настройку в резонанс осуществляют, изменяя емкость образцового конденсатора. Для работы электронного вольтметра, измеряющего напряжение на конденсаторе, необходимо резонансное напряжение в единицы вольт, следовательно, в контур с добротностью порядка 100 необходимо вводить напряжение около 0,01 В. Вольтметр уровня, контролирующий вводимое в контур напряжение, измеряет выходное напряжение генератора  $U_r$ , достаточно большое по амплитуде. Атенюатор не только упрощает измерение вводимого в контур напряжения, но и уменьшает влияние выходного сопротивления генератора на контур. Так, в рассматриваемой схеме аттенюатор образован конденсаторами  $C1$  и  $C2$  ( $C1 \approx 0,01C2$ ) и независимо от выходного сопротивления генератора можно приближенно считать, что выходное сопротивление аттенюатора в основном определяется емкостью  $C2$ . Иногда применяют аттенюаторы и других типов, например индуктивные.

Измерительный контур можно представить в виде, показанном на рис. 13.6, б, где  $E$  — эквивалентная ЭДС, вводимая в контур. Выходное сопротивление источника ЭДС очень мало по сравнению с сопротивлением контура, и поэтому его можно не учитывать.

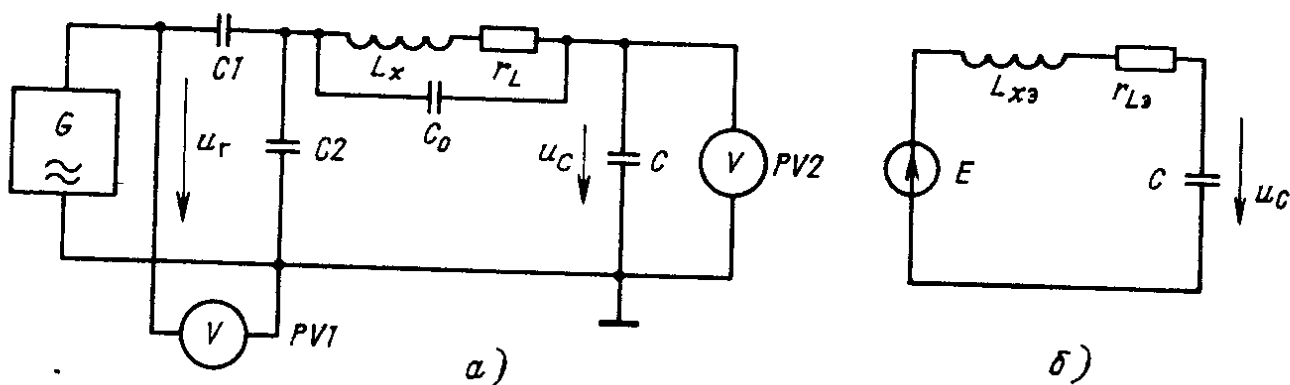


Рис. 13.6

**Измерение добротности катушки индуктивности.** Катушку индуктивности  $L_x$  вводят в контур вместо образцовой и, изменяя  $C$ , настраивают контур в резонанс. Заменяем катушку индуктивности ее эквивалентной схемой (рис. 13.6, б). Если  $r_c \ll r_{L_3}$ , то при резонансе ток контура  $I_p \approx E/r_{L_3}$ , а напряжение на образцовом конденсаторе

$$U_{Cp} = \frac{E}{r_{L_3}} \frac{1}{\omega C_p},$$

где  $C_p$  — резонансное значение образцовой емкости.  
Значение добротности катушки

$$Q_L = \frac{U_{Cp}}{E} = \frac{1}{r_{L_3} \omega C_p} \quad (13.10)$$

отсчитывают по шкале вольтметра, поскольку амплитуда вводимого в контур напряжения постоянна.

На результат измерения добротности влияют потери в элементах контура. Полное сопротивление контура

$$r_k = r_{L_3} + r_c, \quad (13.11)$$

где  $r_c$  — сопротивление образцового конденсатора, учитывающее потери в нем и шунтирующее действие вольтметра.

Поделив (13.11) на резонансное сопротивление  $1/\omega C_p$ , получим

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_c}.$$

Образцовые конденсаторы имеют добротность порядка  $10^4$ , поэтому приближенно можно считать  $Q \approx Q_L$ . Самая существенная погрешность измерения  $Q_L$  возникает из-за неточности измерения напряжений. Основная погрешность для выпускаемых промышленностью измерителей добротности составляет 3...15 %.

Добротность можно измерять, используя метод вариации емкости. Для этого измеряют значения  $C_1$  и  $C_2$  емкости  $C$ , взятые при напряжении на образцовом конденсаторе  $0,707U_{Cp}$ . Эквивалентная добротность катушки

$$Q_L = (C_1 + C_2 + 2C_0) / (C_1 - C_2).$$

Значения образцовой емкости  $C_1$  и  $C_2$  отсчитывают со шкалы. Погрешность измерения  $Q_L$  в основном обусловлена погрешностями измерения  $C_1$  и  $C_2$ .

**Измерение индуктивности катушки и ее собственной емкости.** Измеряемую индуктивность вводят в контур последовательно с образцовым конденсатором. После настройки в резонанс эквивалентную индуктивность рассчитывают по формуле  $L_3 = 1/C_p \omega_p^2$ .

На фиксированных частотах генератора индуктивность  $L_3$  однозначно зависит от  $C$ . Поэтому со шкалой образцового конденсатора совмещают шкалу индуктивностей, справедливую для ряда фиксированных частот, указанных в паспортных данных прибора. Погрешность измерения индуктивности  $\delta L_3 = -\delta C_p - 2\delta\omega_p$ .

Погрешность установки частоты для промышленных образцов измерителей добротности составляет не менее 1%. Неточность определения резонансной емкости зависит от погрешности градуировки шкалы, погрешности считывания и погрешности фиксации экстремального уровня напряжения на конденсаторе.

**Пример 13.2.** Определим результат измерений эквивалентной индуктивности, если  $C_p = 100$  пФ,  $f_p = 12,6$  МГц,  $L_3 = 1/100 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi^2 \cdot 12,6^2 \cdot 10^{12} = 1,59$  мкГн. Оценим теперь погрешность измерений в нормальных условиях. В паспортных данных измерителя добротности приведены погрешности  $\delta_{опC} = 1\%$  и  $\delta_{опf} = 1\%$ . Согласно (3.33) границы относительной погрешности измерений индуктивности  $\delta_{внL} = \sqrt{\delta_{опC}^2 + 4\delta_{опf}^2} = 2,2\%$ . Границы абсолютной погрешности  $\Delta_{внL} = \delta_{внL} L_3 = 0,035$  мкГн. Результат измерений  $1,59 \pm 0,04$  мкГн.

Приведенная в паспортных данных основная погрешность воспроизведения образцовой емкости не учитывает погрешность из-за неточности фиксации экстремального уровня, предел которой

$$\frac{\Delta_{C_3}}{C} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{2\Delta_{pU}}{U_{Cp}}},$$

где  $\Delta_{pU}$  — разрешающая способность вольтметра;  $U_{Cp}$  — резонансное напряжение на конденсаторе, численно равно  $Q$ , причем показание соответствует ста делениям шкалы. Пусть  $\Delta_{pU} = 0,5$  дел.,  $Q = 100$ , тогда  $\delta_{C_3} = 10^{-3}$  и может не учитываться.

Эквивалентная индуктивность отличается от истинной:

$$L = \frac{1}{\omega_p^2 (C_p + C_0)}. \quad (13.12)$$

Таким образом, для определения  $L$  необходимо знать  $C_0$ . Методика измерения  $C_0$  основана на использовании формулы (13.12), из которой следует, что

$$\frac{1}{f^2} = 4\pi^2 L (C_p + C_0) \quad (13.13)$$

и график зависимости  $1/f^2$  от  $C_p$  — прямая линия, отсекающая на оси абсцисс отрезок  $C_0$  и на оси ординат  $1/f_0^2$  (рис. 13.7).

Следовательно, неизвестные значения  $C_0$  и  $L$  можно определить из графика, построенного для двух значений емкости  $C$ . Измерения следует производить на частотах, высшая из которых не более  $f_0/2$ , так как собственная емкость  $C_0$  изменяется с изменением частоты вблизи  $f_0$ .



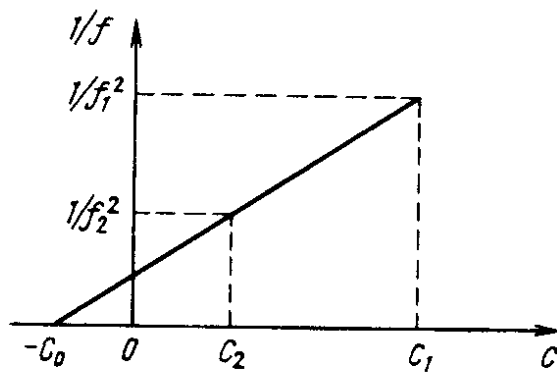


Рис. 13.7

Определение  $L$  и  $C_0$  по графику вносит дополнительные погрешности, связанные с неточностью его построения. Более высокая точность достигается при их непосредственном вычислении. Запишем соотношение (13.13) для двух значений емкости  $C_1$  и  $C_2$ :

$$\frac{1}{f_1^2} = 4\pi^2 L (C_1 + C_0), \quad (13.14)$$

$$\frac{1}{f_2^2} = 4\pi^2 L (C_2 + C_0). \quad (13.15)$$

Поделив (13.14) на (13.15), после преобразований получим

$$C_0 = \frac{f_1^2 C_1 - f_2^2 C_2}{f_2^2 - f_1^2} = \frac{C_1 - K^2 C_2}{f_2^2 - f_1^2}, \quad (13.16)$$

где  $K = f_2/f_1$ .

Для удобства расчетов отношение частот  $K$  выбирают целым, например  $K=2$ .

Подставив в (13.14) значение  $C_0$  из (13.16), найдем

$$L = \frac{K^2 - 1}{K^2} \cdot \frac{1}{4\pi^2 f_1^2 (C_1 - C_2)}. \quad (13.17)$$

**Измерение сопротивления.** Методика измерения сопротивления основана на измерении изменения добротности контура при введении в него неизвестного сопротивления. Если характеристическое сопротивление контура  $x_p \gg r_x$ , то измеряемое сопротивление вводят в контур последовательно с его элементами. Полное сопротивление контура при резонансе  $r = r_C + r_L + r_x$ . Разделив обе части равенства на  $x_p$ , получим

$$\frac{1}{Q_2} = \frac{1}{Q_1} + \frac{r_x}{x_p},$$

где  $Q_1$  и  $Q_2$  — значения добротности образцового контура, измеренные до и после введения  $r_x$ . Отсюда

$$r_x = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1 Q_2} \cdot \frac{1}{2\pi f (C + C_0)}, \quad (13.18)$$

где  $f$  — частота генератора.

**Пример 13.3.** Пусть измерителем добротности — куметром — измерено сопротивление  $r_x$ , причем получены следующие значения необходимых для расчетов параметров:  $Q_1 = 112$ ;  $Q_2 = 82$ ;  $f = 2,64$  МГц;  $C = 48,4$  пФ;  $C_0 = 3,2$  пФ. Погрешности параметров заданы допускаемыми пределами  $\delta_{опQ} = 5\%$ ;  $\delta_{опf} = 1\%$ ;  $\delta_{опC} = 1\%$ ;  $\Delta_{опC_0} = 0,5$  пФ. Определим сначала по формуле (13.18) искомое сопротивление

$$r_x = \frac{112 - 82}{112 \cdot 82} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 2,64 \cdot 10^6 (48,4 + 3,2) \cdot 10^{-12}} = 3,8 \text{ Ом.}$$

Относительная погрешность  $\delta r = -\delta(C + C_0) - \delta f + \delta A$ , где  $A = (Q_1 - Q_2)/Q_1 Q_2$ ,

$$\Delta A = \frac{1}{Q_1^2} \Delta Q_1 - \frac{1}{Q_2^2} \Delta Q_2,$$

откуда

$$\delta_{внA}^2 = \frac{Q_2^2}{(Q_1 - Q_2)^2} \delta_{опQ_1}^2 + \frac{Q_1^2}{(Q_1 - Q_2)^2} \delta_{опQ_2}^2.$$

Относительные границы погрешности определения  $r_x$

$$\frac{\Delta_{вн}}{r_x} = \left[ \frac{1}{(C + C_0)^2} (\Delta_{опCx}^2 + \Delta_{опC_0}^2) + \delta_{опf}^2 + \frac{1}{(Q_1 - Q_2)^2} (Q_2^2 \delta_{опQ_1}^2 + Q_1^2 \delta_{опQ_2}^2) \right]^{1/2} = 23 \cdot 10^{-2}.$$

Абсолютная погрешность  $\Delta_{вн} = 0,9$  Ом. Результат измерений  $3,8 \pm 0,9$  Ом.

Заметим, что полученная погрешность измерений сопротивления достаточно велика. Обусловлено это главным образом низкой точностью измерений добротности и тем, что относительная погрешность измерений значения  $A$ , включающего разность  $Q_1 - Q_2$ , оказывается очень большой.

Большие измеряемые сопротивления вводят в контур параллельно образцовому конденсатору. Пересчитав параллельное включение  $R_x$  и  $C$  в последовательное, найдем параметры последовательной схемы замещения:

$$C_{эx} = C \left[ 1 + \frac{1}{(R_x \omega C)^2} \right]; \quad r_{эx} = \frac{1}{(\omega C)^2 R_x} \cdot \frac{1}{1 + (1/R_x \omega C)^2}.$$

Подставив значение  $r_{эx}$  в (13.18), получим

$$R_x = \frac{Q_1 Q_2}{Q_1 - Q_2} \cdot \frac{1}{2\pi f (C + C_0) \left[ 1 + 1/(R_x \omega C)^2 \right]}.$$

Иногда расчет производят по приближенной формуле

$$R_x' = \frac{Q_1 Q_2}{Q_1 - Q_2} \frac{1}{2\pi f (C + C_0)}, \quad (13.19)$$

что приводит к появлению методической погрешности

$$\frac{\Theta_m}{R_x} = \frac{R_x' - R_x}{R_x} = \left( \frac{x_p}{R_x} \right)^2.$$

Для промышленных образцов измерителей добротности, перекрывающих частотный диапазон 1 кГц...200 МГц, основная погрешность измерения сопротивления составляет 5...10 %.

### 13.4. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИЗМЕРЯЕМОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ В НАПРЯЖЕНИЕ

К этому методу прибегают при построении простых измерителей активного сопротивления. В измерителе больших сопротивлений измеряемый резистор  $R_x$  образует вместе с образцовым резистором  $R_0$  делитель, к которому подводят напряжение питания от генератора  $G$  переменного напряжения низкой частоты (рис. 13.8). Напряжение на образцовом резисторе усиливают усилителем, результат измерений отсчитывают по прибору, в качестве которого обычно используют магнитоэлектрический микроамперметр. Входное сопротивление усилителя  $R_{вх} \gg R_0$ , тогда

$$R_x = [(KE_0/U_{вых}) - 1] R_0, \quad (13.20)$$

где  $K$  — коэффициент передачи усилителя.

Схему применяют для измерений больших сопротивлений  $R_x > R_0$ . Выпускаемые промышленностью приборы измеряют сопротивление 2...10<sup>8</sup> Ом с основной погрешностью 1,5 %.

Малые сопротивления в пределах 10<sup>-4</sup>...10<sup>2</sup> Ом измеряют также с помощью схемы, показанной на рис. 13.8, но сопротивления делителя меняют местами. Измеряемое сопротивление  $R_x = R_0 / [(KU_0/U_{вых}) - (R_0/R_{вх}) - 1]$ . При  $R_{вх} \gg R_0$   $R_x = R_0 / [(KU_0/U_{вых}) - 1]$ .

**Преобразование полного сопротивления в напряжение с помощью операционного усилителя.** Полное сопротивление  $Z_x$  можно измерить по отношению падения напряжения  $U_x$  на нем к току  $I_x$ :  $Z_x = U_x / I_x$ . На практике удобнее поочередно измерять два однородных параметра — напряжения  $U_x$  и  $U_R = I_x R_0$  на образцовом резисторе  $R_0$ , через который протекает ток  $I_x$ .

**Структурная схема.** Возможная структурная схема прибора показана на рис. 13.9. Измеряемое сопротивление  $Z_x$  образует последовательную цепь с резистором  $R$  и образцовым резистором  $R_0$ , включенным в цепь отрицательной обратной связи операционного усилителя  $A1$ . Гармоническое напряжение питания формируется с помощью ФНЧ из меандра, вырабатываемого генератором  $G$ .

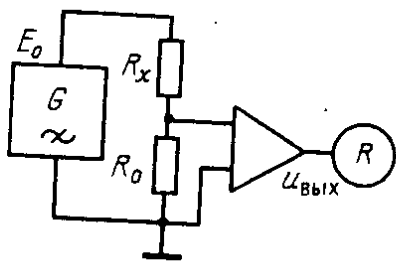


Рис. 13.8

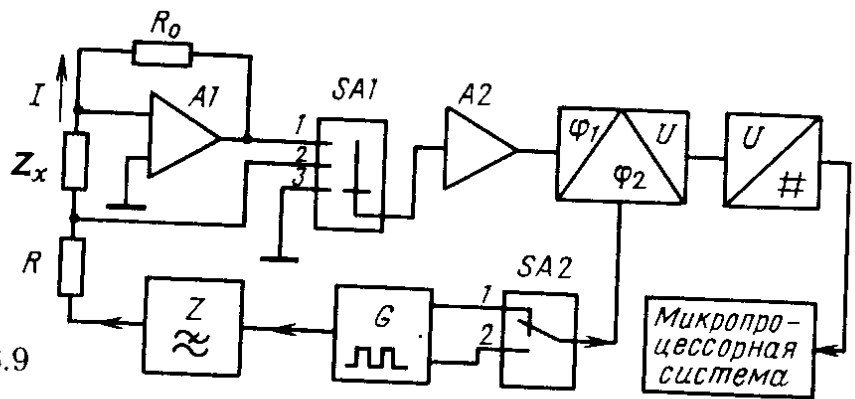


Рис. 13.9

При большом коэффициенте передачи усилителя можно считать, что его входное напряжение практически равно нулю. Если входной ток усилителя пренебрежимо мал по сравнению с током  $I$  цепи, то можно записать  $U_{Z_x} = IZ_x = IZ_x \exp j(\varphi_x + \varphi_l)$ ;  $U_{R_0} = -IR_0 = -IR_0 \cdot \exp j\varphi_l$ , где  $\varphi_x$  и  $\varphi_l$  — фазовые углы комплексного сопротивления  $Z_x$  и тока  $I$ . Исключив ток, получим

$$Z_x = -R_0 U_{Z_x} / U_{R_0}, \quad (13.21)$$

откуда следует, что полное сопротивление можно определить по отношению напряжений, причем результат не зависит от амплитуды тока и от сопротивления  $R$ .

Процесс измерений состоит из четырех тактов, осуществляемых при положениях 1,1; 1,2; 2,1; 2,2, управляемых микропроцессорной системой переключателей  $SA1$  и  $SA2$ .

В первом такте ко входу фазового детектора подводят усиленное напряжение  $KU_{R_0} = -KIR_0 \exp j\varphi_l$ , где  $K$  — коэффициент усиления усилителя переменного напряжения  $A2$ . В качестве опорного используют напряжение в форме меандра с первого выхода генератора  $G$  с фазовым углом  $\varphi_r$ . Выходное напряжение фазового детектора  $U_{д1} = -K_1 IR_0 \cos(\varphi_l - \varphi_r)$ , где  $K_1$  — общий коэффициент передачи усилителя  $A2$  и фазового детектора. С помощью АЦП напряжение  $U_{д1}$  преобразуют в число  $n_1 = -K_2 IR_0 \cos(\varphi_l - \varphi_r)$ , где  $K_2$  — коэффициент передачи, а затем фиксируют в ОЗУ. Подобным же образом преобразуют результаты измерений и в остальных тактах. Во втором такте используют опорное напряжение со второго выхода генератора, сдвинутое на  $\pi/2$  по сравнению с напряжением с первого выхода. Следовательно,  $n_2 = -K_2 IR_0 \sin(\varphi_l - \varphi_r)$ . В третьем и четвертом тактах

$$\begin{aligned} n_3 &= K_2 I Z_x \cos(\varphi_l - \varphi_r + \varphi_x), \\ n_4 &= K_2 I Z_x \sin(\varphi_l - \varphi_r + \varphi_x) \end{aligned}$$

также фиксируют в ОЗУ.

По окончании последнего такта микропроцессорная система (МПС) вычисляет параметры измеренного комплексного сопротивления. Например, для последовательной схемы замещения  $Z_x = R_x + jX_x$

$$R_x = Z_x \cos \varphi_x = \frac{n_1 n_3 - n_2 n_4}{n_1^2 + n_2^2}; \quad (13.22)$$

$$X_x = Z_x \sin \varphi_x = \frac{n_2 n_3 - n_1 n_4}{n_1^2 + n_2^2}. \quad (13.23)$$

В справедливости приведенных соотношений можно убедиться, подставив в них значения  $n_1, \dots, n_4$ .

Используя соответствующие формулы, МПС может рассчитать любые параметры комплексного сопротивления: емкость, индуктивность, добротность, тангенс угла потерь, постоянную времени, модуль и фазу комплексного сопротивления, а также параметры параллельной схемы замещения.

Применение МПС позволит упростить процесс измерений и устранить некоторые погрешности. Так, в рассмотренном устройстве микропроцессор автоматически меняет сопротивление  $R_0$  и коэффициент усиления  $K$ , что необходимо для выбора нужного диапазона измерений.

Предусмотрена компенсация ухода нуля фазового детектора и АЦП. Для этого каждое измерение дополняют пятым тактом, в котором с помощью переключателя *SA1* (положение 3) заземляют вход фазового детектора и получают число  $n_5$ . Затем его вычитают из чисел  $n_1, \dots, n_4$  и рассчитывают параметры сопротивления.

В приборе предусмотрена возможность усреднять результаты многократных наблюдений для уменьшения случайной погрешности и путем дополнительных измерений определять параметры соединительных проводов, а затем учитывать их в ходе расчетов.

Лучшие образцы приборов подобного типа работают в частотном диапазоне 100 Гц...10 МГц и обеспечивают погрешность 0,1 % при времени одиночного измерения 0,14...0,65 с в широком диапазоне измеряемых параметров.

Таким образом, измерители с преобразованием измеряемого сопротивления в напряжение имеют погрешность, соизмеримую с погрешностью мостовых схем, но значительно проще по структуре. Очень важно, что такие измерители содержат образцовые элементы только в виде резисторов, в то время как в мостовых измерителях необходимы и образцовые конденсаторы. Для реализации метода преобразования необходима МПС, поэтому приборы подобного типа появились значительно позже, чем мосты и измерители резонансного типа и считаются перспективными приборами.

### Выводы

Катушку индуктивности, конденсатор и резистор помимо основного параметра  $L$ ,  $C$  и  $R$  характеризуют паразитными параметрами, определяющими частотные свойства элементов.

Эквивалентные параметры катушки индуктивности, конденсатора и резистора зависят от частоты. Начиная с некоторых частот, катушки можно характеризовать эквивалентной емкостью, а конденсатор — эквивалентной индуктивностью.

Обычно измеряют эквивалентные параметры. Существуют три основных метода измерений: мостовой, резонансный и преобразования параметра во временной интервал или напряжение.

При мостовом методе измеряемые полные сопротивления сравнивают с образцовыми сопротивлениями, отдельно регулируя действительную и мнимую части последних. Для сравнения используют четырехплечие, шестиплечие и трансформаторные мосты. Из-за сильных паразитных связей между элементами измерительных мостов такие приборы применяют преимущественно на низких частотах, например 1кГц. Основная погрешность составляет около 0,1 %.

При резонансном методе измеряемые реактивные параметры замещают образцовой емкостью, а потери определяют расчетным путем по изменению добротности измерительного контура.

Измерители добротности позволяют измерять параметры  $L$ ,  $C$ ,  $R$  в широком диапазоне частот от десятка килогерц до долей гигагерц со значительной основной погрешностью 2...10 % и более.

Метод преобразования измеряемого параметра в напряжение в простейшем случае реализуют с помощью цепи, состоящей из измеряемого и образцового резистора, подключенной к источнику образцового напряжения. Измеряемое сопротивление оценивают по падению напряжения на одном из резисторов.

Лучшие результаты метод дает, если измеряемый элемент вводят в цепь обратной связи операционного усилителя и отдельно измеряют мнимую и действительную части его выходного напряжения. В микропроцессорных измерителях может быть получена погрешность 0,1 % в диапазоне частот 100 Гц...10 МГц.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сравните известные методы измерений параметров цепей с сосредоточенными постоянными по их частотному диапазону, точности и сложности реализации.
2. Чем обусловлены частотные ограничения методов?
3. Изобразите возможные реализации четырехплечих мостов для измерения параметров катушек индуктивности, если имеются образцовые резисторы и конденсаторы.
4. Что такое сходимость мостов? Почему шестиплечий мост (рис. 13.3, б) имеет хорошую сходимость?
5. Можно ли осуществить раздельное уравнивание активной и реактивной составляющих полного сопротивления в трансформаторном мосте (рис. 13.4)? Как это сделать?
6. Можно ли в трансформаторном мосте образцовый резистор  $R_0$  подключить параллельно образцовой емкости, а обмотку  $W_6$  отключить?

7. Перечислите источники погрешностей измерений емкости генераторным методом. Как измерить индуктивность катушки?
8. В чем состоит назначение аттенюатора в измерителе добротности? Можно ли аттенюатор сделать резистивным или на основе понижающего трансформатора?
9. Как измерить измерителем добротности эквивалентную индуктивность и индуктивность  $L$ ? Напишите основные расчетные соотношения.
10. Выведите расчетные формулы для измерений собственной емкости катушки. Из каких соображений следует выбирать отношение частот  $K$ ?
11. Поясните, при каких измерениях с помощью измерителя добротности проявляется погрешность из-за неточной фиксации резонансного напряжения. Как учесть эту погрешность?
12. Для чего в схеме показанного на рис. 13.9 прибора применен усилитель  $A1$  и какие требования предъявляются к его параметрам? Поясните назначение фазового детектора.
13. Поясните назначение фильтра  $Z$  на схеме, показанной на рис. 13.9. Укажите напряжения на входах переключателя  $SA2$ .
14. Убедитесь в справедливости соотношений (13.22) и (13.23).

### ЗАДАЧИ

1. Мостовым измерителем сопротивления (рис. 13.2) измерено значение  $R_x = 12,63$  кОм. Запишите результат измерений, если сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  заданы с предельной относительной погрешностью  $\delta_{оп} = 10^{-3}$ .
2. Измерены значения  $C_x = 8963$  пФ и  $R_x = 16,38$  кОм. Запишите результат измерений модуля и фазы полного сопротивления  $Z = \sqrt{R_x^2 + 1/(\omega C_x)^2}$  на частоте 1 кГц, если  $C_x$  и  $R_x$  определены с относительной погрешностью  $\delta_{оп} = 0,5\%$ .
3. Выведите соотношение для определения добротности последовательного колебательного контура, если измерены частоты  $f_1$  и  $f_2$ , соответствующие уровню  $KU_{СР}$ , где  $U_{СР}$  — резонансное напряжение на конденсаторе. Напряжение на конденсаторе  $U_C = U_{СР} [1 + 4Q^2(f - f_p)^2 / f_p^2]^{-1/2}$ .
4. Эквивалентная добротность катушки измерена с помощью измерителя добротности двумя способами: путем отсчета по вольтметру и вариации емкости. Определите границы погрешности, если основная погрешность измерений добротности  $\delta_{оп} = 10\%$ , показание прибора  $Q = 86$ ;  $C_1 = 101$  пФ;  $C_2 = 104,4$  пФ; основные погрешности воспроизведения емкостей  $\delta_{оп} = 1\%$ ;  $C_0 = 3$  пФ;  $\Delta_{опC_0} = 1$  пФ.
5. Индуктивность катушки (13.17) измерена с помощью измерителя добротности. Запишите результат измерений, если  $f_1 = 1,00$  МГц;  $f_2 = 1,52$  МГц;  $C_1 = 126$  пФ;  $C_2 = 48$  пФ. Погрешности задания частот и емкостей, заданные допускаемыми пределами, одинаковы:  $\delta_{оп} = 1\%$ .
6. Измерителем добротности измерена емкость конденсатора. Запишите результат измерений, если  $C_1 = 168$  пФ;  $C_2 = 84$  пФ. Погрешности емкостей заданы своими допускаемыми пределами  $\delta_{оп} = 2\%$ . Определите, необходимо ли учитывать методическую погрешность, обусловленную неточностью фиксации резонансного значения напряжения, если  $Q = 100$ ;  $\Delta U_p / Q = 10^{-2}$ .
7. Измерителем добротности измерена емкость конденсатора  $C_x = C_2 - C_1$ . Запишите результат измерений для  $P_\Delta = 0,9$ , если  $C_2 = 63,8$  пФ,  $C_1 = 42,4$  пФ. Систематические погрешности воспроизведения емкостей  $\theta_{C_1} = \theta_{C_2} = 0,3$  пФ, СКО

$\sigma_{C1} = \sigma_{C2} = 0,3$  пФ,  $r_{12} = 0,5$ . При расчетах учесть методическую погрешность, обусловленную неточностью фиксации резонансного напряжения,  $Q = 30$ ;  $\Delta U_p / Q = 10^{-2}$ . Закон распределения методической погрешности считать равномерным.

8. Измерителем добротности измерено сопротивление резистора  $R_x$ . Запишите результат измерений, если  $C = 161$  пФ;  $C_0 = 12$  пФ;  $f = 14,6$  МГц;  $Q_1 = 163$ ;  $Q_2 = 138$ . Погрешности приведенных параметров заданы допускаемыми пределами  $\delta_{опC} = \delta_{опf} = 1 \%$ ,  $\delta_{опC0} = \delta_{опQ1} = \delta_{опQ2} = 5 \%$ .

9. Измерителем добротности измерено сопротивление резистора  $r_x$ . Запишите результат измерений, если  $C = 112$  пФ,  $C_0 = 10$  пФ;  $f = 26,8$  МГц;  $Q_1 = 121$ ;  $Q_2 = 92$ . Погрешности приведенных параметров заданы допускаемыми пределами:  $\delta_{опC} = \delta_{опf} = 1 \%$ ;  $\delta_{опC0} = \delta_{опQ1} = \delta_{опQ2} = 6 \%$ .

10. Свободные колебания контура  $u = U_0 \exp(-\omega_p t / 2Q) \cos \omega_p t$  с большой добротностью поступают на устройство, формирующее счетные импульсы из положительных полуволн до тех пор, пока их амплитуды превышают уровень  $U_0 / e^n$ . Постройте временную диаграмму процесса. Как связано число импульсов с добротностью? Оцените погрешность дискретизации измерений добротности.

11. Заряженный до напряжения  $U_0$  конденсатор  $C_x$  разряжается через образцовый резистор  $R_0$ . Выведите соотношение, связывающее  $C_x$  и интервал времени от начала разряда до момента времени, когда напряжение на конденсаторе достигнет уровня  $KU_0$ , где  $K < 1$ .

12. Для условий предыдущей задачи выведите соотношение, связывающее уход уровня формирования импульса конца интервала и погрешность измерений  $C_x$  при  $K = 1/e$ .

13. Заряженный до напряжения  $U_0$  конденсатор  $C_x$  разряжается постоянным током  $I_0$ . Выведите соотношение, связывающее  $C_x$  и интервал времени от начала разряда до момента, когда напряжение на конденсаторе достигнет уровня  $KU_0$ , где  $K < 1$ .

14. Прибором с преобразованием измеряемого сопротивления в напряжение измерено значение  $R_x$  (13.22). Выведите формулу для вычисления СКО погрешности  $R_x$ , вызванную квантованием в АЦП. Средние квадратические отклонения погрешностей квантования чисел  $n_1, \dots, n_4$  равны  $1/\sqrt{3} = 0,58$ , погрешности квантования статистически независимы. Сколько десятичных разрядов должны иметь АЦП для получения относительного СКО квантования измерений активного сопротивления  $R_x = 1$  кОм, не более  $10^{-3}$ , если  $R_0 = 1$  кОм?

## Глава 14. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ХАРАКТЕРИСТИК ЦЕПЕЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПОСТОЯННЫМИ

С увеличением частоты колебаний размеры электрических цепей становятся соизмеримыми с длиной волны. Такие цепи иногда описывают распределенными по длине погонными индуктивностями, емкостями и потерями и называют цепями с распределенными по-



стоянными. По существу все измерения, проводимые в диапазоне частот свыше 100...1000 МГц, являются измерениями в цепях с распределенными постоянными.

## 14.1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

К объектам измерений в диапазоне СВЧ относят как параметры сигналов, так и характеристики цепей. Как показано в гл. 7 и 11, энергетические характеристики сигнала оценивают путем измерения мощности и для исследования сигнала во временной области используют стробоскопические осциллографы. Параметры цепей измеряют по мощности или напряжению в линии передачи.

**Измеряемые параметры.** Двухполюсники, являющиеся нагрузкой линий передач, принято характеризовать комплексным сопротивлением  $Z = R + jX$ , которое определяет режим в линии передачи. Качество согласования нагрузки с линией оценивают КСВ — отношением максимальной и минимальной амплитуд одной из составляющих поля вдоль линии. Часто КСВ рассчитывают по нормированному напряжению, вызванному электрическим полем:  $K_{стU} = U_{\max} / U_{\min}$ .

Как известно, модуль коэффициента отражения от нагрузки  $\rho_n = (K_{стU} - 1) / (K_{стU} + 1)$ . Если известны модуль и фазы коэффициента отражения, то нормированное сопротивление нагрузки можно рассчитать по формуле

$$Z' = \frac{Z}{W} = \frac{1 + \dot{\rho}_n}{1 - \dot{\rho}_n},$$

где  $W$  — волновое сопротивление,  $Z$  — сопротивление нагрузки линии передачи. На использовании этого соотношения построены методы измерений  $Z$ , расчеты обычно производят с помощью круговой диаграммы (диаграммы Вольперта).

Четырехполюсники характеризуют элементами волновой матрицы рассеяния

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}.$$

Элементы этой матрицы определяют по нормированным напряжениям падающей  $U_1$  и отраженной  $U_2$  волн на входе падающей  $U_3$  и отраженной  $U_4$  волн на выходе четырехполюсника (рис. 14.1):  $S_{11} = U_2 / U_1$  — комплексный коэффициент отражения входа четырехполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку ( $U_4 = 0$ );  $S_{22} = U_3 / U_4$  — комплексный коэффициент отражения выхода при согласовании со стороны генератора ( $U_1 = 0$ );  $S_{21} = U_3 / U_1$  — комплексный коэффициент передачи в прямом направлении ( $U_4 = 0$ );  $S_{12} = U_2 / U_4$  — комплексный коэффициент передачи в обратном направлении ( $U_1 = 0$ ).

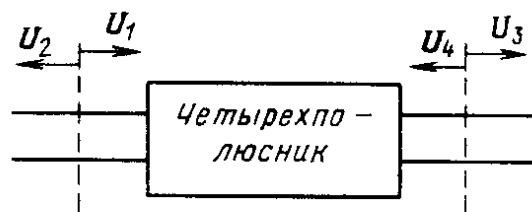


Рис. 14.1

**Методы измерений.** Основные методы основаны на анализе поля в линии передачи в установившемся режиме. Распределение поля вдоль линии, можно получить с помощью измерительной линии. Хотя этот метод практически не поддается автоматизации, он остается наиболее распространенным и надежным, особенно тогда, когда требования к скорости измерений нежесткие.

Распределение поля можно определить с помощью нескольких, от трех до пяти, зондов, размещенных вдоль линии. Этот метод положен в основу автоматизированных приборов. При создании автоматизированных измерителей КСВ и элементов матрицы рассеяния наиболее употребителен метод направленных ответвителей, позволяющий отдельно измерять амплитуды напряжений падающей и отраженной волн, а в некоторых случаях и фазовых сдвиг между напряжениями волн.

Информацию о коэффициенте отражения можно получить по картине поляризации в некоторых типах линий передачи. Наконец, параметры трактов СВЧ измеряют в импульсном режиме по их переходной или импульсной характеристике. Такие приборы с высоким разрешением по времени основаны на стробоскопических осциллографах.

**Эталоны.** Эталоны отражения реализуют на отрезках линий передачи с неоднородностями, поддающихся точному электродинамическому расчету. Например, эталон коэффициента отражения  $\rho_n \approx 0,1$  для линии передачи на прямоугольном волноводе может быть построен на согласованной нагрузке, перед которой в волновод введен проводящий цилиндр так, что его ось перпендикулярна продольной оси волновода и параллельна его широкой стенке.

Коэффициент отражения  $\rho_n \approx 1$  воспроизводят четвертьволновым отрезком волновода с точно заданными геометрическими размерами. Такие устройства могут иметь  $\rho_n = 0,9995$ .

## 14.2. ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ЛИНИЯ

Измерительные линии строят на линиях передачи разных типов: коаксиальных, неэкранированных плоских линий, на прямоугольном волноводе. Методика измерений не зависит от конструкции линии.

**Волноводная измерительная линия.** Рассмотрим в качестве примера волноводную измерительную линию (рис. 14.2), представляющую собой отрезок 1 волновода с фланцами, вдоль которого прорезана узкая щель 2. По щели перемещается каретка 3 с зондо-

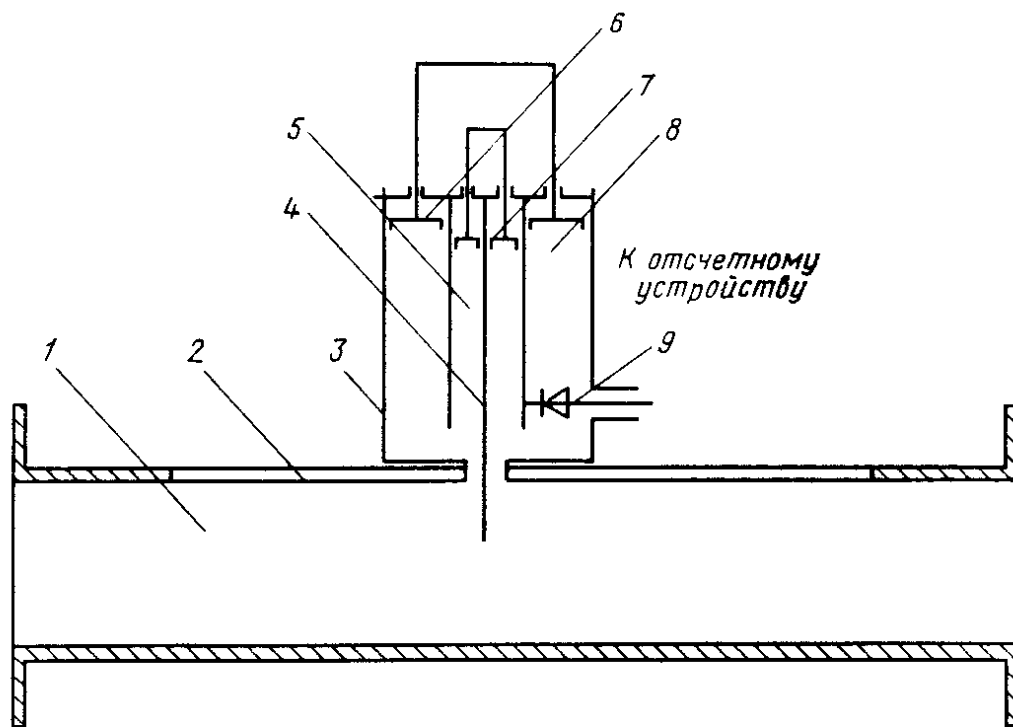


Рис. 14.2

вой головкой с емкостным зондом 4, введенным на небольшую глубину в волновод. Положение зонда вдоль линии определяют по шкале в виде линейки с нониусом или по индикатору часового типа.

Зонд связан с зондовой головкой, представляющей собой систему двух связанных коаксиальных контуров. В контуре 5 зондом возбуждаются колебания и передаются в контур 8, нагрузкой которого является входное сопротивление детектора с диодом 9. Перед измерениями система связанных контуров настраивается короткозамыкающими плунжерами 6 и 7 до получения максимального напряжения с выхода детектора, поступающего на отсчетное устройство. При этом в системе связанных контуров достигается оптимальный резонанс, и нормированная входная проводимость зондовой головки со стороны зонда становится чисто активной.

Схема включения измерительной линии показана на рис. 14.3. Сигнал от генератора  $G$  поступает на измерительную линию через вентиль, предназначенный для ослабления влияния измерительной линии и нагрузки на частоту и амплитуду сигнала генератора.

Тип отсчетного устройства зависит от напряжения, наведенного на зонде. В диапазоне дециметровых волн мощность измерительного генератора обычно составляет единицы ватт, поэтому даже при

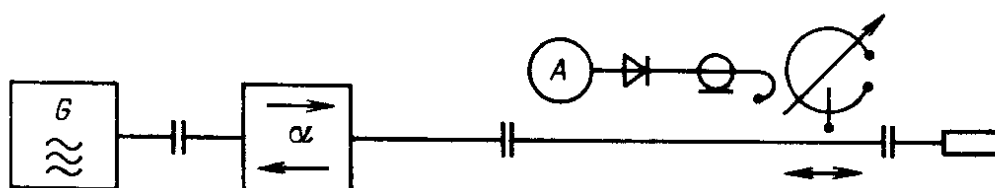


Рис. 14.3

слабой связи зонда с полем в линии можно использовать магнитоэлектрический микроамперметр.

С укорочением длины волны, как правило, мощность измерительных генераторов уменьшается. Так, в 3-см диапазоне мощность широко применяемых генераторных клистронов составляет уже десятки милливольт. Чувствительность магнитоэлектрических микроамперметров оказывается недостаточной, поэтому сигнал с детектора зондовой головки предварительно усиливается. Если сигнал генератора не модулирован, то необходимо использовать усилители постоянного тока. Это неудобно из-за дрейфа выходного тока усилителя. Поэтому на практике сигнал генератора модулируют с частотой повторения, лежащей в звуковом диапазоне. Вместо УПТ применяют специальные узкополосные измерительные усилители, настраиваемые на частоту первой гармоники модулирующего сигнала. Коэффициент усиления измерительных усилителей калибруется и в процессе работы может регулироваться. Выходное напряжение усилителей измеряют электронным вольтметром, встроенным в усилитель.

Выбор меандра в качестве модулирующего сигнала обусловлен тем, что в автогенераторах СВЧ частота колебаний сильно зависит от питающих напряжений. Поэтому при синусоидальном модулирующем напряжении одновременно с амплитудой будет изменяться и частота автоколебаний, т. е. появится недопустимая паразитная частотная модуляция. Если же модулирующее напряжение — меандр, то за время импульса частота генератора неизменна, а во время паузы генератор не работает. В этом случае паразитная частотная модуляция имеет место только на фронтах и спадах импульсов модулирующего напряжения.

**Метрологические характеристики измерительной линии.** Даже при полностью согласованной нагрузке из-за отражений от фланца или разъема, к которым присоединяют нагрузку, в линии возникает отраженная волна небольшой интенсивности. Режим в линии оценивают собственным КСВ  $K_{стУс}$ .

Обычно разъемы, используемые в коаксиальных линиях, имеют больший коэффициент отражения, чем фланцы волноводных линий. Поэтому собственный КСВ волноводных линий ( $K_{стУс} = 1,02...1,05$ ) меньше, чем коаксиальных ( $K_{стУс} = 1,04...1,1$ ).

Из-за неточностей изготовления устройства перемещения каретки связь зонда с линией непостоянна и возникает погрешность определения положения зонда вдоль линии. Непостоянство связи, характеризуемое нестабильностью коэффициента передачи для линий разных классов точности, лежит в пределах 0,7...3 %, а положение зонда определяют с погрешностью 0,03...1 мм.

Зонд оказывает некоторое шунтирующее действие на линию, обычно его оценивают активной нормированной проводимостью  $q'_3 = q_3/W$ . Проводимость зонда лежит в пределах 1...7 %, причем она больше у линий сантиметрового и миллиметрового диапазона.

Все перечисленные параметры линии оценивают по их наибольшему значению и определяют при аттестации линии и при поверках.

**Калибровка детектора измерительной линии.** Амплитуда наведенного на зонде напряжения  $U$  пропорциональна амплитуде составляющей  $E$  вектора электрической составляющей электромагнитного поля, направленной вдоль зонда:  $U = aE$ , где  $a$  — коэффициент, зависящий от связи зонда с полем в линии.

Ток детектора в общем случае связан с напряжением на зонде нелинейной зависимостью, которая обусловлена многими факторами. Поэтому при измерениях необходимо установить характер этой зависимости, что достигается калибровкой детектора. Методы калибровки основаны на том, что в короткозамкнутой измерительной линии без потерь амплитуда электромагнитного поля распределена по синусоидальному закону. Если связь зонда с полем в линии постоянна и зонд не оказывает заметного шунтирующего действия на линию, то

$$U = U_m \sin \beta l, \quad (14.1)$$

где  $U_m$  — амплитуда напряжения в его пучности;  $l$  — расстояние от узла, отсчитываемое в сторону генератора.

Калибровка детектора заключается в экспериментальном определении зависимости показания индикаторного прибора  $\alpha(l)$ . Эту зависимость сравнивают с синусоидальной. В практике измерений могут встретиться две задачи: определение пределов изменения тока детектора, в которых детекторная характеристика остается квадратичной, и построение характеристики детектирования. Последняя задача возникает в том случае, если в рабочем режиме характеристику детектирования нельзя удовлетворительно аппроксимировать квадратичной параболой.

При произвольной вольт-амперной характеристике диода приращение нулевой составляющей его тока, а следовательно и показание индикаторного прибора

$$\alpha = bU^n, \quad (14.2)$$

где  $b$  — коэффициент, зависящий от входного напряжения. Подставляя (14.2) в (14.1), получаем

$$\alpha = \alpha_m |\sin \beta l|^n,$$

где  $\alpha_m = bU_m^n$ .

Прологарифмируем эту формулу

$$\lg \alpha = \lg \alpha_m + n \lg \sin \beta l. \quad (14.3)$$

Отсюда следует, что зависимость  $\alpha$  от  $\beta l$ , построенная в логарифмическом масштабе, линейная с угловым коэффициентом  $n$ .

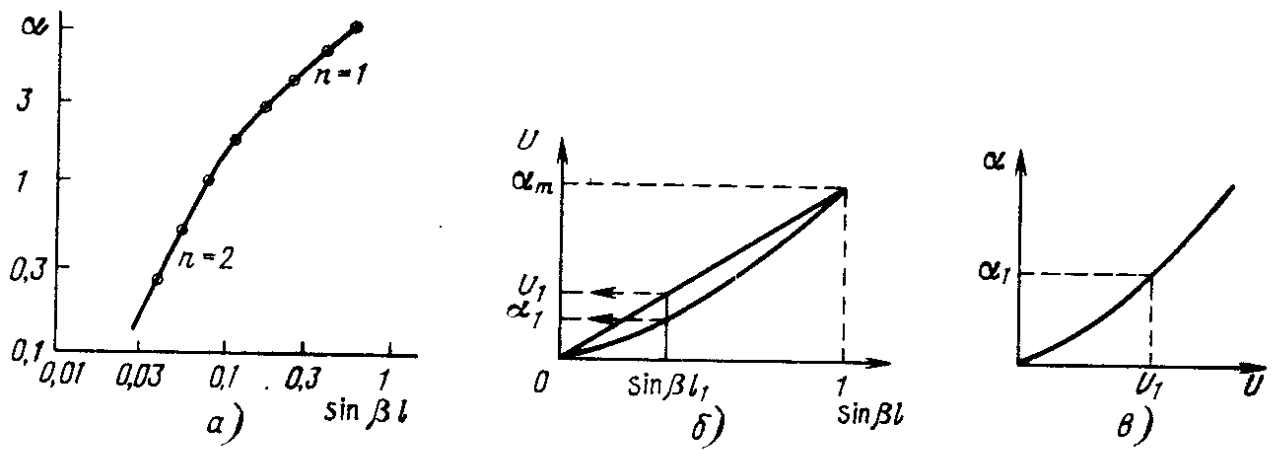


Рис. 14.4

Калибровка детектора заключается в построении зависимости  $\lg \alpha$  от  $\lg \beta l$  для возможного диапазона измерений  $\alpha$  (рис. 14.4, а). На этой зависимости можно выделить два участка  $n=2$  (квадратичное детектирование) и  $n=1$  (линейное детектирование). Для удобства вычисления целесообразно выбрать такой режим, при котором значение  $n$  будет постоянным во всем диапазоне изменений тока. Линейный режим детектирования, как правило, можно реализовать лишь в дециметровом диапазоне волн при работе с генераторами мощностью в несколько ватт. Квадратичный режим обычен в сантиметровом диапазоне волн.

Если окажется, что детекторную характеристику невозможно удовлетворительно описать ни линейной, ни параболической зависимостью во всем диапазоне измерений, то ее следует построить. Для этого по экспериментальным данным строят зависимость  $\alpha$  от  $\sin \beta l$ , как показано на рис. 14.4, б. Здесь же показана прямая, характеризующая истинное распределение напряжения  $U$  в линии. Пусть в заданной точке линии, удаленной от узла на расстояние  $l_1$ , значение напряжения равно  $U_1$ . Этому значению соответствует отсчет  $\alpha_1$ . Точка с координатами  $U_1, \alpha_1$  наносится на график (рис. 14.4, в). Произведя подобное построение для других значений  $\alpha$ , получим характеристику детектирования.

### 14.3. ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ МИНИМУМА ПОЛЯ И ДЛИНЫ ВОЛНЫ

Измерения с помощью измерительной линии основаны на определении двух параметров: положения максимумов или минимумов поля и КСВ. Все остальные параметры получают расчетным путем.

**Измерение длины волны по положению минимумов поля.** Известно, что картина распределения амплитуды поля в длинной линии при произвольном полном сопротивлении нагрузки имеет периодическую структуру с периодом  $\lambda_v/2$ . Если полное сопротив-

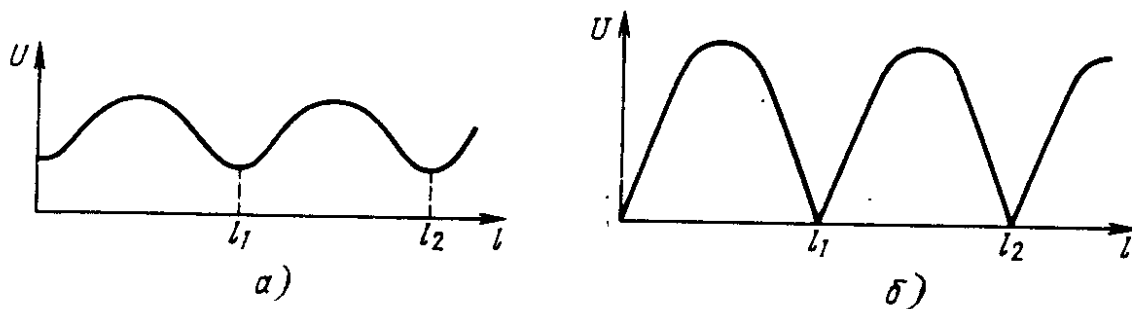


Рис. 14.5

ление нагрузки содержит активную составляющую, то амплитуда поля отлична от нуля в любой точке линии (рис. 14.5, а). При чисто реактивной нагрузке амплитуда поля в некоторых точках обращается в нуль (рис. 14.5, б). Задача определения длины волны в линии передачи сводится к измерению по шкале расстояния между соседними минимумами. Длину волны  $\lambda_v$  вычисляют по формуле

$$\lambda_v = 2(l_2 - l_1), \quad (14.4)$$

где  $l_1$  и  $l_2$  — положения двух соседних минимумов, найденные по шкале измерительной линии.

Погрешность измерения длины волны определяется погрешностями измерения положения минимумов, в которых преобладают случайные составляющие. Если считать, что эти составляющие имеют одинаковые СКО  $\sigma_l$  и независимы, то СКО длины волны  $\sigma_\lambda = 2\sqrt{2}\sigma_l$ .

Погрешность измерения положения минимума в основном обусловлена влиянием двух основных составляющих: погрешности отсчета положения зонда по шкале линии, а также погрешности определения положения экстремального уровня  $\alpha$ . Первая составляющая зависит от конструкции линии, имеет случайный характер и распределена по равномерному закону, а ее предельное значение приводят в паспортных данных линии. Так, для линий первого класса она не превышает  $5 \cdot 10^{-4}$  от минимальной длины волны, а для линий второго класса —  $10^{-3}$ .

Для вычисления погрешности определения положения экстремального уровня найдем вторую производную от зависимости  $\alpha(l)$  в точке минимума. Примем точку минимума за начало отсчета, тогда комплексная амплитуда напряжения вдоль линии

$$U = U_{\text{пехр}} j\beta l - U_0 \exp(-j\beta l), \quad (14.5)$$

где  $l$  — расстояние вдоль линии, отсчитываемое от точки минимума к генератору. Воспользовавшись формулой Эйлера, после преобразований получим  $U = U_{\text{мин}} (\cos\beta l + jK_{\text{ст}U} \sin\beta l)$ . Отсюда модуль напряжения

$$U = U_{\text{мин}} (\cos^2\beta l + K_{\text{ст}U}^2 \sin^2\beta l).$$

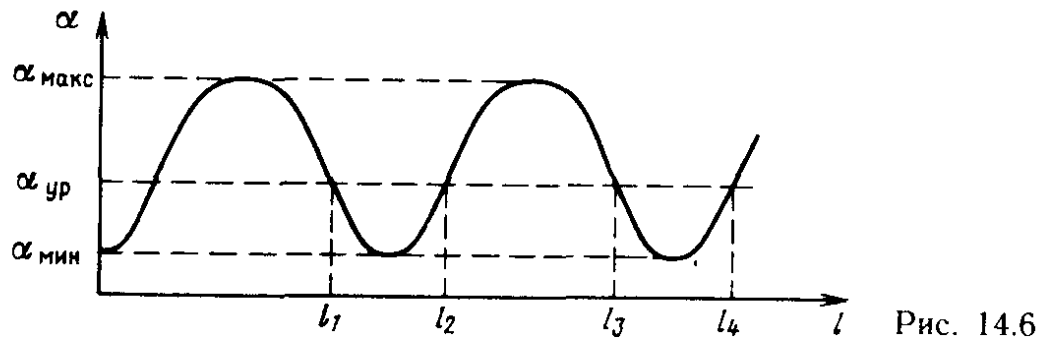


Рис. 14.6

При квадратичном детектировании отсчет  $\alpha = bU^2$ , поэтому

$$\alpha = bU_{\text{мин}}^2 (\cos^2 \beta l + K_{\text{ст}U}^2 \sin^2 \beta l).$$

В точке минимума  $l=0$  и  $\alpha_{\text{мин}} = lU_{\text{мин}}^2$ , следовательно,

$$\alpha = \alpha_{\text{мин}} (\cos^2 \beta l + K_{\text{ст}U}^2 \sin^2 \beta l). \quad (14.6)$$

В соответствии с (3.35) предельная погрешность определения положения минимума

$$\Delta_{\text{пэ}} = \frac{1}{\beta \sqrt{K_{\text{ст}U}^2 - 1}} \sqrt{\frac{\Delta_{\alpha p}}{\alpha_{\text{мин}}}}. \quad (14.7)$$

**Пример 14.1.** С помощью измерительной линии получены показания  $l_1 = 16,3$  мм,  $l_2 = 38,6$  мм при  $K_{\text{ст}U} = 2$ . Определим результат измерений длины волны в волноводе, если  $\Delta_{\text{ш}} = 0,05$  мм,  $\alpha_{\text{мин}} = 30$ ,  $\Delta_{\alpha p} = 1$ .

Длина волны  $\lambda_{\text{в}} = 2(l_2 - l_1) = 44,6$  мм. Погрешность определения положения минимума согласно (14.7)  $\Delta_{\text{пэ}} = 0,7$  мм. Результат измерений  $44,6 \pm 0,8$  мм.

**Измерение длины волны методом вилки.** Точность измерений длины волны можно увеличить, если применить вилочный отсчет положения минимумов. При этом (рис. 14.6) длина волны

$$\lambda_{\text{в}} = l_3 + l_4 - l_1 - l_2. \quad (14.8)$$

Приняв погрешности измерения значений  $l$  некоррелированными и положив СКО результатов их измерений равными, получим  $\sigma_{\lambda} = 2\sigma_l$ . Погрешность  $\sigma_l$  зависит от неточности индикации положения зонда и от погрешности, вызванной неточностью фиксации выбранного уровня  $\alpha_{\text{ур}}$ . Для уменьшения последней составляющей следует выбрать такой уровень, при котором производная  $d\alpha/dl$  максимальна.

Можно показать, что это имеет место на уровне  $\alpha_{\text{ур}} = 0,5 \times \alpha_{\text{мин}} (K_{\text{ст}U}^2 - 1)$ , где производная  $d\alpha/dl = \alpha_{\text{мин}} \beta (K_{\text{ст}U}^2 - 1)$ . Отсюда следует, что предельная погрешность

$$\Delta_{\text{пур}} = \Delta_{\text{па}} / \alpha_{\text{мин}} \beta (K_{\text{ст}U}^2 - 1), \quad (14.9)$$

где  $\Delta_{\text{па}}$  — предельное значение погрешности измерений  $\alpha$ .

Погрешность измерений длины волны



**Пример 14.2.** Определим длину волны, если  $l_1=11,6$  мм;  $l_2=12,6$  мм;  $l_3=29,4$  мм;  $l_4=39,4$  мм;  $K_{стU}=2$ ;  $\Delta_{\alpha} = 1$  дел;  $\alpha_{мин}=30$ ;  $\Delta_{ш}=0,05$  мм.

Согласно (14.8) длина волны  $\lambda_{в}=44,6$  мм. Погрешность определения уровня  $\Delta_{п\ ур}=1 \cdot 44,6/30 \cdot 2\pi \cdot (2^2-1) \approx 0,08$  мм. Погрешность измерений длины волны  $\Delta_{пл}=0,08+0,05=0,13$  мм. Результат измерений  $44,6 \pm 0,1$  мм.

Рассмотренная методика определения погрешностей не учитывает составляющих, обусловленных непостоянством связи зонда с полем в линии и собственным КСВ. Поэтому при уточнении погрешности следует учесть и названные составляющие.

#### 14.4. ИЗМЕРЕНИЕ КСВ

Существует несколько методов измерений КСВ.

**Измерение по максимуму и минимуму.** Метод заключается в считывании показаний отсчетного устройства в максимуме  $\alpha_{макс}$  и в минимуме  $\alpha_{мин}$  поля и расчете КСВ. При квадратичном детекторе результат измерений  $K_{стU} = (\alpha_{макс}/\alpha_{мин})^{1/2}$ .

Погрешность измерений определяется погрешностью отсчетного устройства, собственным КСВ и непостоянством связи зонда с полем в линии.

Если задан допускаемый предел погрешности  $\delta_{\alpha}$  отсчетного устройства, то согласно (3.33) погрешность измерений КСВ

$$\delta_{Коп} = 0,5(\delta_{\alpha_{макс}}^2 + \delta_{\alpha_{мин}}^2)^{1/2}. \quad (14.10)$$

Собственный КСВ определяется коэффициентом отражения  $\rho_c$  от разъемов или фланцев

$$K_{стUc} = \frac{1 + \rho_c}{1 - \rho_c} \approx 1 + 2\rho_c.$$

При произвольной нагрузке измеренное значение КСВ

$$K_{стU} = \frac{1 + \rho'_n}{1 - \rho'_n},$$

где  $\rho'_n$  — модуль коэффициента отражения в точке расположения неоднородности, зависящей от собственного коэффициента отражения  $\rho_c$  и коэффициента отражения от нагрузки  $\rho_n$ . Измеренное значение КСВ отличается от истинного  $K_{стU} = (1 + \rho_n)/(1 - \rho_n)$ . Наибольшее отличие будет в том случае, если  $\rho'_n = \rho_n + \rho_c$  или  $\rho'_n = \rho_n - \rho_c$ . В первом случае  $K'_{стU} = (1 + \rho_n + \rho_c)/(1 - \rho_n - \rho_c)$ . Учитывая, что  $\rho_c \ll 1$ , после преобразований получаем

$$K'_{стU} \approx K_{стU} \left( 1 + \frac{2\rho_c}{1 - \rho_n^2} \right).$$

Погрешность измерения  $K_{стU}$  из-за собственного КСВ

$$\delta_{K_{\text{сп}}} = \frac{K'_{\text{ст}U} - K_{\text{ст}U}}{K_{\text{ст}U}} = (K_{\text{ст}Uc} - 1)(K_{\text{ст}U} + 1)^2 / 4K_{\text{ст}U}.$$

Если  $\rho'_n = \rho_n - \rho_c$ , то эта погрешность меняет знак. Следовательно, предельная погрешность измерения

$$\delta_{K_{\text{сп}}} = (K_{\text{ст}Uc} - 1)(K_{\text{ст}U} + 1)^2 / 4K_{\text{ст}U}.$$

Если  $K_{\text{ст}U} < 1,2$ , то приближенно можно принять

$$\delta_{K_{\text{сп}}} \approx K_{\text{ст}Uc} - 1. \quad (14.11)$$

Шунтирующее действие зонда также приводит к погрешности измерения КСВ. При расположении зонда в минимуме поля общая проводимость в этой точке будет равна  $g'_3 + K_{\text{ст}U}$ . Коэффициент отражения в этой точке  $\rho_1 = (1 - g'_3 + K_{\text{ст}U}) / (1 + g'_3 + K_{\text{ст}U})$ , а напряжение

$$U'_{\text{мин}} = U_{\text{п}}(1 + \rho_1) = 2U_{\text{п}} / (1 + g'_3 + K_{\text{ст}U}).$$

В точке максимума проводимость определяется суммой  $g'_3 + 1/K_{\text{ст}U}$ , коэффициент отражения  $\rho_2 = \frac{1 - g'_3 - 1/K_{\text{ст}U}}{1 + g'_3 + 1/K_{\text{ст}U}}$ , а напряжение  $U'_{\text{макс}} = U_{\text{п}}(1 + \rho_2) = 2U_{\text{п}} K_{\text{ст}U} / (1 + K_{\text{ст}U} + g'_3 K_{\text{ст}U})$ .

Измеренное значение КСВ определяется отношением  $K'_{\text{ст}U} = U'_{\text{макс}} / U'_{\text{мин}}$ . Подставив сюда значения  $U'_{\text{макс}}$  и  $U'_{\text{мин}}$ , после преобразований получим  $K'_{\text{ст}U} = K_{\text{ст}U} (1 + g'_3 + K_{\text{ст}U}) / (1 + K_{\text{ст}U} + g'_3 K_{\text{ст}U})$ . Систематическая погрешность, обусловленная влиянием зонда,

$$\delta_{K_3} = \frac{K'_{\text{ст}U} - K_{\text{ст}U}}{K_{\text{ст}U}} = -g'_3 \frac{K_{\text{ст}U} - 1}{K_{\text{ст}U}(1 + g'_3) + 1}.$$

Поскольку  $g'_3 \ll 1$ , то

$$\delta_{K_3} = -g'_3. \quad (14.12)$$

Эта погрешность всегда отрицательна, причем обычно известно максимально возможное значение проводимости. Поэтому при расчете результата следует сделать поправку

$$K'_{\text{ст}U_{\text{ис}}} = K'_{\text{ст}U} + 0,5g'_3 \rho_n.$$

Общая погрешность измерений согласно (3.33)

$$\delta_K = (\delta_{K_{\text{от}}}^2 + \delta_{K_{\text{соб.п}}}^2 + 0,25\delta_{K_3}^2)^{1/2}. \quad (14.13)$$

При больших КСВ рассмотренный метод становится неудобным из-за роста первой составляющей погрешности и возможного нарушения квадратичного режима детектирования.

**Метод удвоенного минимума.** При этом методе измеряют расстояние  $d$  между двумя положениями зонда по обе стороны мини-

муна  $\alpha_{\min}$ , в которых показания равны  $2\alpha_{\min}$ , а затем рассчитывают КСВ по формуле

$$K_{\text{ст}U} = \left( 1 + \frac{1}{\sin^2 \pi d / \lambda_{\text{в}}} \right)^{1/2}. \quad (14.14)$$

Если  $\pi d < 0,12\lambda_{\text{в}}$ , то с погрешностью не более 1 % можно принять

$$K_{\text{ст}U} = \lambda_{\text{в}} / \pi d. \quad (14.15)$$

Погрешность измерений зависит от погрешности  $\Delta d$  определения расстояния  $d$ :  $\delta_K = -\lambda_{\text{в}} \Delta d / \pi d^2$ .

## 14.5. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ НА ОСНОВЕ НАПРАВЛЕННЫХ ОТВЕТВИТЕЛЕЙ

Эти методы основаны на выделении и измерении падающей и отраженной волн с помощью направленных ответвителей. Измеряя только амплитудные соотношения, можно определять КСВ, затухание четырехполюсников и модули элементов матрицы рассеяния. Измерение амплитудных и фазовых соотношений позволяет получать полную информацию об элементах матрицы рассеяния двухполюсников и четырехполюсников.

**Измерители КСВ.** Приборы, основанные на измерении амплитудных соотношений, называют измерителями КСВ и ослаблений. Упрощенная схема такого прибора показана на рис. 14.7.

Генератор развертки  $G1$  вырабатывает пилообразное напряжение, осуществляющее развертку луча ЭЛТ и частотную модуляцию генератора СВЧ  $G2$ . Направленные ответвители  $WE1$  и  $WE2$  выделяют падающую и отраженную волны, напряжения которых

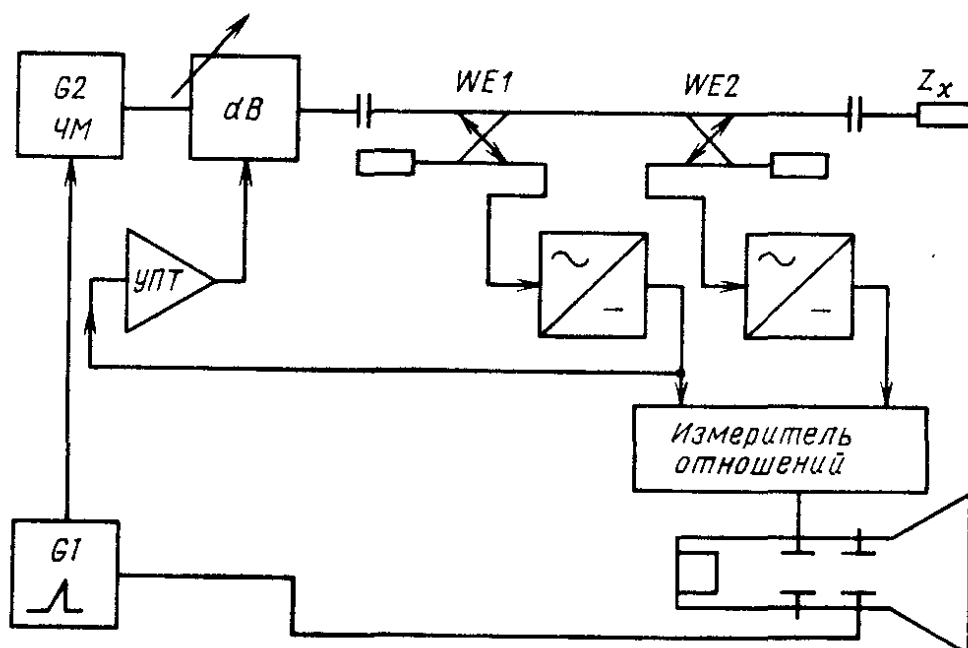


Рис. 14.7

детектируют квадратичными детекторами. Выходное напряжение измерителя отношений  $\rho_n^2 = U_n^2/U_o^2$  подводят к вертикально отклоняющим пластинам ЭЛТ. За период развертки на экране отображается зависимость  $\rho_n^2(f)$ . Перед экраном помещают изображенную на прозрачном основании шкалу, по которой отсчитывают значения  $\rho_n(f)$  или КСВ  $K_{стU}(f)$  в диапазоне частот.

В рассмотренной схеме нет принципиальной необходимости стабилизировать мощность ЧМ генератора, поскольку вычисляется отношение  $U_n^2/U_o^2$ . Однако для уменьшения динамического диапазона детекторов и улучшения метрологических характеристик прибора обычно в схему вводят систему автоматического регулирования мощности. Сигнал ошибки, пропорциональный  $U_n^2$ , после усиления УПТ воздействует на управляемый аттенюатор, стабилизируя мощность падающей волны в тракте.

Выпускаемые промышленностью измерители КСВ характеризуются погрешностью измерений 4...15 % при  $U_{стU} < 5$ .

**Измерители полных сопротивлений.** В таких приборах преобразование полученных с направленных ответвителей сигналов происходит с сохранением фазовых соотношений, что позволит определить модуль и фазу коэффициента отражения и рассчитать комплексные параметры трактов СВЧ.

Упрощенная схема измерителя полных сопротивлений показана на рис. 14.8. Генератор  $G1$  вырабатывает гармоническое напряжение, частота  $f_r$  которого изменяется под действием управляющих сигналов с блока управления генератором. Между генератором и нагрузкой  $Z_n$  в СВЧ тракт включены направленные ответвители  $WE1$  падающей волны и  $WE2$  отраженной. Сигналы  $U_n$  и  $U_o$  с ответвителей

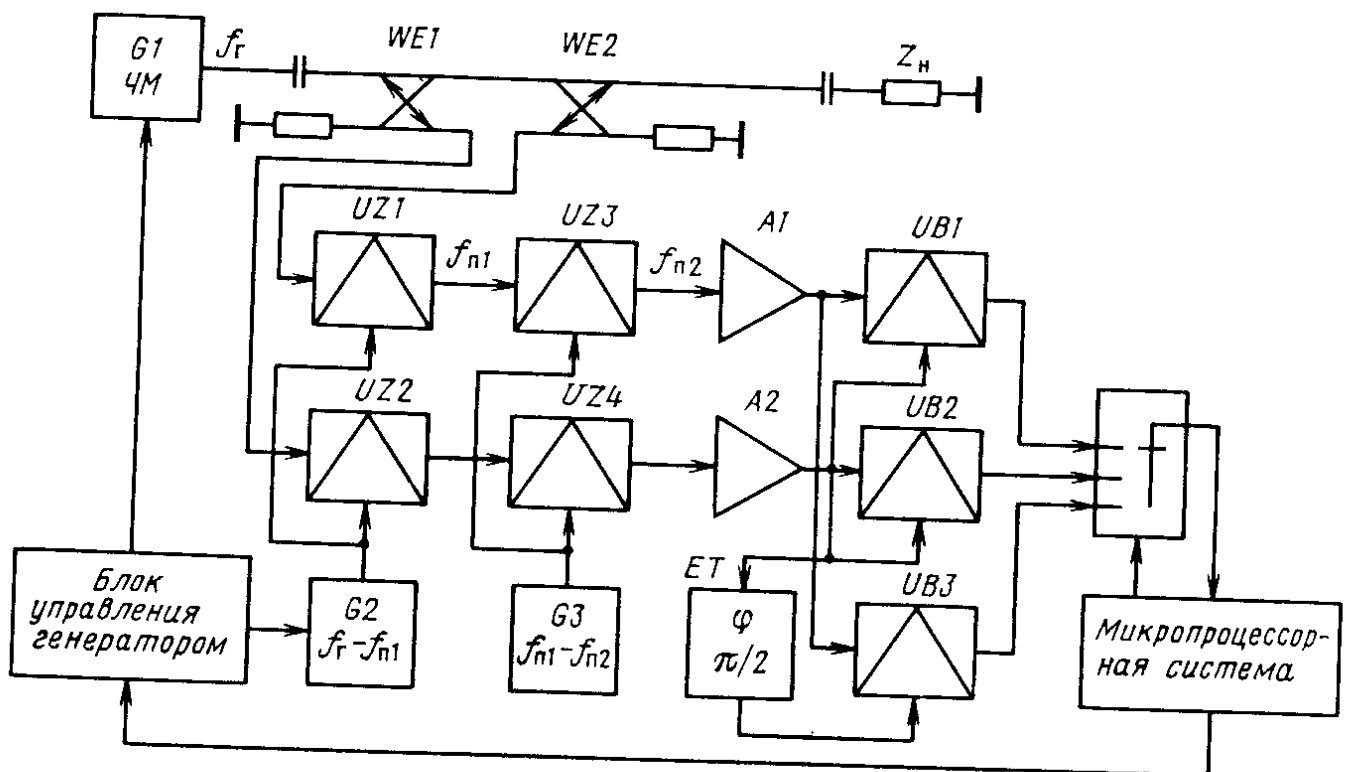


Рис. 14.8

поступают на смесители  $UZ1$  и  $UZ2$ , к которым в качестве гетеродинного подведено напряжение генератора  $G2$ . С помощью системы ФАПЧ частота генератора следит за изменениями частоты генератора  $G1$ , разностная частота  $f_{п1}$  стабилизирована кварцем. Таким образом, в результате первого преобразования исходные амплитудные и фазовые соотношения переносят на сигнал со стабильной промежуточной частотой, обычно составляющей десятки мегагерц.

Для измерений амплитуд и разности фаз желательна более низкая частота, поэтому применяют второе преобразование с помощью преобразователей частоты  $UZ3$  и  $UZ4$ . Функции гетеродина выполняет генератор  $G3$ , частоту которого с помощью системы ФАПЧ поддерживают на  $f_{п2}$  меньше первой промежуточной частоты. Частота  $f_{п2}$  стабилизирована кварцем.

Усиленные усилителями  $A1$  и  $A2$  сигналы попадают на синхронные детекторы  $UB1—UB3$ . К обоим входам детектора  $UB2$  подведено напряжение  $U_n$ , поэтому его выходное напряжение  $U_2 = K_2 U_n$ . Напряжения на выходе детекторов  $UB1$  и  $UB3$   $U_1 = K_1 U_n \cos\Phi$ ,  $U_3 = K_3 U_n \sin\Phi$ . Здесь  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  — постоянные коэффициенты. Полученные напряжения переключателем поочередно подключают к АЦП микропроцессорной системы, которая рассчитывает комплексные параметры нагрузки. Результаты отражаются на дисплее, перед которым помещают масштабную сетку на прозрачном основании.

Микропроцессорная система управляет работой прибора, с ее помощью устанавливают диапазон качания частоты, осуществляют калибровку и вносят поправки. Выпускаемые промышленностью микропроцессорные измерители комплексных коэффициентов передачи и отражения перекрывают частотный диапазон до 5 ГГц.

## 14.6. МЕТОД КАЛИБРУЕМОГО 12-ПОЛЮСНИКА

В основу метода положен пассивный измерительный 12-полюсник, к четырем плечам которого подключены измерители мощности поглощающего типа, а два остальных служат для подключения к генератору и к нагрузке. Полное сопротивление нагрузки или коэффициент отражения рассчитывают по результатам измерений четырех мощностей. Обычно такие четырехполюсники автоматически калибруют в процессе измерений. Существует большое число разновидностей измерительных 12-полюсников.

**Измеритель с четырехзондовым датчиком полного сопротивления.** Основу измерителя составляет четырехзондовый датчик (рис. 14.9). Зонды помещены в отрезок линии передачи между генератором  $G$  и измеряемой нагрузкой и разнесены по длине линии на  $\lambda_v/8$ . После квадратичного детектирования и усиления в УПТ

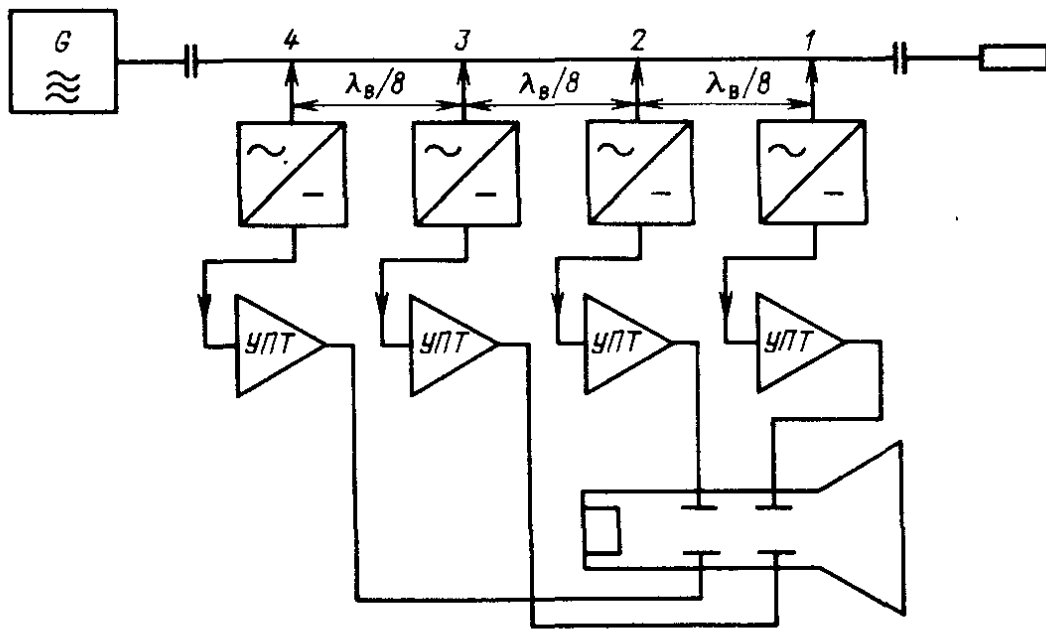


Рис. 14.9

наведенное на зондах напряжение поступает на отклоняющие пластины ЭЛТ.

Напряжение на выходе первого зонда

$$U_{31}^2 = K(U_n^2 + U_o^2 + 2U_n U_o \cos\varphi) = KU_n^2(1 + \rho^2 + 2\rho \cos\varphi),$$

где  $U_n$  и  $U_o$  — амплитуды падающей и отраженной волн,  $K$  — коэффициент, зависящий от связи зонда с линией,  $\rho$  и  $\varphi$  — модуль и фаза коэффициента отражения в точке расположения зонда.

Выходное напряжение усилителя  $A1$

$$U_1 = KU_n^2(1 + \rho^2 + 2\rho \cos\varphi),$$

где  $K$  — коэффициент передачи.

Учитывая, что при переходе к очередному зонду напряжения падающей и отраженной волн получают фазовые сдвиги на  $45^\circ$  с разным знаком, находим

$$U_2 = KU_n^2(1 + \rho^2 - 2\rho \sin\varphi),$$

$$U_3 = KU_n^2(1 + \rho^2 - 2\rho \cos\varphi),$$

$$U_4 = KU_n^2(1 + \rho^2 + 2\rho \sin\varphi).$$

Отклонение луча на экране ЭЛТ по оси абсцисс составит  $X = S_x(U_1 - U_3) = K_1 \rho \cos\varphi$ , а по оси ординат  $Y = S_y(U_4 - U_2) = K_1 \rho \sin\varphi$ , где  $K_1 = KU_n^2 S$  — коэффициент передачи,  $S = S_x = S_y$ .

Следовательно, отклонения луча по осям координат будут пропорциональны действительной и мнимой частям коэффициента отражения. Угловое положение луча относительно оси абсцисс будет равно фазе коэффициента отражения, а расстояние от луча до

центра экрана  $(X^2 + Y^2)^{1/2} = K_1 \rho$  будет пропорционально модулю коэффициента отражения.

Перед экраном ЭЛТ помещают прозрачный диск с нанесенной на нем круговой диаграммой, и по положению луча отсчитывают составляющие полного сопротивления нагрузки или модуль и фазу коэффициента отражения.

Анализ показывает, что четырехзондовые датчики имеют узкий рабочий диапазон. Отклонение частоты генератора на 10 % от номинального приводит к погрешности определения модуля коэффициента отражения 20 % и к погрешности фазы около  $6^\circ$ .

Измерители подобного типа из-за их узкополосности в настоящее время используются в автоматических приборах редко.

**Измеритель с направленными ответвителями.** Рассмотрим в качестве примера упрощенную схему 12-полюсника, показанную на рис. 14.10, а. Мощность генератора  $G$  разветвляется пополам и через развязывающие аттенюаторы  $WU1$  и  $WU2$  поступает на два тракта: опорный и измерительный. В опорном тракте, нагруженном на короткозамыкатель  $WK$  с подвижным контактом, включен направленный ответвитель  $WE1$ . Ответвленная часть падающей волны поступает к термоэлектрическому ваттметру, измеряющему мощность  $P_5$ , а часть отраженной волны — к гибридным соединениям  $WA1$  и  $WA2$ .

Измерительный тракт нагружен на сопротивление  $Z_x$ , с помощью направленного ответвителя  $WE2$  ответвляется часть отраженной от нагрузки волны, которая непосредственно поступает к гибридному соединению  $WA1$  и со сдвигом  $90^\circ$  — к гибридному соединению  $WA2$ . На выходе гибридных соединений формируются волны, определяемые как сумма ( $U_1$  и  $U_3$ ) и разность ( $U_2$  и  $U_4$ ) подводимых к соединениям волн ( $U_{оп}$  и  $U_0$ ). Векторные диаграммы входных и выходных напряжений гибридных соединений показаны на рис. 14.9, б без учета запаздывания за счет распространения

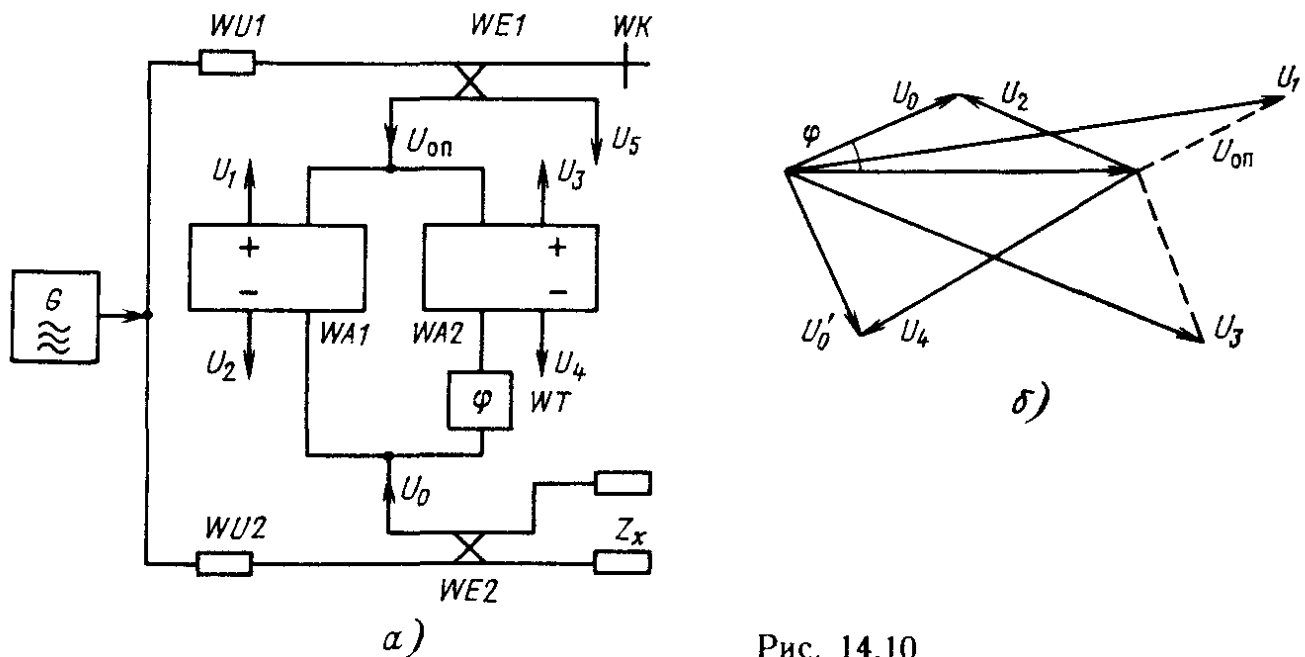


Рис. 14.10

волн в соответствующих трактах. Как следует из векторной диаграммы,

$$U_1^2 = U_n^2 (1 + \rho^2 + 2\rho \cos\varphi), \quad U_2^2 = U_n^2 (1 + \rho^2 - 2\rho \sin\varphi),$$

$$U_3^2 = U_n^2 (1 + \rho^2 - 2\rho \cos\varphi), \quad U_4^2 = U_n^2 (1 + \rho^2 + 2\rho \sin\varphi).$$

Эти соотношения аналогичны полученным для четырехзондового датчика. Поэтому в простейшем случае напряжения  $U_1, \dots, U_n$  можно подать на квадратичные детекторы, а разности выходных напряжений после усиления подвести к отклоняющим пластинам ЭЛТ, как в измерителе с четырехзондовым датчиком. Однако точность измерений в таком случае оказывается низкой из-за неучитываемого влияния многих факторов: неидеальности направленных ответвителей, неидентичности детектора, наличия в трактах отражений. Эти факторы особенно сильно сказываются при перестройке частоты генератора. Поэтому на практике для получения уточненных результатов прибегают к более сложной обработке напряжений  $U_1, \dots, U_n$  и калибровке измерителя.

Согласно теории коэффициент отражения от нагрузки, подключенной к одному из плеч произвольного пассивного 12-полюсника, определяется по результатам измерений мощностей  $P_1, \dots, P_4$  в четырех плечах:

$$\dot{\rho} = \rho \cos\varphi + j\rho \sin\varphi = \sum_{i=1}^4 \frac{(F_i + jG_i) P_i}{H_i P_i},$$

где  $F_i, G_i, H_i$  — вещественные коэффициенты.

Записав уравнения для действительной и мнимой частей, получим:

$$\rho \cos\varphi = \frac{\sum_{i=1}^4 F_i P_i}{\sum_{i=1}^4 H_i P_i}, \quad \rho \sin\varphi = \frac{\sum_{i=1}^4 G_i P_i}{\sum_{i=1}^4 H_i P_i}.$$

В этой системе неизвестными являются действительная и мнимая части коэффициента отражения и 12 коэффициентов. Для их исключения производят калибровку: к измерительному плечу подключают 12 нагрузок с известным сопротивлением. По результатам измерений составляют 12 уравнений, из которых и определяют коэффициенты.

Калибровка и функционирование прибора происходит в автоматическом режиме, программа измерений содержится в памяти микроЭВМ, управляющей работой схемы.

### Выводы

Параметры цепей с распределенными постоянными измеряют с помощью зонда по распределению напряжения вдоль линий передачи с помощью направленных ответвителей.



Распределение поля вдоль линии передачи измеряют, перемещая зонд в измерительной линии. С помощью линии находят КСВ, положение минимума напряжения и длину волны. Сопротивление нагрузки определяют расчетным путем, чаще всего по круговой диаграмме.

С помощью направленных ответвителей выделяют падающую и отраженную волны, а по отношению их амплитуд измеряют КСВ или модуль коэффициента отражения от нагрузки. Измеряя и фазовые соотношения между падающей и отраженной волной, получают комплексный коэффициент отражения, а по ним рассчитывают сопротивление нагрузки.

Метод импульсного рефлектометра основан на зондировании тракта СВЧ короткими импульсами или перепадами напряжения. Метод позволит не только рассчитать параметры неоднородностей, но и по запаздыванию отраженного сигнала определить их положение.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Перечислите метрологические характеристики измерительной линии.
2. Опишите методику калибровки детектора измерительной линии. Как следует проводить измерения КСВ, если детектор нельзя удовлетворительно описать квадратичной или линейной зависимостью  $\alpha(u)$ ?
3. От чего зависит собственный КСВ и непостоянство связи?
4. Какие способы измерений положения минимума напряжения известны? Назовите источники погрешностей и сравните точность методов.
5. Сравните известные методы измерений КСВ. В каких случаях их применяют?
6. Как влияет неточность калибровки детектора измерительной линии на погрешность определения КСВ и длины волны?
7. Нагрузка измерительной линии характеризуется  $K_{стU} = 3$ . Постройте распределение  $\alpha(l)$  при квадратичном детектировании. Как изменится распределение, если учесть шунтирующее действие зонда?
8. Изобразите распределение  $\alpha(l)$ , если зонд измерительной линии имеет незначительную реактивную проводимость.
9. Предложите метод измерений КСВ, основанный на использовании калиброванного аттенюатора, позволяющего менять выходное напряжение генератора. Влияет ли характеристика детектора на точность измерений?
10. Какой закон распределения следует приписать погрешности измерений длины волны по (14.5) в рамках принятых допущений о законе распределения погрешности измерений положения минимума?
11. Зависит ли погрешность измерений длины волны в измерительной линии от систематической погрешности прибора, измеряющего  $\alpha$ ?
12. Постройте структурную схему панорамного измерителя затухания четырехполюсника с направленными ответвителями. Чем вызвана необходимость стабилизации мощности генератора?

13. Постройте структурную схему панорамного измерителя полного сопротивления с направленными ответвителями. Для чего применяют двойное преобразование частоты? Как обеспечивают постоянство  $f_{пл}$ ?

14. Чем определяется разрешающая способность по длине линии импульсного рефлектометра?

### Задачи

1. Выведите формулы для вычисления погрешностей определения положений минимума и максимума в измерительной линии, если детектор квадратичный. Рассчитайте предельную погрешность, если  $K_{стU} = 2$ ,  $\lambda_v = 4$  см,  $\Delta_{\alpha p}/\alpha_{мин} = 10^{-2}$ . Какой уровень  $\alpha$  — максимальный или минимальный — лучше фиксировать при квадратичном детектировании? Какой уровень следует фиксировать при линейном детекторе?

2. Выведите формулу для расчета предельной погрешности измерений положения минимума напряжения в измерительной линии методом вилки при квадратичном детектировании. Рассчитайте предельную погрешность измерений, если  $\alpha_{мин} = 20$ ,  $K_{стU} = 2$ ,  $\lambda_v = 4$  см, уровень измеряют прибором с предельной инструментальной погрешностью 1 %. Уровень следует выбрать в точке с максимальной крутизной  $d\alpha/dl$ .

3. Выведите соотношение (14.7). Рассчитайте  $\Delta_{пэ}$ , если  $\Delta_{\alpha p}/\alpha_{мин} = 10^{-2}$ ,  $\lambda_v = 4,5$  см,  $K_{стU} = 2$ .

4. Выведите соотношение (14.14), учитывая, что зависимость  $\alpha(l)$  определяется (14.6).

5. Выведите формулу для расчета  $K_{стU}$  в случае, если получено для отсчета  $\alpha_1 = 2\alpha_{мин}$  и  $\alpha_2 = 3\alpha_{мин}$  при положениях зонда  $l_1$  и  $l_2$ .

6. Определите погрешность измерений КСВ с помощью измерительной линии и запишите результат измерений для  $P_{\Delta} = 0,95$ , если считать все составляющие погрешности распределенными по равномерному закону, ограниченному их предельными значениями;  $K_{стU} = 1,2$ ;  $K_{стUc} = 1,06$ ; отсчетное устройство представляет собой микроамперметр класса точности 1,0 со шкалой 100 дел.;  $\alpha_{макс} = 80$  дел.;  $\alpha_{мин} = 20$  дел.;  $q'_3 = 5 \cdot 10^{-2}$ .

7. С помощью измерительной линии получены следующие показания отсчетного устройства:  $\alpha_{макс} = 80$  дел.;  $\alpha_{мин} = 20$  дел. Для квадратичного детектора запишите результат измерений  $K_{стU}$ , если собственный КСВ  $K_{стUc} = 1,06$ , непостоянство связи  $\delta_{св} = 3$  %; проводимость зонда  $g'_3 = 0,05$ . Отсчетное устройство представляет собой микроамперметр класса точности 1,0 со шкалой 100 дел.

Приложение.

ПРИМЕРЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ

Измеряемый параметр	Основная погрешность $\delta_{оп}$ , %, для нормальных областей значений температуры $20 \pm 1$ °С, напряжения питающей сети $220 \pm 4,4$ В	Дополнительные погрешности, рабочие области значений
Вольтметр В7-16		
<p>Постоянное напряжение</p> <p>Переменное гармоническое напряжение</p>	<p><math>0,05 + 0,05 U_k / U_x, T_{пр} = 20</math> мс</p> <p><math>0,1 + 0,1 U_k / U_x, T_{пр} = 2</math> мс</p> <p><math>R_{вх} = 10</math> МОм, <math>C_{вх} = 120</math> пФ</p> <p><math>0,2 + 0,02 U_k / U_x, f = 0,02 \dots 20</math> кГц</p> <p><math>1 + 0,1 U_k / U_x, f = 20 \dots 50</math> кГц</p> <p><math>1,5 + 0,1 U_k / U_x, f = 50 \dots 10</math> кГц</p> <p><math>U_k = 1</math> В</p> <p><math>0,5 + 0,02 U_k / U_x, f = 0,02 \dots 20</math> кГц</p> <p><math>U_k = 10, 100</math> В</p> <p><math>R_{вх} = 1</math> Мом, <math>C_{вх} = 120</math> пФ</p>	<p>Температурная погрешность <math>\delta_{длт} = 0,05 \delta_{оп} \times  20^\circ - T^\circ </math></p> <p>Погрешность из-за нестабильности питающего напряжения <math>\delta_{длн} = (0,02 U_k / U_x) \%</math> нормирована для <math>T_{пр} = 20</math> мс</p> <p><math>T^\circ = -50 \dots +60</math> °С (<math>220 \pm 22</math>) В</p>
Частотомер ЧЗ-34		
<p>Частота <math>f_x</math></p> <p>Период повторения <math>T_x</math></p> <p>Синусоидальный сигнал</p> <p>Импульсный сигнал</p> <p>Интервал времени <math>T_x</math></p>	<p><math>(\delta_{опf} + 1(f_x T_{изм}))100, f = 10</math> Гц...120 МГц</p> <p><math>\delta_{опf} = \begin{cases} 5 \cdot 10^{-7}, &amp; 15 \text{ суток после поверки,} \\ 10^{-6}, &amp; 6 \text{ мес. после поверки} \end{cases}</math></p> <p><math>T_{изм} = 1</math> мс...10 с</p> <p><math>(\delta_{опf} + 0,003/m + T_0/mT_x)100</math></p> <p><math>(\delta_{опf} + T_0/mT_x)100, \tau_\phi &lt; T_0/2</math></p> <p><math>[\delta_{опf} + T_0/T_x + (\tau_{\phi 1} + \tau_{\phi 2})/T_x]100, \tau_\phi &gt; T_0/2</math></p> <p><math>T_0 = 10</math> нс...1 мс <math>m = 1 \dots 10</math></p> <p><math>(\delta_{опf} + T_0/T_x)100, \tau_{\phi 1} + \tau_{\phi 2} &lt; T_0/2</math></p> <p><math>[\delta_{опf} + T_0/T_x + (\tau_{\phi 1} + \tau_{\phi 2})/T_x]100, \tau_{\phi 1} + \tau_{\phi 2} &gt; T_0/2</math></p> <p><math>\tau_{\phi 1}; \tau_{\phi 2}</math> — длительности фронтов, определяющих начало и конец периода или интервал</p>	<p>Температурная нестабильность частоты кварцевого генератора <math>\delta_{длт} = 5 \cdot 10^{-9} \times  20^\circ - T^\circ </math> °С</p> <p>При поверке частота кварцевого генератора устанавливается с предельной погрешностью <math>\delta_{пf} = 3 \cdot 10^{-8}</math></p> <p><math>T^\circ = -30 \dots +50</math> °С</p>
Измеритель добротности Е4-11		
Добротность	<p><math>6 + Q_k / Q_x + 0,5 \sqrt{f} + 3 \cdot 10^{-5} Q_x f; f</math> в МГц</p> <p>Погрешность воспроизведения емкости образцовым конденсатором <math>0,5 + 50/C, C = 10 \dots 100</math> пФ. Цена деления шкалы образцового конденсатора 0,02 пФ. Погрешность установки частоты генератора 1 %</p>	<p>Температурная погрешность для добротности, емкости и частоты не превышает половины основной погрешности на 10 °С изменений температуры среды</p>

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Артемьев Б. Г., Голубов С. М.** Справочное пособие для работников метрологических служб. В 2 кн.— М.: Изд-во стандартов, 1986.—553 с.
2. **Баскаков С. И.** Радиотехнические цепи и сигналы.—М.: Высшая школа, 1983.—536 с.
3. **Билько М. И., Томашевский А. К.** Измерение мощности на СВЧ.—М.: Радио и связь, 1986.—168 с.
4. **Грязнов М. И., Гуревич М. Л., Рябинин Ю. А.** Измерение параметров импульсов.—М.: Радио и связь, 1991.—216 с.
5. **Елизаров А. С.** Электрорадиоизмерения.— Минск: Высшая школа, 1986.—320 с.
6. **Методы электрических измерений/Л. Г. Журавин, М. А. Мариненко, Е. И. Семенов. Цветков:** Под ред. Э. И. Цветкова.—Л.: Энергоатомиздат, 1990.—288 с.
7. **Измерения в электронике: Справочник./В. А. Кузнецов, В. А. Долгов, В. М. Коневских и др.;** Под ред. В. А. Кузнецова.—М.: Энергоатомиздат, 1987.—512 с.
8. **Кукуш В. Д.** Электрорадиоизмерения.—М.: Радио и связь, 1985.—368 с.
9. **Малышев В. М., Механников А. И.** Гибкие измерительные системы в метрологии.—М.: Изд-во стандартов, 1988.—176 с.
10. **Мелешко Е. А.** Наносекундная электроника в экспериментальной физике.—М.: Энергоатомиздат, 1987.—216 с.
11. **Механников А. И.** Метрология в радиоэлектронике.—М.: МФТИ, 1984.—87 с.
12. **Мирский Г. Я.** Электронные измерения.—М.: Радио и связь, 1986.—440 с.
13. **Новицкий П. В., Зограф И. А., Лабунец В. С.** Динамика погрешностей средств измерений.—Л.: Энергоатомиздат.—1990.—220 с.
14. **Новицкий П. В., Зограф И. А.** Оценка погрешности результатов измерений.—Л.: Энергоатомиздат, 1991.—304 с.
15. **Основополагающие стандарты в области метрологического обеспечения.**—М.: Изд-во стандартов, 1983.—263 с.
16. **Попов В. С., Жолбаков И. Н.** Измерение среднеквадратического значения напряжения.—М.: Энергоатомиздат, 1987.—120 с.
17. **Сазонов Д. М.** Антенны и устройства СВЧ.—М.: Высшая школа, 1988.—432 с.
18. **Шишкин И. Ф.** Основы метрологии, стандартизации и контроля качества.—М.: Изд-во стандартов, 1988.—320 с.

Б. В. Дворяшин

# ОСНОВЫ МЕТРОЛОГИИ И РАДИОИЗМЕРЕНИЯ

---

*Рекомендовано Комитетом  
по высшей школе Миннауки России  
в качестве учебного пособия  
для студентов радиотехнических  
специальностей вузов*



Москва  
«Радио и связь»  
1993

ББК 32.842  
Д24  
УДК 621.317.7(075)

## Федеральная целевая программа книгоиздания России

Рецензенты: кафедра теоретических основ радиотехники ЛЭТИ; канд. техн. наук *А. И. Механников*

Редакция литературы по радиотехнике и электросвязи

**Дворяшин Б. В.**

Д24 Основы метрологии и радиоизмерения: Учеб. пособие для вузов.— М.: Радио и связь, 1993.—320 с.: ил.

ISBN 5-256-01020-4.

Излагаются вопросы обеспечения единства радиотехнических измерений. Рассматриваются принципы и методы измерений радиотехнических величин в широком диапазоне частот, принципы построения средств измерений и особенности их применения. Приводятся примеры эталонирования радиотехнических величин. Описываются методы построения автоматизированных средств измерений с использованием встроенных микропроцессорных систем и микроЭВМ.

Для студентов радиотехнических специальностей.

Д 2402020000-012 КБ-7-380-93  
046(01)-93

ББК 32.842

ISBN 5-256-01020-4

© Дворяшин Б. В., 1993

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Измерительная техника наряду с микроэлектроникой и вычислительной техникой характеризуется ускоренными темпами развития по сравнению с другими отраслями. В последнее время возросли степень автоматизации и точность измерений, что привело к значительным изменениям содержания учебного процесса, в том числе и курса «Радиоизмерения», читаемого для студентов радиотехнических специальностей. Он приобрел большую метрологическую направленность, что отражено в его новом названии: «Основы метрологии и радиоизмерения», существенно полнее рассмотрены и новые методы, положенные в основу современных средств измерений.

Эти изменения отражены в новой программе курса для специальности «Радиотехника». Настоящее пособие в основном соответствует программе и отражает опыт преподавания дисциплин радиоизмерительного профиля на радиотехническом факультете Московского энергетического института.